Ryszard Kilvington

Nieskończoność i geometria

WYDAWNICTWO
UNIWERSYTETU
ŁÓDZKIEGO

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Robert Podkoński

Ryszard Kilvington
Nieskończoność i geometria

WYDAWNICTWO
UNIWERSYTETU
ŁÓDZKIEGO

Łódź 2016

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Robert Podkoński – Uniwersytet Łódzki, Katedra Historii Filozofii
90-131 Łódź, ul. Lindleya 3/5

RECENZENT
Hanna Wojtczak

REDAKTOR INICJUJĄCY
Damian Rusek

REDAKCJA
Iwona Krupska

ADIUSTACJA, REDAKCJA TECHNICZNA, SKŁAD KOMPUTEROWY
Jerzy Reszetko

KOREKTA TECHNICZNA
Leonora Wojciechowska

PROJEKT OKŁADKI
Katarzyna Turkowska
Zdjęcie wykorzystane na okładce: © Depositphotos.com/_luSh_

Wydrukowano z gotowych materiałów dostarczonych do Wydawnictwa UŁ

© Copyright by Robert Podkoński, Łódź 2016
© Copyright for this edition by Uniwersytet Łódzki, Łódź 2016

Wydane przez Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego
Wydanie I. W.07559.16.0.M

Ark. druk. 10,875

ISBN 978-83-8088-271-3
e-ISBN 978-83-8088-272-0

Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego
90-131 Łódź, ul. Lindleya 8
www.wydawnictwo.uni.lodz.pl
e-mail: ksiegarnia@uni.lodz.pl
tel. (42) 665 58 63

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

SPIS TREŚCI

PRZEDMOWA ……..... 7

ROZDZIAŁ I. Struktura wielkości ciągłych w filozofii przyrody Arystotelesa ….… 11

ROZDZIAŁ II. Spór o naturę wielkości ciągłych i nieskończoności na Uniwersytecie Oksfordzkim w początkach czternastego wieku ……..... 17

II. 1. Struktura świata według Roberta Grosseteste'a …….…… 19
II. 2. Nieskończoność a zagadnienie wieczności wszechświata ……. 25
II. 3. Henryka z Harclay koncepcja nieskończoności i struktury wielkości ciągłych 28
II. 4. Logika przeciw atomizmowi – Wilhelm z Alnwick i Wilhelm Ockham…... 38
II. 5. Geometria przeciw atomizmowi – Jan Duns Szkot……..….. 51

ROZDZIAŁ III. Struktura i natura wielkości ciągłych w kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* Ryszarda Kilvingtona ……..…..… 59

III. 1. Ryszard Kilvington i jego dzieła – stan badań …….…..… 60
III. 2. Kwestia *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* na tle pozostałych pism Ryszarda Kilvingtona ……..….. 63
III. 3. Struktura kwestii ……...…… 67
III. 4. Wykorzystanie metod matematycznych w odniesieniu do problemu struktury wielkości ciągłych w kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* …… 69
III. 4.1. Rachunek proporcji …….. 69
III. 4.2. Punkty jako granice …….. 75
III. 4.3. Wielkości nieskończenie małe – *angulus contingentiae* ……. 81
III. 4.4. Pojęcie 'równości' w geometrii i filozofii przyrody ……..... 86
III. 4.5. Wielkości nieskończenie duże – *linea girativa* ……... 90
III. 4.6. „*Totum est sua parte maius*" …… 97
III. 4.7. „*Totum est maius quam partes suae*" ……... 99
III. 5. Związki matematyki z filozofią przyrody w kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* ……..…..…… 102
III. 5.1. Nieadekwatność praw matematyki wobec scholastycznej filozofii przyrody…….…… 104
III. 5.2. Użyteczność matematyki dla filozofii przyrody ……...…… 106
III. 6. Podsumowanie …….…… 111

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

ROZDZIAŁ IV. Rozwiązania problemu struktury kontinuum wypracowane przez autorów współczesnych Kilvingtonowi ……...…. 115

IV. 1. Traktat *De indivisibilibus* Adama Wodehama ……..… 115
IV. 2. *Tractatus de continuo* Tomasza Bradwardine'a ……...… 120
IV. 3. Zwolennicy i oponenci koncepcji struktury kontinuum i nieskończoności Ryszarda Kilvingtona ……...… 128
IV. 3.1. Krytyka koncepcji nieskończoności Ryszarda Kilvingtona w *De causa Dei* Tomasza Bradwardine'a ……..….... 128
IV. 3.2. Spadkobiercy pomysłów Ryszarda Kilvingtona ……..... 134
IV. 3.2A. „Geometria nieskończoności" – *linea girativa* w kwestiach do *Sentencji* Rogera Rosetha …….. 135
IV. 3.2B. Komentarz do *Sentencji* Grzegorza z Rimini …… 139
IV. 3.2C. *Tractatus de infinito* Jana Burydana …….. 142

Zakończenie …….……..…….. 151

Bibliografia ……..…… 157

Indeks osób ….... 167

Indeks pojęć ……..…….. 169

Summary 173

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

PRZEDMOWA

Na początku dwudziestego wieku znakomity francuski fizyk, Pierre Duhem, postanowił „zdmuchnąć kurz stuleci z rękopiśmiennych kodeksów" i poszukać w nich źródeł idei głoszonych przez Kopernika, Keplera, Galileusza i Newtona[1]. Na podstawie tego, co odnalazł w średniowiecznych tekstach, stwierdził, że to właśnie ich autorzy zapoczątkowali proces, który zwykło się nazywać rewolucją naukową[2]. Swoim monumentalnym dziełem *Le système du monde* Duhem wprowadził historię nauki na dotychczas niezbadane rozległe tereny średniowiecznej filozofii przyrody. Za jego przykładem poszli inni historycy myśli, zwracając swoją uwagę na spuściznę intelektualną czasów pogardliwie nazywanych wiekami średnimi. Niektórzy z nich podzielali przekonanie Duhema, doszukując się w pomysłach średniowiecznych przyrodników antycypacji idei nowożytnych fizyków[3]. Inni natomiast stwierdzali, że nauka siedemnastowieczna w najmniejszym stopniu nie była kontynuacją filozofii przyrody wieków średnich, nawet pomimo tego, iż wiele jej elementów uderzająco przypominało koncepcje uznane przez fizykę nowożytną[4]. Należy tutaj podkreślić, że zwolennicy zarówno jednej, jak i drugiej opcji za kryterium nowoczesności uznawali głównie wykorzystanie matematyki do opisu i rozwiązywania problemów fizycznych. Właściwie dotychczas nie udało się uzyskać jednoznacznej odpowiedzi na pytanie, czy siedemnastowieczna rewolucja naukowa zaistniałaby bez poprzedzających ją scholastycznych dysput[5]. Wysiłki historyków nauki próbujących rozwiązać tę kwestię ujawniły jednakże wiele zaskakujących i ciekawych aspektów średniowiecznej filozofii przyrody. Dzięki ich pracy wypełnionych zostało przynajmniej kilka pustych miejsc w skomplikowanej i wielopoziomowej układance, jaką jest obraz historii ludzkiego geniuszu. Celem niniejszej pracy jest zapełnienie kolejnej luki w tym obrazie.

Zapoznając się z obszerną literaturą poruszającą kwestię matematyzacji filozofii przyrody w wiekach średnich, nie sposób uniknąć wrażenia, że myśliciele

---

[1] Zob. E. Grant, *Średniowieczne podstawy nauki nowożytnej. W kontekście religijnym, instytucjonalnym oraz intelektualnym*, przeł. T. Szafrański, Warszawa 2005, s. 11.

[2] Zob. P. Duhem, *Le système du monde, Histoire des doctrines cosmologiques de Platon à Copernic*, t. 1–10, Paris 1906–1959.

[3] Zob. A. C. Crombie, *Nauka średniowieczna i początki nauki nowożytnej*, przeł. S. Łypacewicz, t. 1, Warszawa 1960, s. 22.

[4] Zob. A. Koyré, *Etudes galiléennes*, t. 1, Paryż 1939, s. 9.

[5] Analizę różnych postaw wobec tego problemu czytelnik znajdzie w artykule: J.E. Murdoch, *Pierre Duhem and the History of Late Medieval Science and Philosophy in the Latin West*, [w:] *Gli studi di filosofia medievale fra otto e novecento*, R. Imbach, A. Maierù (red.), Roma 1991, s. 153–302.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

tamtych czasów w swoich rozważaniach wykorzystywali jedynie twierdzenia zawarte w V księdze *Elementów* Euklidesa w postaci tak zwanego rachunku proporcji[6]. Rachunek ten, znany jako *calculationes*, pojawił się po raz pierwszy w tekstach czternastowiecznych oksfordzkich filozofów w kontekście opisu ruchu, który na arystotelesowską modłę ujmowano jako wszelkiego rodzaju zmianę[7]. Jest to jednak wrażenie błędne.

John Murdoch, jeden z najwybitniejszych historyków nauki zajmujących się dokonaniami Oksfordzkich Kalkulatorów, jak zwykło się tych myślicieli nazywać, wskazał, że ci sami filozofowie rozwinęli także swoistą matematykę nieskończoności[8]. Problem istnienia nieskończoności w świecie stworzonym pojawił się, co prawda, w filozofii scholastycznej dużo wcześniej, gdyż już w połowie trzynastego wieku, kiedy to zaczęto zastanawiać się nad własnościami mnogości nieskończonych i ich relacjami względem wielkości skończonych w kontekście dyskusji o wieczności świata. Jednak na początku wieku czternastego, wraz z pojawieniem się koncepcji atomistycznych, kwestia natury nieskończoności została uwikłana również w spór na temat struktury wielkości ciągłych[9].

Kiedy przyjrzeć się bliżej różnym argumentacjom przywoływanym przez uczestniczących w tym sporze filozofów, szczególną uwagę zwracają wykorzystywane przez nich mniej lub bardziej skomplikowane konstrukcje geometrycz-

[6] Zob. dla przykładu: J.E. Murdoch, *Mathesis in philosophiam scholasticam introducta: The Rise and Development of the Application of Mathematics in Fourteenth-Century Philosophy and Theology*, [w:] *Arts Libéraux et Philosophie au Moyen Âge. Actes du Quatrième Congrès International de Philosophie Médiévale*, Montreal−Paris 1969, s. 215–254; tenże, *The Medieval Language of Proportions: Elements of the Interaction with Greek Foundations and the Development of New Mathematical Techniques*, [w:] *Scientific Change*, A. C. Crombie (red.), London 1963, s. 237–271, 334–343; E.D. Sylla, *Compounding Ratios. Bradwardine, Oresme, and the first edition of Newton's Principia*, [w:] *Transformation and Tradition in the Sciences. Essays in Honor of I. Bernard Cohen*, E. Mendelsohn (red.), Cambridge−London−New York 1984, s. 11–43.

[7] Zob. E.D. Sylla, *The Oxford Calculators*, [w:] *The Cambridge History of Later Medieval Philosophy*, N. Kretzmann, A. Kenny, J. Pinborg (red.), Cambridge 1982, s. 540–563.

[8] Zob. J.E. Murdoch, *From Social into Intellectual Factors: an Aspect of the Unitary Character of Late Medieval Learning*, [w:] *The Cultural Context of Medieval Learning*, J.E. Murdoch, E.D. Sylla (red.), Dordrecht 1975, s. 285.

[9] Należy w tym miejscu podkreślić, że celem uczestników opisanego w tej książce sporu nie było ustalenie, czy byty rzeczywiste składają się z posiadających pewne kształty i rozmiary cząstek, jakich istnienie postulowali w starożytności Leucyp, Demokryt, Epikur i ich następcy. Atomiści czternastowieczni postulowali istnienie niepodzielnych składników rzeczywistości opisywanych jako fizyczne byty, bardziej lub mniej doskonale spełniające charakterystykę punktu w rozumieniu geometrycznym. W tekstach średniowiecznych byty te określane są zamiennie za pomocą terminów: *indivisibile*, *athomus* lub *punctus*. Chociaż ten pierwszy pojawia się w nich najczęściej, zdecydowałem się na używanie w swojej pracy terminów 'atom' lub 'punkt', w przypadku pierwszego z nich odnosząc się jedynie do etymologicznego, a nie przypisanego przez tradycję filozoficzną znaczenia. Nie wykorzystuję tutaj wprowadzonego przez R. Murawskiego pojęcia 'niepodzielnik', mającego oddawać łacińskie *indivisibile*, jako że wydaje się mi ono nazbyt sztuczne. Zob. *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych*, wybór, oprac. i przekł. R. Murawski, Poznań 1994, s. 78, przyp. 8. Więcej informacji na temat starożytnych atomistów czytelnik znajdzie w G. Reale, *Historia filozofii starożytnej*, przeł. E.I. Zieliński, t. 1, Lublin 1993, s. 190–199.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

ne. Zastosowanie geometrii w filozofii przyrody jest w historii nauki europejskiej zjawiskiem na tyle wyjątkowym, że postanowiłem poświęcić mu swoją uwagę i w niniejszej książce zająć się właśnie tym aspektem czternastowiecznej myśli. Co ciekawe, tego rodzaju argumentacje przeciwko atomizmowi wykorzystywali także w swoich pismach obydwaj filozofowie uważani za założycieli szkoły Oksfordzkich Kalkulatorów: Tomasz Bradwardine i Ryszard Kilvington[10]. Stanowisko Tomasza Bradwardine'a w sporze o strukturę kontinuum wyczerpująco przedstawił wspomniany już John Murdoch[11]. Pozostało zatem przeanalizowanie pomysłów i rozwiązań zaproponowanych przez drugiego z wymienionych powyżej filozofów.

Ponieważ, o ile mi wiadomo, w Polsce dotychczas nikt nie zajmował się historią czternastowiecznego sporu o strukturę wielkości ciągłych, ażeby ułatwić czytelnikowi prześledzenie i zrozumienie tych dyskusji, najpierw przedstawię Arystotelesowską koncepcję natury kontinuum, stanowiącą punkt wyjścia dla późniejszych koncepcji. Następnie pokażę źródła i przebieg wspomnianego sporu, prezentując poglądy i argumentacje głównych jego uczestników, m.in. Henryka z Harclay, Wilhelma Ockhama i Jana Dunsa Szkota. Kolejny rozdział zawiera analizę i omówienie koncepcji struktury wielkości ciągłych Ryszarda Kilvingtona, przy czym szczególnie podkreślam w nim wykorzystanie przez tego autora szeroko pojmowanych metod matematycznych. Rozdział czwarty pokazuje oryginalność rozwiązań Kilvingtona w zestawieniu z koncepcjami i pomysłami współczesnych mu myślicieli oksfordzkich: Adama Wodehama i Tomasza Bradwardine'a. W dalszej części tego rozdziału przedstawiam ponadto echa zarówno całej koncepcji, jak i poszczególnych pomysłów Ryszarda Kilvingtona w pracach późniejszych filozofów średniowiecznych. Podsumowujący całość pracy rozdział piąty stanowi próbę odpowiedzi na pytanie, dlaczego z całego bogactwa *Elementów* Euklidesa późnośredniowieczna filozofia przyrody zachowała ostatecznie jedynie rachunek proporcji. W rozdziale tym prześledzę także pokrótce podobieństwa i różnice pomiędzy czternastowiecznymi koncepcjami struktury wielkości ciągłych i nieskończoności a twierdzeniami Galileusza, reprezentującego początkowy okres rozwoju nauki nowożytnej.

Książka ta nie powstałaby bez pomocy, sympatii i wsparcia wielu wspaniałych i mądrych osób, którym w tym miejscu chciałbym serdecznie podziękować. Wymienianie wszystkich z nazwiska nie ma sensu, tym bardziej, że każda z tych osób – mam szczerą nadzieję – wie, jak bardzo się do tego przyczyniła.

[10] Zob. E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody a nowożytnym przyrodoznawstwem. Ryszard Kilvington i fizyka matematyczna w średniowieczu*, Łódź 2002, s. 268.

[11] Zob. J.E. Murdoch, *Geometry and the Continuum in the Fourteenth Century: A Philosophical Analysis of Thomas Bradwardine's 'Tractatus de continuo'*, (nieopublikowana rozprawa doktorska), Madison 1957; tenże, *Thomas Bradwardine: Mathematics and Continuity in the Fourteenth Century*, [w:] *Mathematics and its Applications to Science and Natural Philosophy in the Middle Ages*, E. Grant, J.E. Murdoch (red.), New York 1987, s. 103–137.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Rozdział I

STRUKTURA WIELKOŚCI CIĄGŁYCH W FILOZOFII PRZYRODY ARYSTOTELESA

Przedstawiając choćby najbardziej marginalny spośród problemów podejmowanych przez trzynasto- lub czternastowiecznych filozofów przyrody, należy umieścić go na tle systemu filozoficznego Arystotelesa. Konieczność ta wynika z faktu, iż treści zawarte w pismach przyrodniczych tego myśliciela niemal całkowicie zdeterminowały nie tylko spektrum zainteresowań autorów tworzących w tak zwanym dojrzałym średniowieczu, lecz także dla znakomitej ich większości określiły wzorcowy sposób postrzegania świata[1].

Trudno w kilku słowach wyjaśnić fenomen autorytetu, jakim w tamtych czasach cieszył się Arystoteles. Można oczywiście wskazywać na to, że dzieła Stagiryty były podstawową lekturą studentów Wydziałów Sztuk wszystkich uniwersytetów średniowiecznych, przez co jego opinie automatycznie stawały się dla nich głównym źródłem wiedzy o świecie i zasadach nim rządzących[2]. Nie tłumaczy to jednak, dlaczego tylko jeden spośród filozofów średniowiecznych odważył się wprost zaprzeczyć twierdzeniom zawartym w dziełach Arystotelesa, choć znajdowało się w nich wiele twierdzeń niejasnych lub niespójnych. Autorem tym był czternastowieczny francuski myśliciel, Mikołaj z Autrecourt, który jednak sam nie był w stanie zaproponować spójnego, alternatywnego systemu filozofii przyrody[3]. Wszyscy inni filozofowie czasów dojrzałego śre-

[1] Zob. E. Grant, *Średniowieczne podstawy nauki nowożytnej*, s. 78.

[2] Zob. K. Krauze-Błachowicz, *Filozofia XIII wieku*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIII wieku*, K. Krauze-Błachowicz (red.), Warszawa 2002, s. XXXI–XXXIV; J. Weisheipl, *Curriculum of the Faculty of Arts at Oxford in the Early Fourteenth Century*, „Medieval Studies" 26(1964), s. 173–176.

[3] Zob. E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody a nowożytnym przyrodoznawstwem. Ryszard Kilvington i fizyka matematyczna w średniowieczu*, s. 283, a także: tejże, *Mikołaj z Autrecourt – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIV wieku*, E. Jung-Palczewska (red.), Warszawa 2000, s. 300. Najczęściej krytykowanym przez filozofów średniowiecznych elementem systemu Arystotelesa było postulowane przezeń odwieczne trwanie świata. Jednak chociaż teza ta stoi w sprzeczności z biblijnym opisem stworzenia, to wielu ówczesnych myślicieli było skłonnych ją zaakceptować. Zob. rozdziały II. 2 i II. 3 niniejszej książki. Najwyraźniejszym chyba przykładem niejasności myśli Arystotelesa są jego tak zwane „równania ruchu" zamieszczone w księdze VII *Fizyki*. Por. Arystoteles, *Fizyka*, VII, 5, 250a, przeł. K. Leśniak, [w:] *Dzieła wszystkie*, t. 2, Warszawa 1990, s. 166. Sprzeczność wydaje się natomiast

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

dniowiecza zazwyczaj ograniczali się tylko do drobnych modyfikacji lub nieznacznego rozbudowania systemu filozofii przyrody Arystotelesa, zachowując jego podstawowe zasady i starając się pozostać wiernymi jego duchowi[4]. Nawet autorzy bardziej autonomicznych koncepcji − Wilhelm Ockham czy bohater niniejszej książki, Ryszard Kilvington − w swoich pismach wielokrotnie zastrzegali, że ukazują jedynie prawdziwe intencje Filozofa[5]. Ze względu na to, zanim przejdziemy do analizy koncepcji wielkości ciągłych Ryszarda Kilvingtona oraz innych filozofów czternastowiecznych, najpierw musimy prześledzić poglądy Arystotelesa na temat struktury kontinuum.

Problem natury wielkości ciągłych Stagiryta podejmuje w dwóch dziełach filozoficznych: w *O powstawaniu i niszczeniu* oraz w *Fizyce*[6]. W obydwu tych pismach rozważania na temat struktury kontinuum uwikłane są w polemikę z poglądami wcześniejszych filozofów. W pierwszym z wymienionych dzieł Arystoteles, rozpatrując problem powstawania i przemian bytów fizycznych, przywołuje i poddaje analizie atomistyczną koncepcję struktury rzeczywistości Demokryta i Leucypa oraz jakoby zawarte w *Timaiosie* Platona przekonanie o złożeniu fizycznych bytów z płaszczyzn[7].

> U początku zaś (…) jest to, czy jestestwa w taki sposób powstają, zmieniają się i powiększają, lub doznają czegoś tamtym przeciwnego dzięki istnieniu pierwszych rozciągłości niepodzielnych, czy też nie ma żadnej rozciągłości niepodzielnej. Tu bowiem zachodzi ogromna różnica. A znów jeśli istnieją rozciągłości [niepodzielne], to czy one są, jak chcieli Demokryt i Leukippos, bryłami czy, jak w *Timaiosie*, płaszczyznami?[8]

Zdaniem Arystotelesa zwolennicy zarówno jednej, jak i drugiej koncepcji nie potrafią w satysfakcjonujący sposób wyjaśnić jakościowego zróżnicowania bytów przyrodniczych[9]. Z drugiej jednak strony założenie, iż ciała są „rozciągłością wszędzie podzielną", prowadzi do trudności innego rodzaju:

---

zachodzić pomiędzy arystotelesowską definicją wielkości ciągłej a jego koncepcją nieskończoności. Problem ten omówiony jest w dalszej części tego rozdziału.

[4] E. Grant, *dz. cyt.*, s. 97.

[5] Zob. Gullielmus Ockham, *Expositio super libros Physicorum*, *Libri IV–VIII*, R. Wood, R. Green, G. Gál, J. Giermek, F. Kelly, G. Leibold, G. Etzkorn (red.), St. Bonaventure, New York 1985 (*Opera philosophica*, t. V), VI, 13, 3, s. 562, v. 21–22: *Est primo declarandum quod Philosophus intendit ponere infinitas partes continui actualiter existentes in rerum natura*. Zob. E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody a nowożytnym przyrodoznawstwem*, s. 270. Zob. także: tejże, *Wilhelm Ockham – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIV wieku*, s. 194.

[6] Zob. Arystoteles, *O powstawaniu i niszczeniu*, I, 2, 315a–317a, przeł. L. Regner, [w:] *Dzieła wszystkie*, t. 2, s. 357–363; tenże, *Fizyka*, VI, 1–2, 231a–233b, s. 131–136. Poza wymienionymi fragmentami, w swojej *Fizyce* Arystoteles zamieszcza definicję pojęcia 'ciągłość', do której powrócimy w dalszej części niniejszego rozdziału, zob. tenże, *Fizyka*, V, 3, 227a, s. 123. Zachowało się również przypisywane Arystotelesowi nieautentyczne dziełko *O odcinkach niepodzielnych*, które także dotyczy kwestii struktury czy złożenia wielkości ciągłych. Zob. (Pseudo-)Arystoteles, *O odcinkach niepodzielnych*, przeł. L. Regner, [w:] *Pisma różne*, Warszawa 1978, s. 347–381.

[7] Ściśle rzecz ujmując, w *Timaiosie* jest mowa o złożeniu ciał fizycznych z brył geometrycznych, a tych z trójkątów stanowiących ich boki. Zob. Platon, *Timaios*, 53c–57d, IX, przeł. P. Siwek, [w:] *Timaios. Kritias albo Atlantyk*, Warszawa 1986, s. 69–76.

[8] Arystoteles, *O powstawaniu i niszczeniu*, I, 2, 315b, s. 358–359.

[9] Tamże, 316a.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

> Jeśli rozciągłość jest ze swej istoty wszędzie podzielna i została podzielona, to nie wyniknie stąd żadna sprzeczność, skoro żadna sprzeczność nie [wyniknie], choćby się podzieliło [rozciągłość] nawet na dziesięć tysięcy po dziesięć tysięcy części. (…) Co w końcu pozostanie? Rozciągłość? Przecież to nie jest nawet możliwe. Albowiem byłoby coś niepodzielone, a miało być podzielne w każdej płaszczyźnie. A jeżeli, mimo że nie będzie ciała ani rozciągłości, będzie jednak podział, to [byt dzielony] albo będzie złożony z punktów i jego składniki będą pozbawione rozciągłości, albo będzie całkowicie niebytem, wobec tego musiałby już to powstać z nicości, już to być czymś złożonym z nicości, a całość nie byłaby zaiste niczym innym, jak pozorem[10].

Arystoteles wyraźnie miesza tutaj strukturę ontyczną bytu z jego budową fizyczną. Co więcej, nigdzie nie wyjaśnia, dlaczego jego zdaniem także rozciągłość, rozumiana jako przypadłość, miałaby podlegać podziałowi. Niejasne pozostaje również, dlaczego podział miałby ostatecznie prowadzić do „nicości". Zamiast rozwiązać te trudności, Arystoteles wskazuje dalej, że przyjęcie złożenia dowolnej rozciągłości z nierozciągłych, niepodzielnych punktów wywołuje kolejną wątpliwość, ponieważ:

> niezrozumiałe jest, jak by rozciągłość mogła powstać z czegoś, co jest pozbawione rozciągłości[11].

Stagiryta rozpatruje również pewne rozwiązanie pośrednie. Przyjmuje, że każde ciało jest w możności do podziału w dowolnym punkcie, a jednocześnie niemożliwe jest urzeczywistnienie podziału na nieskończoną ilość części we wszystkich punktach jednocześnie, „lecz jedynie do pewnej granicy"[12]. Nie uznaje jednak tego rozwiązania za właściwe, ale dalej wskazuje, że:

> być wszędzie podzielnym może w pewien sposób przysługiwać rozciągłościom, w pewien zaś sposób nie[13].

Jest tak, ponieważ – jak wyjaśnia – jeśliby przyjąć, że dana wielkość składa się z nieskończonej liczby punktów, to i tak nie mogłyby się one stykać, a zatem nie mogłyby tworzyć ciągłości[14].

W przywołanym tutaj ustępie *O powstawaniu i niszczeniu* Arystoteles stawia przed czytelnikiem więcej wątpliwości, niż udziela wyjaśnień, nie przeprowadzając żadnych dowodów prowadzących do jakichkolwiek ustaleń pozytywnych[15]. Fragment dotyczący natury wielkości ciągłych zawarty w jego *Fizyce* ma na szczęście odmienny charakter.

---

[10] Tamże, 316a, s. 360.
[11] Tamże, 316b.
[12] Tamże, 316b, s. 361.
[13] Tamże, 317a, s. 362.
[14] Zob. tamże.
[15] Zob. J.E. Murdoch, *Aristotle on Democritus's Argument Against Infinite Divisibility in* De generatione et corruptione*, Book I, Chapter 2*, [w:] *The Commentary Tradition on Aristotle's* De generatione et corruptione*, Ancient, Medieval, and Early Modern*, J.M.M.H. Thijssen, H.A.G. Braakhuis (red.), Turnhout 1999, s. 88–89.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Już na samym początku szóstej księgi tego dzieła czytamy:

> Nic, co jest ciągłe, nie może się składać z części niepodzielnych, np. linia nie może się składać z punktów, bo linia jest ciągła, a punkt niepodzielny. Ani też krańce dwóch punktów nigdy nie mogą tworzyć jedności, gdyż to, co niepodzielne, nie może mieć granicy różnej od innych części, ani też nie mogą być razem, gdyż to, co nie ma części, nie może też mieć granicy, bo granica i rzecz, której jest granicą, są odrębne[16].

Sama natura bytów niepodzielnych sprawia więc, że nigdy nie ukonstytuują one pewnej, większej od nich samych, całości. Gdyby bowiem łączyły się ze sobą, to mogłoby się to dziać na dwa sposoby. Albo byłyby połączone poprzez swoje granice, albo łączyłyby się jak całość z całością. W pierwszym przypadku wyróżnione zostałyby jakieś ich części, co jednak jest sprzeczne z naturą bytów niepodzielnych, z definicji nieposiadających żadnych części. W drugim, nakładałyby się one na siebie, co znaczy, że nie wytworzyłyby czegoś większego od każdego z nich z osobna[17]. Dlatego:

> Jest oczywiste, że wszelkie kontinuum składa się z części podzielnych w nieskończoność, bo gdyby się składało z części niepodzielnych, wówczas stykałyby się części niepodzielne z niepodzielnymi, gdyż krańce rzeczy, które wzajemnie tworzą całość, stanowią jedność i stykają się ze sobą[18].

Ważnym elementem Arystotelesowej koncepcji struktury kontinuum jest postulowany przezeń, jak to określiła Edith Sylla, izomorfizm wszystkich wielkości ciągłych[19]. Arystoteles uznaje bowiem autorytatywnie, że „każda wielkość dzieli się na inne wielkości", co oznacza, że nawet najmniejsze części, wydzielone z danej wielkości, nadal mogą podlegać podziałowi[20]. Na tej podstawie Stagiryta ostatecznie formułuje definicję kontinuum:

> Przez kontinuum rozumiem to, co jest podzielne na części podzielne, tzn. podzielne w nieskończoność[21].

Postulat izomorfizmu wielkości ciągłych nie tylko pozwala Arystotelesowi uznać nieskończoną podzielność dowolnej rozciągłości przestrzennej. Dzięki niemu udaje mu się także w pewnym sensie podważyć przynajmniej jedną spośród słynnych argumentacji Zenona z Elei. Stagiryta rozpatruje mianowicie paradoks znany pod nazwą „dychotomii". Argumentacja Zenona poprowadzona było następująco: aby przebyć pewien odcinek drogi, musimy najpierw przebyć pierwszą połowę tej drogi, a później drugą. Zanim jednak przejdziemy całą

[16] Arystoteles, *Fizyka*, VI, 1, 231a, s. 131.

[17] Arystoteles mówi jeszcze o połączeniu „części z całością". Do tego przypadku stosuje się wszakże to samo zastrzeżenie, co do pierwszego spośród tutaj rozpatrywanych, dlatego je tutaj pomijamy. Zob. tamże, 231b.

[18] Tamże, s. 132.

[19] Postulat ten przyjmie znaczna większość filozofów średniowiecznych. Zob. E.D. Sylla, *God, Indivisibles, and Logic in the Later Middle Ages: Adam Wodeham's Response to Henry of Harclay*, „Medieval Philosophy and Theology" 7(1998), s. 69. Zob. także rozdziały II. 3, III. 5 i IV. 2 niniejszej książki.

[20] Arystoteles, *Fizyka*, VI, 2, 232a, s. 133.

[21] Tamże, 232b, s. 134.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

pierwszą połowę tej odległości, musimy pokonać połowę tej połowy, a następnie drugą. Takich połówek jest nieskończenie wiele, bo przecież każdy wyróżniony odcinek możemy podzielić na połowy. Niemożliwe jest jednak, ażeby w skończonym czasie przebyć nieskończenie wiele odcinków. Nie można zatem pokonać jakiejkolwiek odległości w dowolnym odcinku czasu, co znaczy, że ruch jest niemożliwy[22].

Arystoteles w omawianym fragmencie *Fizyki* analizuje przypadek dwóch ciał poruszających się z różnymi prędkościami, porównując na przemian pokonane przez te ciała odległości oraz odcinki czasowe, w których przemieszczenia się dokonywały[23]. Na podstawie przeprowadzonego tam rozumowania dochodzi ostatecznie do wniosku, że tak samo, jak każda rozciągłość czy odległość, czas również musi stanowić kontinuum:

> I tak będzie zawsze, biorąc na przemian po powolniejszym szybsze, a po szybszym powolniejsze i posługując się tak tym, jak to było pokazane; albowiem szybsze będzie dzielić czas, a powolniejsze odległość. Jeżeli zatem to kolejne następstwo ma zawsze zastosowanie i ustawicznie wywołuje podział, to staje się oczywiste, że wszelki czas musi być ciągły[24].

Jeżeli zaś czas jest wielkością ciągłą, oznacza to, że tak samo, jak rozciągłości przestrzenne, jest nieskończenie podzielny. Co więcej, pomiędzy częściami czasu a częściami wielkości przestrzennych zachodzi pewnego rodzaju odpowiedniość:

> A jest tak z tej racji, że wielkości czasowe i przestrzenne są przedmiotem tego samego podziału. A jeżeli jedna z tych wielkości jest nieskończona, to i druga jest taka, przy czym obie są nieskończone w ten sam sposób, np. (…) jeżeli czas jest nieskończony ze względu na podzielność, to również długość będzie nieskończona ze względu na podzielność[25].

Dzięki ustaleniu takiej odpowiedniości pomiędzy kontinuum czasowym i przestrzennym Arystoteles może uznać wniosek przedstawionego powyżej argumentu Zenona za fałszywy. Oczywiście prawdą jest, że nic nie może przebyć nieskończonych co do ilości odcinków drogi w skończonym odcinku czasu. Należy się jednak zgodzić, że dany odcinek czasu, jako wielkość ciągła, jest nieskończony ze względu na podzielność, pamiętając jednocześnie, iż jest skończony „ze względu na krańce", jak to określa Stagiryta[26]. Każdemu zatem, jak wskazuje, spośród nieskończonych co do ilości i nieskończenie małych odcinków danej, pokonywanej odległości możemy przyporządkować jeden z także ilościowo nieskończonych i nieskończenie krótkich, a uzyskanych dzięki podziałowi, odcinków pewnego skończonego przedziału czasu. Tym samym argument Zenona traci swoją moc perswazyjną.

Należy w tym miejscu podkreślić, jak silnie z pojęciem kontinuum związane jest u Arystotelesa pojęcie nieskończoności. Nieskończona podzielność wchodzi

[22] Zob. P. Łukowski, *Paradoksy*, Łódź 2006, s. 463–470.
[23] Zob. Arystoteles, *Fizyka*, VI, 2, 232a–233a, s. 133–135.
[24] Tamże, 233a, s. 135.
[25] Tamże.
[26] Tamże.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

wszakże w definicję wielkości ciągłych[27]. Powiązanie to jednak prowadzi do pewnej niespójności w ramach systemu. Otóż, kiedy Stagiryta ustala wzajemną odpowiedniość pomiędzy częściami kontinuum czasowego i przestrzennego w kontekście powyżej przywołanego opisu ruchu, wyraźnie tym samym wskazuje, że tych części jest tyle samo. Biorąc jednak pod uwagę, że z definicji wielkości ciągłe są podzielne na części podzielne, nie możemy przyjąć, że części tych jest tylko bardzo, ale skończenie wiele, lecz raczej, iż są faktycznie (czyli w nomenklaturze Arystotelesowej: aktualnie) nieskończone co do ilości[28]. A jednak rozważając kwestię istnienia nieskończoności w świecie, Arystoteles jednoznacznie stwierdza, że mogą się w nim realizować tylko tzw. nieskończoności potencjalne. Z jego wyjaśnień zaś wynika, że nieskończoności tego rodzaju należy rozumieć jako dowolnie duże wielkości skończone[29].

W ten sposób opinie Arystotelesa odczytywała też znakomita większość filozofów średniowiecznych, niemal bez wyjątku je akceptując[30]. Prawie wszyscy uznawali również bez zastrzeżeń poglądy Stagiryty na temat struktury wielkości ciągłych. Alternatywna koncepcja w postaci atomizmu, jednakże odmiennego od doktryny Leucypa i Demokryta, w średniowieczu pojawiła się dopiero w początkach wieku czternastego w środowisku naukowym Uniwersytetu w Oksfordzie, natychmiast wywołując burzliwą dyskusję.

[27] Zob. przypis 21 powyżej.

[28] Zob. Arystoteles, *Fizyka*, III, 5, 204a, s. 73.

[29] Zob. tamże, III, 6, 206a–b, s.77–79.

[30] Zob. J.E. Murdoch, *Infinity and Continuity*, [w:] *The Cambridge History of Later Medieval Philosophy*, N. Kretzmann, A. Kenny, J. Pinborg (red.), Cambridge 1982, s. 567. Pierwszym filozofem średniowiecznym, który odmiennie interpretował potencjalność nieskończoności był Wilhelm Ockham. Zob. rozdział II. 4 niniejszej książki.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Rozdział II

SPÓR O NATURĘ WIELKOŚCI CIĄGŁYCH I NIESKOŃCZONOŚCI NA UNIWERSYTECIE OKSFORDZKIM W POCZĄTKACH CZTERNASTEGO WIEKU

Początek czternastego stulecia wyznacza na Uniwersytecie Oksfordzkim wybuch sporu o istnienie atomów. Wedle niektórych filozofów rzeczywistość fizykalna miała składać się z wielkości lub bytów niepodzielnych. Inni starali się natomiast wykazać, że istnienie takich najmniejszych, niepodlegających podziałowi cząstek czy wielkości jest niemożliwe zarówno z punktu widzenia arystotelesowskiej filozofii przyrody (uznawanej wszakże przez większość z nich za jedyny adekwatny opis otaczającego ich świata), jak i ze względu na sprzeczności, które wynikają z teorii atomistycznych. Dyskusja dotycząca atomów toczyła się przez ponad trzydzieści lat i zaangażowali się w nią niemal wszyscy znani nam ówcześni filozofowie oksfordzcy. Była to więc niewątpliwie jedna z ważniejszych debat naukowych czternastego wieku. Co ciekawe, żaden z historyków filozofii zajmujących się tym okresem nie wyjaśnia przekonująco, dlaczego nagle „okazało się konieczne stwierdzenie, czy kontinua są nieskończenie podzielne, czy też składają się z niepodzielnych cząstek, czyli atomów”[1]. Przedstawiając argumentacje głównych uczestników tego sporu, spróbujemy zatem ustalić najbardziej prawdopodobne przyczyny sformułowania przynajmniej pierwszej z czternastowiecznych koncepcji atomistycznych.

Trzeba przy tym wyraźnie zaznaczyć, że cały ten ferment intelektualny zapoczątkowało wystąpienie jednego człowieka, mianowicie Henryka z Harclay (ok. 1270–1317)[2]. Niemal natychmiast pojawiły się także kolejne koncepcje atomistyczne, będące jednak *de facto* tylko modyfikacjami zaproponowanej przez

[1] E. Grant, *Średniowieczne podstawy nauki nowożytnej*, s. 199. John Murdoch stwierdza wprost: „It is not yet clear precisely why there arose this somewhat untidy band of indivisibilists at the beginning of the fourteenth century”. Zob. J.E. Murdoch, *Atomism and motion in the fourteenth century*, [w:] *Transformation and Tradition in the Sciences*, E. Mendelsohn (red.), New York 1974, s. 45. Zob. także, N. Kretzmann, *Adam Wodeham's Anti-Aristotelian Anti-Atomism*, „History of Philosophy Quaterly” 1(1984), s. 398.

[2] Informacje na temat kariery, dzieł i poglądów Henryka z Harclay czytelnik znajdzie we wstępie do współczesnej, krytycznej edycji jego kwestii ordynaryjnych. Zob. Henry of Harclay, *Ordinary Questions*, M.G. Henninger SJ (red.), Oxford 2008, s. xvii–xlviii.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

niego teorii struktury rzeczywistości. Mimo to, właśnie jego twierdzenia były nieodmiennym celem ataków zarówno współczesnych mu, jak i dużo młodszych filozofów.

Wszystkie budzące wątpliwości elementy systemu Henryka z Harclay, co godne podkreślenia, pojawiły się w filozofii średniowiecznej znacznie wcześniej. Jego zasługą było właściwie zebranie i połączenie ich w jedną spójną całość i stworzenie w ten sposób wizji struktury świata alternatywnej wobec arystotelesowskiego opisu przyrody, powszechnie przyjmowanego w jego czasach. Skonstruowany przez Henryka z Harclay atomizm stał się wyzwaniem dla jednych a inspiracją dla innych filozofów oksfordzkich pierwszej połowy czternastego stulecia najprawdopodobniej z tego powodu, że jego teoria była jednocześnie nieortodoksyjna i dobrze zakorzeniona w tradycji; spójna logicznie, a zarazem sprzeczna z wieloma twierdzeniami zawartymi w pismach Arystotelesa, Awerroesa i Euklidesa – autorów uznawanych wszakże przez większość myślicieli czternastowiecznych za niekwestionowane autorytety[3].

Starając się zbudować jak najlepsze argumenty przeciwko atomizmowi, niektórzy spośród czternastowiecznych filozofów oksfordzkich wprowadzali do swoich rozważań nowe podówczas narzędzia analizy, między innymi konstrukcje geometryczne. Procedury matematyczne, pierwotnie zastosowane w ramach dyskusji na temat kontinuum, szybko przenoszono na inne pola dociekań filozoficznych. Postępując w ten sposób, niektórzy przyrodnicy dochodzili ostatecznie do oryginalnych, nieosiągalnych za pomocą innych metod wniosków. To właśnie dzięki tym myślicielom filozofia na Uniwersytecie Oksfordzkim rozwijała się tak znakomicie, że – jak pisze Elżbieta Jung – „w pierwszej połowie XIV wieku (…) zdobył on reputację nieporównywalną z rangą jakiejkolwiek innej uczelni”[4].

W ramach swoich rozważań na temat struktury wielkości ciągłych niektórzy myśliciele poruszali również problem przydatności geometrii, a w konsekwencji matematyki, dla filozofii przyrody. W dziełach tych filozofów napotkamy także swego rodzaju rachunek zbiorów nieskończonych, mianowicie w kontekście problemu od czasów Arystotelesa ściśle powiązanego z rozważaniami nad naturą kontinuum, to znaczy statusu i możliwości aktualnego zaistnienia nieskończoności w świecie stworzonym[5]. Wszystko to odnajdziemy między innymi w kwestii Ryszarda Kilvingtona *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* (*Czy wielkość ciągła jest podzielna w nieskończoność?*), której poświęcony będzie następny rozdział. Tekst ten, jak zobaczymy, doskonale obrazuje końcowy etap debaty na temat struktury wielkości ciągłych. Ażeby jednak właściwie przed-

[3] E.D. Sylla, *God, Indivisibles, and Logic in the Later Middle Ages: Adam Wodeham's Response to Henry of Harclay*, s. 71.

[4] E. Jung-Palczewska, *Filozofia XIV wieku*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIV wieku*, E. Jung-Palczewska (red.), s. XVIII.

[5] J.E. Murdoch, *From Social into Intellectual Factors: an Aspect of the Unitary Character of Late Medieval Learning*, s. 285.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

stawić zawarte w nim treści, oraz dobrze określić jego cel i znaczenie, należy od początku prześledzić historię czternastowiecznego sporu o istnienie atomów.

Początek zaś, to znaczy koncepcja struktury kontinuum Henryka z Harclay, był, jak się okazuje, bezpośrednią konsekwencją uznania istnienia mnogości nieskończonych w świecie stworzonym i szczególnego ujęcia zależności pomiędzy takimi mnogościami. Problem istnienia nieskończoności był z kolei ściśle związany (także w tekstach Henryka z Harclay) z innym słynnym średniowiecznym sporem filozoficznym − z zapoczątkowaną jeszcze w XIII wieku dyskusją na temat wieczności świata[6]. Zasadnicze założenia własnej koncepcji Henryk zaczerpnął, jak się zresztą sam przyznaje, z pism swojego wielkiego poprzednika, cieszącego się wielką estymą wśród wszystkich pokoleń filozofów oksfordzkich, Roberta Grosseteste'a[7]. Dlatego też, zanim przejdę do rekonstruowania skomplikowanej sieci powiązań, która znalazła odzwierciedlenie w sporze o istnienie atomów, pokrótce przedstawię idee głoszone przez tego trzynastowiecznego myśliciela, „bez którego Szkoła Oksfordzka mogłaby w ogóle nie zaistnieć"[8]. Następnie omówię argument przywoływany w dyskusji o wieczności świata, który stał się bezpośrednim celem krytyki Henryka z Harclay.

II.1. Struktura świata według Roberta Grosseteste'a

Historycy filozofii zgodnie twierdzą, że idee głoszone przez pierwszego kanclerza uniwersytetu w Oksfordzie, Roberta Grosseteste'a (1168–1253), niemal całkowicie zdeterminowały drogi rozwoju filozofii w tym ośrodku w wiekach średnich[9]. Z jego nazwiskiem wiąże się także oryginalne, całościowe wyjaśnienie powstania i struktury świata, nazywane czasem „metafizyką światła"[10], system ten umieszcza się jednak zazwyczaj poza głównym nurtem filozofii średniowiecznej, a to z tej przyczyny, że żaden z następców Grosseteste'a nie przejął go w całości ani nie rozwijał. W pismach trzynasto- i czternastowiecznych oksfordczyków odnajdujemy echa myśli tego filozofa, w postaci założeń i tez głoszonej przezeń metafizyki oraz jego koncepcji postępowania naukowego. Wspólne dla nich jest także uznanie matematyki za najlepsze narzędzie badań naukowych.

---

[6] Zob. rozdział II. 2 poniżej.

[7] Zob. J.E. Murdoch, *Henry of Harclay and the Infinite*, [w:] *Studi sul XIV secolo in memoria di Anneliese Maier*, A. Maierù, A. Paravicini Bagliani (red.), Roma 1981, s. 226–227, 232.

[8] G. Beaujouan, *Medieval Science in the Christian West*, [w:] *Ancient and Medieval Science*, R. Taton (red.), London 1963, s. 491. Alistair Crombie nazywa Roberta Grosseteste'a „rzeczywistym twórcą tradycji myśli naukowej w średniowiecznym Oksfordzie, a w pewnym stopniu twórcą nowożytnej angielskiej tradycji intelektualnej", A.C. Crombie, *Nauka średniowieczna i początki nauki nowożytnej*, przeł. S. Łypacewicz, t. 2, Warszawa 1960, s. 21.

[9] Zob. przypis 9 powyżej, a także: M. Boczar, *Grosseteste*, Warszawa 1994, s. 32; F. Copleston, *Historia filozofii*, t. II, Warszawa 2000, s. 268. Informacje na temat biografii i poglądów Roberta Grosseteste'a czytelnik znajdzie w: M. Boczar, *dz. cyt.*, s. 10–120.

[10] M. Boczar, *dz. cyt.*, s. 33.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Robert Grosseteste przedstawia swoją teorię powstania i struktury świata w datowanym na lata dwudzieste trzynastego wieku traktacie *O świetle, czyli o pochodzeniu form*[11]. Według niego skończona sfera materialnego świata, wraz z jej różnorodnością i skomplikowaniem, powstała w wyniku rozprzestrzeniania się nieskończenie wiele razy samopomnażającego się punktu światła (*lux*)[12]. W przekonaniu Grosseteste'a, światło to było jedyną i pierwotną zasadą rzeczywistości, prostą formą cielesną[13]. Dzięki swojej immanentnej aktywności, opisywanej przezeń terminem *species*, światło kształtuje całkowicie bierną materię pierwszą[14]. Współdziałając ze światłem wtórnym (*lumen*), rozrzedza ją i zagęszcza, wytwarzając ciała elementarne, z których następnie powstają poszczególne byty złożone[15]. Pomijam tutaj nie do końca obecnie czytelne szczegóły zbudowanej przez Grosseteste'a kosmogonii, jako że nie są one w tym kontekście istotne. Godne uwagi jest natomiast jego twierdzenie, że zarówno światło pierwotne, jak i wtórne rozprzestrzeniają się promieniście wzdłuż linii prostych. Promienie światła zmieniają oczywiście kierunek swojego przebiegu wówczas, gdy napotkają na swej drodze jakieś przeszkody, a odbywa się to stosownie do praw optyki[16]. Dzięki takiemu założeniu, Grosseteste może rozpatrywać i opisywać rozchodzenie się *species* stosując reguły i zależności obowiązujące w geometrii[17]. Przyjęcie światła jako pierwotnego jednolitego podłoża i tworzywa świata przyrody pozwala mu konsekwentnie uznać geometryczne w swej istocie prawa optyki za podstawowe prawa natury[18]. W ten sposób po raz pierwszy w filozofii średniowiecznej matematyka zostaje uznana za najlepszą, bo najbardziej adekwatną metodę opisu rzeczywistości. Przekonanie to stanie się jedną z charakterystycznych cech nauki uprawianej przez oksfordzkich mistrzów przez przynajmniej następne sto lat[19].

---

[11] Tamże, s. 50.

[12] Zob. Robert Grosseteste, *O świetle, czyli o pochodzeniu form*, [w:] M. Boczar, *dz. cyt.*, s. 132, 134.

[13] M. Boczar, *dz. cyt.*, s. 33.

[14] Tamże, s. 38.

[15] Tamże, s. 52. Zob. Robert Grosseteste, *dz. cyt.*, s. 135–136.

[16] Używam tutaj nazwy „optyka" w jej ogólnym, nowożytnym znaczeniu, tj. jako nauki określającej prawa rozchodzenia się, odbicia i załamania promieni świetlnych. Warto pamiętać, że dla myślicieli późnego antyku optyka była jedynie nauką o widzeniu – i tylko tego rodzaju rozważania znajdziemy w *Optyce* Euklidesa. Zjawisko odbicia promieni świetlnych i związane z nim prawo stanowiło natomiast podstawę nauki zwanej katoptryką, której praktycznym celem było projektowanie różnorakich luster, m.in. zwierciadeł parabolicznych, skupiających promienie słoneczne. Wedle legendy, Archimedes użył takowych do podpalenia okrętów Rzymian oblegających jego rodzinne Syrakuzy. Zob. L. Russo, *Zapomniana rewolucja. Grecka myśl naukowa a nauka nowoczesna*, przeł. I. Kania, Kraków 2005, s. 75–82.

[17] Zob. Robert Grosseteste, *O liniach, kątach i figurach, albo o załamaniu i odbiciu promieni*, [w:] M. Boczar, *dz. cyt.*, s. 141–143.

[18] M. Boczar, *dz. cyt.*, s. 89.

[19] Zob. E. Grant, *Średniowieczne podstawy nauki nowożytnej*, s. 67–68; E. Jung-Palczewska, *Filozofia XIV wieku*, s. XXVIII, XXX; tejże, *Między filozofią przyrody a nowożytnym przyrodoznawstwem,* s. 34–35.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Wedle kolejnego słynnego angielskiego filozofa przyrody, Rogera Bacona (1214/19–1292), Grosseteste: „pominął całkowicie księgi arystotelesowe i ich metodę”[20]. Pisząc te słowa, Bacon nie miał intencji twierdzić, że szczególnie wysoko cenionego przezeń myśliciela nie interesowały pisma Filozofa[21]. Powszechnie znane były wszakże komentarze Roberta Grosseteste’a do *Analityk wtórych*, *O dowodach sofistycznych* i do *Fizyki* (do którego za chwilę powrócimy)[22]. Grosseteste’a uznaje się również za autora przekładów *Etyki nikomachejskiej*, sporych fragmentów *O niebie*, a także przypisywanego Arystotelesowi krótkiego traktatu: *O odcinkach niepodzielnych*[23]. Przytoczone powyżej stwierdzenie należy więc odczytywać w ten sposób, że zdaniem Rogera Bacona, konstruując własny system, Grosseteste nie przejmował się ograniczeniami wprowadzonymi przez Arystotelesa zarówno co do metody uprawiania filozofii przyrody, jak i co do jej praw oraz zasad.

Rzeczywiście, pewne głoszone przez Roberta Grosseteste’a twierdzenia filozoficzne wydają się niezgodne z koncepcjami zawartymi w dziełach Stagiryty. Uznanie matematyki za adekwatne narzędzie opisu rzeczywistości na pierwszy rzut oka stanowi przełamanie arystotelesowskiego zakazu *metabasis*, tj. przechodzenia od jednej dziedziny nauki do drugiej w ramach jednego rozumowania[24]. Należy jednak zauważyć, że Grosseteste w swojej filozofii przyrody nie wykorzystuje geometrii jako takiej, lecz odnosi się jedynie do praw optyki[25]. Optyka zaś była w systematyce Arystotelesa jedną z filozoficznych nauk podporządkowanych, określanych w średniowieczu mianem „nauk pośrednich” (*scientiae mediae*), w ramach których dopuszczał on stosowanie wyjaśnień geometrycznych[26]. Tak więc Grosseteste nie łamie tutaj, przynajmniej bezpośrednio, wprowadzonego przez Filozofa zakazu[27]. Faktyczny przełom w tym względzie dokona się dopiero kilkadziesiąt lat później za sprawą innego wielkiego oksfordczyka: Wilhelma Ockhama.

---

[20] Rogerus Bacon, *Compendium studii philosophiae*, [w:] *Fratris Rogeri Baconi opera quaedam hactenus inedita*, J.S. Brewer (wyd.), London 1859, s. 469: *(...) neglexit omnino libros Aristotelis et vias eorum*.

[21] F. Copleston, *Historia filozofii*, t. II, s. 270.

[22] M. Boczar, *dz. cyt.*, s. 23. Komentarz Roberta Grosseteste’a do *Fizyki* Arystotelesa Copleston nazywa, co ciekawe, streszczeniem, zob. F. Copleston, *dz. cyt*., s. 269.

[23] O ile mi wiadomo, traktat *O odcinkach niepodzielnych* w średniowiecznych dyskusjach dotyczących struktury wielkości ciągłych został przywołany tylko raz, przez wspomnianego już tutaj Henryka z Harclay. Zob. Henricus de Harclay, *Utrum mundus poterit durare in aeternum a parte post*, [w:] Henry of Harclay, *Ordinary Questions*, s. 1072, 1074. Zob. także, B.G. Dod, *Aristoteles latinus*, [w:] *The Cambridge History of Later Medieval Philosophy*, N. Kretzmann, A. Kenny, J. Pinborg (red.), Cambridge 1982, s. 49.

[24] Zob. Arystoteles, *Analityki wtóre*, I, 7, 75b, przeł. K. Leśniak, [w:] *Dzieła wszystkie*, t. 1, Warszawa 1990, s. 267. Zob. także S.J. Livesey, *William of Ockham, the Subalternate Sciences, and Aristotle’s theory of* metabasis, „British Journal for the History of Science” 18(1985), s. 127.

[25] A.C. Crombie, *Nauka średniowieczna i początki nauki nowożytnej*, t. 1, s. 97.

[26] Arystoteles, *Analityki wtóre*, I, 9, 76a, s. 269. Zob. także S.J. Livesey, *dz. cyt.*, s. 128.

[27] W komentarzu Grosseteste’a do *Analityk wtórych* – jak twierdzi Livesey – można jednak taką sugestię wyczytać; zob. S.J. Livesey, *dz. cyt.*, s. 142.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Co więcej, budując swoją koncepcję struktury wielkości ciągłych, Robert Grosseteste powołuje się na dzieło Arystotelesa *O niebie*. Trzeba jednak przyznać, że wykorzystuje ten autorytet, przewrotnie, poszukując w nim potwierdzenia własnych wniosków, podczas gdy cała konstrukcja stoi w całkowitej opozycji do podstawowych założeń filozofii przyrody Stagiryty. Zasadniczą trudność w systemie Grosseteste'a stanowi przejście od konstytuujących całość wszechświata, bezwymiarowych punktów pierwotnego światła do posiadających przestrzenne wymiary przedmiotów, znajdujących się w ukształtowanym już wszechświecie. Oksfordczyk argumentuje następująco:

> Nie mogło się dokonać rozciąganie materii za pośrednictwem skończonego pomnażania się światła, ponieważ mnożenie skończoną ilość razy tego, co proste, nie powoduje – jak wykazuje Arystoteles w *O niebie i świecie* – powstawania wielkości. To, co proste, pomnożone nieskończoną ilość razy musi dać w wyniku skończoną wielkość, ponieważ wynik powstały z nieskończonego mnożenia czegoś przekracza nieskończenie właśnie to, z czego pomnożenia sam powstał. W każdym razie coś, co proste, nie może nieskończenie przekraczać tego, co proste, ale może to czynić wyłącznie wielkość skończona. Wielkość nieskończona bowiem nieskończenie [wiele] razy przekracza to, co proste. Dlatego światło, które w sobie jest proste, musi się nieskończenie pomnażać, rozprzestrzeniając w wymiary skończonej wielkości podobnie prostą materię[28].

Pominąwszy fakt, że w przywołanym przez Grosseteste'a dziele Arystotelesa nie odnajdziemy przedstawionego tutaj twierdzenia, zauważyć trzeba, iż łatwo jest przedstawić silny kontrargument podważający wartość powyższego rozumowania. Wszakże niezależnie od tego, czy będziemy dołączać do siebie skończenie czy też nieskończenie wiele nieposiadających żadnej rozciągłości przedmiotów, nigdy nie wytworzymy czegoś, co miałoby jakikolwiek mierzalny przestrzenny wymiar[29]. Wniosek, do którego dochodzi Grosseteste, można jednak uzyskać, wykorzystując obecną w matematyce symetrię zależności. Skoro bowiem uznamy, że dowolna wielkość skończona nieskończenie przewyższa, lub – inaczej mówiąc – jest w nieskończonej proporcji do zera, konsekwentnie możemy przyjąć, że „wielkość" zerowa pomnożona nieskończenie wiele razy da tę wyjściową wielkość skończoną[30]. Zapewne właśnie dlatego filozof ten twier-

---

[28] Robert Grosseteste, *O świetle, czyli o pochodzeniu form*, przeł. M. Boczar, s. 133. Autor przekładu tego fragmentu, Mieczysław Boczar, odsyła w tym miejscu do rozdziałów 5–7 pierwszej księgi *O niebie* Arystotelesa. W rozdziałach tych Arystoteles dowodzi twierdzenia: „Świat nie jest nieskończony", na wiele sposobów wykazując niemożliwość zaistnienia nieskończoności aktualnej we wszechświecie. Niestety, nie odnajdziemy tam żadnej wypowiedzi choćby przypominającej przytoczone przez Grosseteste'a twierdzenie. Por. Arystoteles, *O niebie*, I, 5–7, 271b–276a, przeł. P. Siwek, [w:] *Dzieła wszystkie*, t. 2, Warszawa 1990, s. 242–252.

[29] Wszakże $0 + 0 + 0 + 0 + 0... = 0$, niezależnie od tego, czy weźmie się skończenie, czy nieskończenie wiele składników takiej sumy.

[30] Używając współczesnej nam symboliki matematycznej rozumowanie to można przedstawić następująco:
Skoro uzna się, że:
$^1/_0 = \infty$,
to *per analogiam* do zależności:
$^A/_B = C \Leftrightarrow A = B \times C$;

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

dził, że stosownie do różnych wymiarów przedmiotów rzeczywistych istnieją także różne nieskończoności:

> Jedna liczba nieskończona może być odnoszona do innej liczby nieskończonej w każdej proporcji, zarówno wymiernej, jak i niewymiernej. Jakaś liczba nieskończona może być bowiem podwojona w stosunku do innej liczby nieskończonej, a także i potrojona lub nawet w zależności od proporcji zwielokrotniona. Podobnie też jakaś liczba nieskończona pozostaje w takim stosunku do innej, jak przekątna do boku [kwadratu][31].

Robert Grosseteste uzyskuje tym samym niejako gotową odpowiedź na kwestię, co jest pierwotnym wzorcem miary czy długości wszystkich wielkości skończonych:

> Przedziwne – czytamy w jego komentarzu do *Fizyki* – wydaje się pytanie, czym odmierzałaby się linia mająca sama mierzyć. Załóżmy więc, że istnieje linia jako taka i że musimy ją pojmować w oderwaniu od wszystkiego, co materialne. Nie można zatem jej już mierzyć z pomocą innej linii, ani czymkolwiek rozciągłym, gdyż od niej właśnie nie różni się miara długości. A i samej siebie mierzyć nie może. Jakim sposobem wobec tego można wiedzieć, jak ona jest długa i jak jest krótka? (…) Gdyby zaś powiedzieć, iż może się ona sama zmierzyć przy pomocy jakiejś swojej części, to skąd z kolei wiadomo, jak i ta część jest wielka? Jeśli bowiem się nie zna określonej wielkości owej części, wówczas przez zmierzenie taką częścią nie sposób określić wielkości całej linii. (…) Skąd więc i na podstawie czego się zna, jaką miarą mierzyć w sobie zwartą linię[32]?

> Sądzę – odpowiada dalej sam sobie – że za pomocą nieskończonej liczby punktów na owej linii o skończonym wszakże wymiarze, której liczba punktów nie powtarza się w jakiejkolwiek innej linii. W większej linii bowiem zawiera się większa nieskończona liczba punktów, w mniejszej zaś mniejsza[33].

---

zdaniem Grosseteste'a można przyjąć, że:
$1 = 0 \times \infty$.

Piszę „*per analogiam*", ponieważ nie jest wcale konieczne, ażeby podstawowe zależności arytmetyki liczb skończonych obowiązywały także w odniesieniu do mnogości nieskończonych. Wszakże, podczas gdy dla dowolnej skończonej liczby $A \neq 0$, zawsze $A + A = 2 \times A$, możemy jednak zgodzić się, że: $\infty + \infty = \infty$. Inne przeczące zdrowemu rozsądkowi własności nieskończoności przedstawione są w bardzo przystępny sposób w pierwszym rozdziale książki: R. Morris, *Krótka historia nieskończoności. Achilles i żółw w kwantowym wszechświecie*, przeł. J. Kowalski-Glikman, Warszawa 1999, s. 15–36. Filozofowie średniowieczni jednakże chętnie przenosili zależności obowiązujące w arytmetyce liczb skończonych na liczby nieskończone. Jeden ze spadkobierców pomysłów Roberta Grosseteste'a, Henryk z Harclay, którego poglądy przedstawione są w rozdziale II. 3 poniżej, za pomocą arytmetyki dowodził istnienia różnych nieskończoności. Weźmy pod uwagę trzy zbiory: zbiór wszystkich liczb (my dodalibyśmy tutaj: naturalnych); zbiór wszystkich liczb większych od stu i zbiór wszystkich większych od dwóch. Jeśli będziemy utrzymywać, iż te zbiory liczb jako nieskończone są równe, to musimy uznać, że dwa równa się stu. Według jednego z aksjomatów Euklidesa (*scil.* ks. I, aksj. 3): „Odejmując od wielkości równych równe, otrzymujemy wielkości równe". Skoro jednak oczywiste jest, że dwa nie równa się stu, jesteśmy zmuszeni uznać, że zbiór liczb większych od stu jest jednak mniejszy od zbioru liczb większych od dwóch, choć jednocześnie obydwa te zbiory są nieskończone. Zob. E.D. Sylla, *Thomas Bradwardine's "De continuo" and the Structure of Fourteenth-Century Learning*, [w:] *Texts and Contexts in Ancient and Medieval Science*, E. Sylla, M. McVaugh (red.), Leiden−New York−Köln 1997, s. 167–168.

[31] Robert Grosseteste, *Komentarz do* Fizyki, przeł. M. Boczar, [w:] M. Boczar, *dz. cyt*., s. 225.

[32] Zob. tamże, s. 224.

[33] Tamże, s. 225.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Tym sposobem pomierzył wszystko: „ten, dla którego liczby nieskończone są skończonymi i dla kogo jedna liczba nieskończona jest wielka a druga mała”[34], to znaczy Ten, który stworzył wszystko *numero, pondere et mensura*[35]. Konstytuujące całość wszechświata punkty światła stają się zatem w koncepcji Grosseteste'a elementem koniecznym rzeczywistości, stanowiąc jej absolutną miarę. Miarę dostępną, oczywiście, jedynie Bogu, lecz przez to tym lepiej wpisaną w plan stworzenia[36].

Można się oczywiście zastanawiać, czy zdaniem tego filozofa rzeczywiste przedmioty składają się z nieskończenie wielu punktów, czy też jedynie je zawierają, jak twierdzi John Murdoch i co sugeruje Mieczysław Boczar w swoim przekładzie przytoczonego powyżej fragmentu dzieła Grosseteste'a[37]. Oryginalny tekst łaciński dopuszcza wszakże obydwie interpretacje:

> *Puto quod n u m e r o i n f i n i t o p u n c t o r u m i l l i u s l i n e e finite, tamen mensuratura alius numerus, qui n u m e r u s p u n c t o r u m n o n e s t i n a l i q u a a l i a l i n e a maiori vel minori, sed in maiori omni est maior numerus infinitus punctorum et in minori minor*[38].

W swoim komentarzu do *Analityk wtórych* filozof ten, co więcej, wyraźnie stwierdza, że „linia nie powstała z punktów ani też z linii powierzchnia”[39]. Bezpieczniej byłoby zatem zgodzić się z opinią Murdocha, wedle którego Grosseteste skłaniał się do uznania atomizmu jedynie tzw. matematycznego, to jest do twierdzenia, że w dowolnej rzeczywistej wielkości można wskazać lub odnaleźć nieskończenie wiele punktów. Z drugiej strony, musimy wziąć tutaj pod uwagę fakt, że późniejsi filozofowie oksfordzcy, zarówno ci, którzy głosili poglądy atomistyczne, jak i ich przeciwnicy, odczytywali idee swojego wielkiego poprzednika jako opis struktury rzeczywistości. Tak wedle jednych, jak i według drugich, Grosseteste miał uznawać faktyczne złożenie wszystkich wielkości ciągłych z nieskończonej liczby niepodzielnych punktów „związanych ze sobą pośrednio (*mediate*)”[40]. Dlatego też, przedstawiając dalsze etapy średniowiecznego sporu o naturę kontinuum, zmuszeni jesteśmy przyjąć to pierwsze, fizykalne rozumienie atomów jako właściwy obraz systemu przyrody autorstwa Roberta Grosseteste'a.

---

[34] Tamże.

[35] „Tyś wszystko urządził pod miarą, liczbą i wagą”, Mdr 11, 21.

[36] M. Boczar, *dz. cyt.*, s. 91.

[37] Zob. przypis 33 powyżej. Zob. także: J.E. Murdoch, *Henry of Harclay and the Infinite*, s. 242, przyp. 59.

[38] Zob. *Roberti Grosseteste, Episcopi Lincolnienisis, Commentarius in VIII Libros Physicorum Aristotelis*, R.C. Dales (wyd.), Boulder, Colorado 1963, s. 93 (wyróżnienia moje – R. P.).

[39] Robertus Grosseteste, *Commentarius in Posteriorum Analyticorum Libros*, P. Rossi (wyd.), Firenze 1981, I, 4, za: M. Boczar, *dz. cyt.*, s. 93.

[40] Zob. J.E. Murdoch, *Henry of Harclay and the Infinite*, s. 242; tenże, *Thomas Bradwardine: mathematics and continuity in the fourteenth century*, s. 115 oraz s. 135, przyp. 50. Różnica w rozumieniu stykania się „pośrednio” i „bezpośrednio” w odniesieniu do bytów niepodzielnych zostanie wyjaśniona w rozdziale II. 3 poniżej.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Koncepcja struktury świata, w której przyjmuje się istnienie nieskończonych co do swojej ilości punktów światła stanowiących konieczne elementy konstytutywne bytów rzeczywistych, stoi oczywiście w sprzeczności z założeniami filozofii przyrody Arystotelesa[41]. Wypada się zatem zgodzić z przytoczoną powyżej opinią Rogera Bacona, iż budując swój system, Robert Grosseteste nie uwzględniał ustaleń Stagiryty[42]. Zaproponowany przez Grosseteste'a model struktury rzeczywistości ostatecznie jednak przegrał w konkurencji z arystotelesowską wizją świata. Prześledzenie wszystkich przyczyn upowszechnienia się arystotelesowskiej filozofii przyrody wśród myślicieli trzynastowiecznych przekraczałoby niewątpliwie ramy niniejszej książki. W ukazanym tutaj kontekście wystarczy zapewne wskazać, że system Arystotelesa wydawał się bardziej zdroworozsądkowy w porównaniu do teorii Grosseteste'a, których zrozumienie jest utrudnione przez niejasne spekulacje, przywodzące wręcz na myśl pitagorejską mistykę liczb. W jego pismach napotkamy bowiem i takie wypowiedzi:

> W ciele pierwszym więc, w którym wirtualnie znajdują się wszystkie inne ciała, zawiera się ten poczwórny układ i dlatego też wśród innych ciał nie ma zasadniczo liczby większej niż dziesiątka. Albowiem jedynka ze strony formy, dwójka z materii, trójka ze złożenia i czwórka z tego, co złożone, razem dodane tworzą dziesiątkę[43].

Wiele spośród idei głoszonych przez Roberta Grosseteste'a przetrwało jednak w środowisku naukowym Uniwersytetu Oksfordzkiego. Poza powszechnie przyjmowanym przez oksfordczyków przekonaniem o adekwatności języka matematyki do opisu przyrody, zasługą Grosseteste'a było także wprowadzenie zagadnienia istnienia i porównywania różnych nieskończoności[44]. Postulat istnienia różnych nieskończoności dał między innymi asumpt dla odrodzenia się atomizmu w Oksfordzie na początku czternastego wieku. Akceptuje go wspominany już tutaj Henryk z Harclay w dwóch spośród swoich kwestii do *Sentencji*, będących jego głosem w sporze na temat wieczności świata. Atomizm Henryka z Harclay jest, właściwie rzecz ujmując, bezpośrednim skutkiem przyjęcia przez niego istnienia różnych aktualnych nieskończoności w świecie stworzonym. Jednocześnie założenie to istotnie wpłynęło na jego stanowisko w sporze o wieczność wszechświata, uniemożliwiając przeprowadzenie jednego z najsilniejszych przeciw niej dowodów. Dyskusja ta stanowi istotny kontekst historyczny, na którego tle kwestia nieskończoności w ujęciu Henryka z Harclay stanie się bardziej wyraźna.

II.2. NIESKOŃCZONOŚĆ A ZAGADNIENIE WIECZNOŚCI WSZECHŚWIATA

Dzięki dokonanym na początku trzynastego wieku łacińskim przekładom dzieł przyrodniczych Arystotelesa przedstawiciele tzw. inteligencji w Europie Zachodniej zapoznali się z ideami nie do końca zgodnymi, a czasem wręcz sto-

[41] Zob. rozdział I niniejszej książki.
[42] Zob. przypis 20 powyżej.
[43] Robert Grosseteste, *O świetle*..., s. 138.
[44] M. Boczar, *dz. cyt.*, s. 92.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

jącymi w oczywistej sprzeczności z chrześcijańskim obrazem świata. Co więcej, wielu z ówczesnych profesorów wydziałów Sztuk Wyzwolonych, przyswoiwszy te idee, postulowało uniezależnienie dociekań filozoficznych od prawd wiary[45]. Głosili oni swoje nieortodoksyjne twierdzenia, przyjmując, że: „Ci, którzy chcą objaśniać księgi Filozofa, powinni wiedzieć, że opinii jego nie należy ukrywać, choćby nawet sprzeciwiały się Prawdzie", jak to zwięźle ujął jeden z nich, Siger z Brabancji (1240–1284)[46]. Współistnienie dwóch opisów rzeczywistości: racjonalnego, który był ufundowany na systemie filozofii przyrody Arystotelesa, i znacznie się odeń różniącego opisu biblijnego, w trzynastowiecznym środowisku naukowym przełożyło się na „teorię podwójnej prawdy" i postawiło pod znakiem zapytania wartość poznawczą Pisma Świętego[47]. Dlatego też teologowie, między innymi Bonawentura (1217–1274)[48] i Tomasz z Akwinu (1225–1274)[49], podejmowali próby wykazania zgodności prawd wiary z filozofią, odszukując i wskazując błędy w rozumowaniach tych, którzy głosili poglądy sprzeczne z doktryną chrześcijańską[50].

Jednym z najbardziej kontrowersyjnych elementów arystotelesowskiej filozofii przyrody, dyskutowanych przez myślicieli średniowiecznych, był postulat odwiecznego istnienia świata[51]. Mimo, że stoi on w oczywistej sprzeczności z chrześcijańską koncepcją *creatio ex nihilo* i pierwszymi słowami Pisma Świętego, wielu ówczesnych filozofów dowodziło, że odwieczne istnienie świata jest możliwe, a niektórzy wykazywali nawet, iż jest ono konieczne[52]. Obrońcy doktryny mieli zatem przed sobą niezwykle trudne zadanie.

Bonawentura w swoim komentarzu do drugiej księgi *Sentencji* Piotra Lombarda wykazuje, że głoszona przez Arystotelesa koncepcja odwiecznie trwającego świata nie zgadza się z teorią nieskończoności tego starożytnego filozofa.

---

[45] Zob. Z. Kuksewicz, *Awerroizm łaciński trzynastego wieku. Nonkonformistyczny obraz świata i człowieka w średniowieczu*, Warszawa 1971, s. 94–96.

[46] Za: K. Krauze-Błachowicz, *Filozofia XIII wieku*, s. XXXVII.

[47] Zob. Z. Kuksewicz, *dz. cyt.*, s. 95.

[48] Informacje na temat biografii i poglądów św. Bonawentury czytelnik znajdzie w: M. Gensler, *Bonawentura – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIII wieku*, K. Krauze-Błachowicz (red.), s. 98–102.

[49] Informacje na temat biografii i poglądów św. Tomasza z Akwinu czytelnik znajdzie m.in. w: M. Olszewski, J. Ruszczyński, *Tomasz z Akwinu – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIII wieku*, K. Krauze-Błachowicz (red.), s. 180–188.

[50] Zob. Z. Kuksewicz, *dz. cyt.*, s. 65–69, 74–79.

[51] Zob. Arystoteles, *O niebie*, 283b, II, 1, s. 270–271.

[52] Dla przykładu, przywołany powyżej trzynastowieczny mistrz uniwersytetu paryskiego, Siger z Brabancji, twierdził, że świat jest wieczny i nie ma początku ani końca, a pojęcie 'stworzenia z niczego' jest wewnętrznie sprzeczne. Zob. na przykład: E. Jung-Palczewska, *Siger z Brabancji – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia, Antologia tekstów filozoficznych z XIII wieku*, K. Krauze-Błachowicz (red.), s. 241. Sam św. Tomasz z Akwinu w traktacie *O wieczności świata* wykazuje jedynie, że nie można ostatecznie dowieść ani tego, że świat ma początek, ani też tego, że istnieje odwiecznie. Na drodze rozumowej możemy wszak uznać, że jest jednocześnie i wieczny, i stworzony. Tomasz wskazuje na koniec, że w tym przypadku właściwe rozwiązanie przynosi nam prawda wiary. Zob. św. Tomasz z Akwinu, *O wieczności świata*, przeł. J. Salij, [w:] *Dzieła wybrane*, Poznań 1984, s. 279–285.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Jeśli wszak przyjmiemy, że świat istnieje od zawsze, musimy również uznać, że zrealizowały się w nim aktualne nieskończoności. Wieczność świata *a parte ante* implikuje chociażby zaistnienie nieskończenie wielu przeszłych wydarzeń lub dni czy też stworzenie nieskończenie wielu, jednostkowych przecież i nieśmiertelnych, dusz ludzkich[53]. Stagiryta zaś uznał za absolutnie niemożliwe istnienie w świecie aktualnych nieskończoności w jakiejkolwiek postaci[54].

Ponadto, zauważa dalej Bonawentura, nieskończone mnogości zaktualizowane w odwiecznie istniejącym świecie byłyby od siebie wyraźnie różne. Na potwierdzenie tego wniosku przywołuje on argument, który znaleźć można już w pismach myślicieli późnego antyku[55]. Wszystko jednak wskazuje na to, że Bonawentura wymyśla go samodzielnie. Jeśli przyjmiemy, zauważa on, iż świat istnieje odwiecznie, to musimy również uznać, że zarówno Słońce, jak i Księżyc okrążyły dotychczas Ziemię nieskończenie wiele razy. Miesięcy księżycowych jednak jest dwanaście razy więcej niż lat słonecznych, co zmusza nas do przyjęcia wniosku, że jedna z tych mnogości nieskończonych jest większa od drugiej[56]. Arystoteles zaś wskazywał, że wszystkie nieskończoności aktualne należałoby uznawać za nawzajem sobie równe, co zresztą w czasach Bonawentury stanowiło *communis opinio doctorum*[57]. Dlatego też, zdaniem Bonawentury, także z punktu widzenia filozofii nie do przyjęcia jest koncepcja odwiecz-

[53] Zob. Bonaventura, *Commentarius in quattuor libros Sententiarum Petri Lombardi*, II, dist. I, pars I, art. I, qu. 2 (Editio minor, *Opera theologica selecta*, Quaracchi 1938), s. 12–17.

[54] Zob. rozdział I niniejszej książki.

[55] Murdoch wskazuje, że paradoks nierównych nieskończoności, o którym tutaj mowa, odnajdziemy w różnych wersjach m.in. w pismach Filoponusa, Aleksandra z Afrodyzji, Proklosa, a nawet w propagującym atomizm *O naturze rzeczy* Lukrecjusza. Zob. J.E. Murdoch, *William of Ockham and the Logic of Infinity and Continuity*, [w:] *Infinity and Continuity in Ancient and Medieval Thought*, N. Kretzmann (red.), New York 1982, s. 166, przyp. 4. W polskim przekładzie poematu Lukrecjusza czytamy: „Ponadto, jeśli nie będzie części najmniejszej, to ciała, / Nawet i te najdrobniejsze, będą musiały się składać / Z cząsteczek nieprzeliczonych, gdyż wtedy każda połowa / Będzie mieć swoją połowę i nic podziału nie skończy. / Nie byłoby zatem żadnej różnicy między całością / Rzeczy a rzeczą najmniejszą: choćby się całość jawiła / W swym zbiorze nieprzeliczona, to przecież rzeczy najmniejsze / Tak samo by się składały z cząsteczek nieprzeliczonych. / Ponieważ jednak rozsądek temu zaprzecza i wzbrania / Dać temu wiarę, więc musisz poddać się moim wywodom / I przyznać: istnieją cząstki, które się dalej nie dzielą / I są z natury najmniejsze". (Titus Lucretius Carus, *O naturze rzeczy*, ks. I, 615–626, przeł. Grzegorz Żurek, Warszawa 1994, s. 69). Poemat ten nie był w średniowieczu znany, ale problem tutaj przedstawiony dostrzegano i wówczas, choć żaden ze znanych nam filozofów średniowiecznych nie uznał go za argument przemawiający za przyjęciem istnienia wielkości niepodzielnych. Zob. rozdziały II. 3 i II. 4 poniżej.

[56] Zob. Bonaventura, *dz. cyt.*

[57] Zob. dla przykładu, Arystoteles, *Metafizyka*, ks. K (XI), 10, 1066b, [w:] *Dzieła wszystkie*, t. 2, s. 798: „Jest oczywiste, że nieskończone nie może istnieć aktualnie, bo wtedy jakakolwiek część nieskończonego wzięta oddzielnie byłaby nieskończona". W jednej z kwestii *O prawdzie* św. Tomasza z Akwinu czytamy: „(…) jak coś skończonego jest równe jakiemuś skończonemu, tak coś nieskończonego równe jest innemu nieskończonemu". św. Tomasz z Akwinu, *Kwestie dyskutowane o prawdzie* (Kwestia 2: *O wiedzy Boga*, art. 3: *Czy Bóg poznaje coś innego poza sobą?*), przeł. L. Kuczyński, t. I, Kęty 1998, s. 87.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

nie trwającego wszechświata. Musimy zatem, zgodnie z doktryną chrześcijańską, koniecznie uznać, że był początek jego istnienia.

Pomimo wysiłków Bonawentury i innych współczesnych mu teologów, doktryna wieczności świata nie została odrzucona jako błędna[58]. Wielu późniejszych myślicieli średniowiecznych uznawało, że wieczność świata jest przynajmniej możliwa z punktu widzenia filozofii. Twierdzili tak nawet pomimo tego, że pośród 219 tez filozoficznych, potępionych w 1277 roku przez biskupa Stefana Tempier, aż jedenaście odnosiło się do postulatu odwiecznego istnienia świata i stworzeń[59]. Henryk z Harclay buduje swój najbardziej nieortodoksyjny z systemów filozoficznych tamtych czasów właśnie w efekcie teologicznej polemiki z opiniami, które jako pierwszy spośród średniowiecznych myślicieli głosił Bonawentura[60].

II.3. Henryka z Harclay koncepcja nieskończoności i struktury wielkości ciągłych

Ogłoszenie w 1277 roku listy potępionych tez filozoficznych, pośród których zawarte były także twierdzenia dotyczące odwiecznego istnienia świata, nie zamknęło dyskusji na ten temat. Dysputa o wieczności wszechświata nadal się rozwijała na początku czternastego stulecia, a głos Henryka z Harclay zasługuje na szczególną uwagę. W dwóch kwestiach: *Utrum mundus potuit fuisse ab aeterno* (*Czy świat mógłby istnieć odwiecznie?*) oraz *Utrum mundus poterit durare in aeternum a parte post* (*Czy świat może trwać wiecznie w przyszłości?*), podjął on bowiem bezpośrednią polemikę z przedstawionym przez Tomasza z Akwinu rozwiązaniem problemu wieczności wszechświata[61]. Trzeba pod-

[58] Argumentację podobną do powyżej przedstawionego rozumowania Bonawentury napotkamy także w Piotra Jana Olivi komentarzu do *Sentencji*, zob. J.E. Murdoch, *William of Ockham and the Logic…*, s. 168–169.

[59] Kwestii wieczności świata bezpośrednio dotyczyły następujące tezy potępione: 87(85): „Świat jest odwieczny we wszystkich swych przejawach (…)"; 89(89): „Nie można odrzucić argumentów Arystotelesa na temat odwieczności świata (…)"; 98(84): „Świat jest odwieczny (…)"; 99(83): „Świat, choć został stworzony z niczego, nie został jednak stworzony od nowa (…)"; 107(112): „Elementy istnieją odwiecznie (…)"; 205(88): „Czas jest nieskończony w obu swoich kierunkach (…)". Poza przytoczonymi powyżej, do problemu tego odnoszą się także następujące artykuły: 4(87); 25(214); 86(49); 90(191); 101(127). Zob. *Artykuły paryskie potępione przez Stefana Tempier 7 marca 1277 roku*, przeł. Wł. Seńko, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIII wieku*, K. Krauze-Błachowicz (red.), s. 301, 302, 307, 308–309, 317.

[60] Warto przy okazji zauważyć, że wcześniej z Bonawenturą permanentny spór toczył Roger Bacon. Ten trzynastowieczny oksfordzki myśliciel za Robertem Grossetestem gorliwie propagował konieczność nauczenia filozofów matematyki jako tej dziedziny, która posiada szczególną wartość dla badań nad przyrodą. Zob. T. Włodarczyk, *Roger Bacon – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia, Antologia tekstów filozoficznych z XIII wieku*, K. Krauze-Błachowicz (red.), s. 59.

[61] Henricus de Harclay, *Utrum mundus potuit fuisse ab aeterno*, [w:] Henry of Harclay, *Ordinary Questions*, s. 734, 736, 740.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

kreślić, że Henryk z Harclay – jak twierdzi Johannes Thijssen – poświęcił właściwie więcej uwagi zrozumieniu nieskończoności uwikłanych w wieczność świata, niż możliwej wieczności świata *a parte ante* i *a parte post* jako takiej[62]. Celem krytyki Henryka z Harclay stają się dwa twierdzenia Tomasza z Akwinu dotyczące natury nieskończoności, które ten ostatni zapożyczył niewątpliwie od Bonawentury.

Henryk z Harclay zauważa, że przyjęcie odwiecznego trwania świata w sposób konieczny pociąga za sobą uznanie twierdzenia, że dokonało się przebycie nieskończonych mnogości – tj. że takie mnogości zaistniały w świecie aktualnie – w czym zgadza się z Bonawenturą[63]. Zdaniem Tomasza z Akwinu natomiast, gdyby świat istniał odwiecznie, ilość dni przeszłych byłaby tylko potencjalnie nieskończona. Nie istnieje wszak pierwszy dzień istnienia świata, każdy zaś dowolnie wybrany przeszły dzień od dnia dzisiejszego dzieli tylko skończenie wiele dni. Każdy mijający dzień, co więcej, dodaje się do liczby dni przeszłych, sukcesywnie ją powiększając[64]. Arystoteles w ten sam sposób opisywał czas trwania świata, twierdząc jednak, że jest on jedynie potencjalnie nieskończony[65]. Henryk z Harclay zauważa, że przy założeniu wiecznego trwania świata nie obowiązuje tradycyjny podział nieskończoności na potencjalne i aktualne. Rozważając bowiem potencjalną czy sukcesywną nieskończoność dni przeszłych lub przyszłych, i tak musimy założyć, że jest ich aktualnie nieskończenie wiele[66]. Wniosek taki Bonawentura uznał za kolejny silny argument

---

[62] J.M.M.H. Thijssen, *The Response to Thomas Aquinas in the Early Fourteenth Century: Eternity and Infinity in the Works of Henry of Harclay, Thomas of Wilton and William of Alnwick o. f. m.*, [w:] *The Eternity of the World in the Thought of Thomas Aquinas and his Contemporaries*, J.B.M. Wissink (red.), Leiden−New York−København−Köln 1990, s. 84.

[63] Henricus de Harclay, *Utrum mundus potuit fuisse ab aeterno*, s. 734, 750; J.M.M.H. Thijssen, *The Response…*, s. 87.

[64] Henricus de Harclay, *Utrum mundus potuit fuisse ab aeterno*, s. 756. Zob. także: św. Tomasz z Akwinu, *Suma teologiczna*, I, Zagadnienie 7, Art. 3–4, t. 1, przeł. P. Bełch, Londyn 1975, s. 142–148.

[65] Zob. Arystoteles, *Fizyka*, III, 6, 206a, s. 77–78.

[66] Henricus de Harclay, *Utrum mundus poterit durare in aeternum a parte post*, [w:] Henry of Harclay, *Ordinary Questions*, s. 1014–1016: *Ad primum argumentum de infinitis diebus futuris respondetur sic uno modo: Quod 'infinitum' potest accipi dupliciter: uno modo negative, alio modo positive. Negative, ut intelligatur infinitum esse quod non completive finitur, quin ultra aliquid est accipiendum. Et sic infiniti dies sunt futuri, id est, non sunt tot futuri quin adhuc plures sunt futuri, quia semper est in accipiendo, non in accepto esse.* (…) *Alio modo accipitur 'infinitum' positive, ut intelligatur aliqua multitudo una positiva carens terminis, et hoc non potest esse in rerum natura secundum Aristotelem. Et sic accipiendo 'infinitum' non sunt futuri infiniti dies, quia numquam erit aliqua una multitudo dierum pertransita, quae sit actu infinita. Contra: ostendo, quod hoc secundo modo erunt infiniti dies in actu pertransiti et aliqua una multitudo dierum infinita pertransita. Accipio istam propositionem: 'Omnis dies futura erit praeterita'; ista est vera, ut probatum est. Quaero igitur utrum fiat distributio pro diebus infinitis in actu aut pro diebus finitis tantum. Si dicas pro diebus finitis tantum, cum fiat distributio pro omnibus, igitur omnes sunt finiti et numerus omnium dierum est numerus finitus. Igitur, cum finitum possit esse pertransitum, omnes dies erunt praeteriti, igitur tempus non durabit in aeternum, quod est propositum. Si dicas quod signum universale 'omnis' distribuit pro infinitis, igitur infiniti dies erunt praeteriti; igitur tempus infinitum erit praeteritum*.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

przeciwko twierdzeniu o wieczności świata. Skoro: „nieskończoność nie może być przemierzona", świat nigdy by nie dotrwał do dnia dzisiejszego[67]. Henryk z Harclay nie widzi tutaj żadnej trudności, wskazując, że jedynym dostępnym dla rozważań filozoficznych punktem początkowym jest dzień dzisiejszy[68].

Podobnie dla Hernyka z Harclay nie stanowi problemu zaakceptowanie istnienia wielu nierównych nieskończoności, wpisanych w sposób konieczny w odwiecznie trwający wszechświat. W kwestii *Utrum mundus potuit fuisse ab aeterno* stwierdza on wprost, że nieskończoność może być powiększana i że nieskończoności nie są równe. Wszakże, przy założeniu odwiecznie istniejącego wszechświata, nieskończona ilość obiegów Księżyca musi być koniecznie uznana za dwunastokrotnie większą od nieskończonej ilości obiegów Słońca[69]. Opinię swą Henryk z Harclay umacnia autorytetem Roberta Grosseteste'a, cytując *in extenso* fragmenty jego komentarzy do ksiąg III i IV *Fizyki* Arystotelesa[70].

Jak już wcześniej mówiłem, akceptacja istnienia różnych nieskończoności była w systemie Grosseteste'a konsekwencją uznania złożenia świata z bezwymiarowych elementów niepodzielnych[71]. Henryk z Harclay podobnie twierdził, że: „liczba nieskończona może się mieć do [innej] nieskończonej liczby w dowolnej proporcji, wymiernej albo też niewymiernej"[72]. Twierdzenie to, jak możemy przypuszczać, było zasadniczym argumentem, dla którego Henryk

[67] Bonaventura, *dz. cyt.*: *Impossibile est infinita pertransiri: sed si mundus non coepit, infinitae revolutiones fuerunt: ergo impossibile est illas pertransire: ergo impossibile fuit devenire usque ad hanc*. Zob. Arystoteles, *Analityki wtóre*, I, 22, 82b, s. 286: „ciągu nieskończonego przejść nie można". Zob. także: Arystoteles, *O duszy*, I, 3, 407a, przeł. P. Siwek, Warszawa 1988, s. 59.

[68] Henricus de Harclay, *Utrum mundus potuit fuisse ab aeterno*, s. 758: *Unde si mundus fuisset ab aeterno, non habuisset principium a parte ante, bene tamen haberet terminum a parte post. Sic modo si inciperet in aeternum duraturus, haberet principium, sed nunquam finem*. Zob. także: J.M.M.H. Thijssen, *The Response…*, s. 87.

[69] Henricus de Harclay, *Utrum mundus potuit fuisse ab aeterno*, s. 752: *sequeretur quod infinito possit fieri additio, quia toti tempori infinito pertransito additur dies crastina, et sic infinito esset aliquid maius.* Tamże, s. 760: *Ad propositum ergo, cum additio ista fuit ab aeterno tempore infinito, quod uni revolutioni solis additae sunt 12 revolutiones lunae, sequitur quod nunc sit maior numerus revolutionum lunae quam solis.* Zob. także: J.M.M.H. Thijssen, *The Response…*, s. 88.

[70] Henricus de Harclay, *Utrum mundus poterit durare in aeternum a parte post*, s. 1024–1028.

[71] Zob. rozdział II. 1 powyżej.

[72] Henricus de Harclay, *Utrum mundus poterit durare in aeternum a parte post*, s. 1030: *Credo tamen, sicut alibi diximus, numerum infinitum ad infinitum numerum se posse habere in omni proportione numerali et non numerali*. Zdaniem Thijssena, Henryk z Harclay znajduje w tym punkcie wsparcie także w autorytecie – krytykowanego wszakże – Tomasza z Akwinu. Ten ostatni bowiem w jednej z kwestii *O prawdzie* uznaje, że można ustalić proporcję pomiędzy nieskończonościami, tak samo jak określamy proporcję pomiędzy wielkościami skończonymi. Chociaż więc nie istnieje proporcja pomiędzy nieskończonością a wielkością skończoną, możemy mówić o relacji proporcjonalności (*proportionalitas*) pomiędzy nieskończonościami a wielkościami skończonymi. Akwinata ma tutaj, co prawda, na myśli tylko zależność pomiędzy proporcjami odpowiadającą proporcji 1:1. W opinii Henryka natomiast możemy rozpatrywać dowolne *proportiones* pomiędzy nieskończonościami, odpowiednio do proporcji zachodzących pomiędzy różnymi wielkościami skończonymi. Zob. J.M.M.H. Thijssen, *The Response to Thomas Aquinas…*, s. 89. Zob. św. Tomasz z Akwinu, *Kwestie dyskutowane o prawdzie*, kw. 2, art. 3, s. 86–87.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

z Harclay zdecydował się głosić swoją atomistyczną teorię struktury świata[73]. Jak wyjaśnia jeden z czternastowiecznych krytyków atomizmu, Tomasz Bradwardine (ok. 1295–1349)[74], Harclay nie wyobrażał sobie „innej metody, by zachować proporcję pomiędzy [różnymi] wielkościami ciągłymi, jak tylko przyjąwszy [istnienie różnych] proporcji pomiędzy konstytuującymi je atomami"[75]. Zdaniem Henryka z Harclay, za prawdziwością tezy o złożeniu wszystkich wielkości ciągłych z atomów przemawia również fakt, że gdyby uznać nieskończoną podzielność wielkości ciągłych, musielibyśmy przyjąć taką samą ilość możliwych części tak w większej wielkości, jak i w mniejszej[76].

Konieczność uznania istnienia atomów jako postawowych elementów każdego kontinuum Henryk z Harclay uzasadnia także za pomocą – *de facto* logicznego – argumentu, w którym podstawową rolę odgrywa doskonała boska wszechwiedza. W kwestii *Utrum mundus poterit durare in aeternum a parte post* Henryk z Harclay uznaje za pewne, że Bóg widzi wszystkie punkty, które mogą być wyznaczone w pewnym odcinku[77]. W przedstawionej dalej argumentacji bierze pod uwagę punkt stanowiący początek tego odcinka oraz punkt bezpośrednio po nim następujący. Istnienie punktu początkowego jest dla niego oczywiste samo przez się. Poza tym na pewno znał on *Elementy* Euklidesa, a przecież ten w trzeciej definicji I księgi stwierdza wyraźnie, że: „Końcami linii [tj. odcinka] są punkty"[78]. Konieczność istnienia kolejnego punktu, bezpośrednio stykającego się z pierwszym, Henryk z Harclay uzasadnia zaś następująco:

> Załóżmy, że Bóg usunął jedynie punkt początkowy tego odcinka; odcinek nadal istnieje i aktualnie kończy go pewien punkt. (…) Zatem, skoro mógłby usunąć każdy [kolejny] punkt zachowując odcinek, pozostaje z konieczności przyjąć, że każdy punkt [odcinka] styka się bezpośrednio z punktem [kolejnym][79].

---

[73] Zob. J.E. Murdoch, *Henry of Harclay…*, s. 249.

[74] Podstawowe informacje na temat biografii i poglądów Tomasza Bradwardine'a czytelnik znajdzie w: E. Jung-Palczewska, *Tomasz Bradwardine – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia...*, E. Jung-Palczewska (red.), s. 287–291; a także: E.D. Sylla, *Bradwardine Thomas*, [w:] *The Routlege Encyclopedia of Philosophy*, E. Craig (red.), vol. 1, London−New York 1998, s. 863–867.

[75] Thomas Bradwardine, *Tractatus de continuo*, 155, [w:] J.E. Murdoch, *Geometry and the Continuum in the Fourteenth Century: A Philosophical Analysis of Thomas Bradwardine's 'Tractatus de continuo'*, s. 104*–105* (442–443): *Et non est alia via salvandi proportionem continuorum ad invicem quam secundum proportionem athomorum componentium ipsam primo. Et hanc conclusionem concedunt Lincof [i. e. Robertus Grosseteste] et Henricus, et omnes sic ponentes*. Omówieniu tego traktatu poświęcony jest rozdział IV. 2 niniejszej książki.

[76] Zob. J.E. Murdoch, *Henry of Harclay…*, s. 242.

[77] Henricus de Harclay, *Utrum mundus poterit durare in aeternum a parte post*, s. 1052: *Prophanum est dicere quod Deus modo actualiter non intuetur omne punctum quod potest signari in continuo*.

[78] <Euklides>, *Z księgi I Elementów*, ks. I, def. 3, [w:] *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych*, s. 44.

[79] Henricus de Harclay, *Utrum mundus poterit durare in aeternum a parte post*, s. 1054: *Ponamus igitur quod Deus corrumpat punctum primum lineae tantum; manet linea et habet punctum in*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Twierdzenie, iż składające się na dany – a zatem na każdy dowolny – odcinek punkty stykają się ze sobą bezpośrednio (*immediate*), filozofowie średniowieczni rozumieli tak, że możemy wskazać w nim nieskończenie wiele par punktów, między którymi nie zawiera się ani żaden punkt, ani tym bardziej odcinek. Wedle alternatywnej opinii punkty stykać się mogą pośrednio (*mediate*), czyli między dowolnymi dwoma atomami znajduje się jeszcze przynajmniej jeden punkt[80]. Filozofowie czternastowieczni – a między nimi i Henryk z Harclay – z tą drugą opcją utożsamiali teorię Roberta Grosseteste'a[81]. Zarówno jednak przeciwnicy, jak i zwolennicy atomizmu wskazywali, że jeśli uznamy złożenie wielkości ciągłych z punktów stykających się *mediate*, ostatecznie z koniecznością stwierdzimy, że punkty te muszą się jednak stykać *immediate*[82].

Henryk z Harclay uzasadnia to ostatnie twierdzenie odwołując się do doskonałej boskiej wszechwiedzy. Między każdymi dwoma punktami w danym odcinku – dowodzi – albo mieszczą się jakieś punkty, albo nie. Dotyczy to również dwóch kolejnych punktów początkowych tego odcinka. Skoro jednak – jak już wcześniej stwierdziliśmy – Bóg widzi wszystkie punkty w danym odcinku, to te dwa punkty nie mogą się ze sobą stykać pośrednio. Znaczyłoby to bowiem, że między nimi znajduje się jeszcze jakiś punkt, którego Bóg wcześniej nie widział[83]. To jest oczywiście niemożliwe, a zatem ten i każdy inny odcinek musi składać się z nieskończenie wielu atomów nieposiadających wymiarów i stykających się ze sobą bezpośrednio[84].

Głosząc swoją teorię, Henryk z Harclay miał oczywiście świadomość, że zaprzecza nie tylko powszechnie w jego czasach uznawanym twierdzeniom Arystotelesa, lecz także pewnym podstawowym, zdroworozsądkowym intuicjom matematycznym. Kiedy bowiem wyjaśnia, że tworzące dany odcinek punkty stykają się ze sobą „całość z całością", to jednak łączą się one, jak twierdzi: „stosownie do różnych położeń" (*secundum distinctos situs*)[85]. W swoim

---

actu in suo termino. (…) *Igitur, sicut aliud punctum corrumpere posset sine linea, et relinquitur necessario punctus immediatus puncto.*

[80] Zob. J.E. Murdoch, *Henry of Harclay and the Infinite*, s. 247.

[81] Zob. J.E. Murdoch, *Thomas Bradwardine…*, s. 115, 135.

[82] Zob. na przykład: Thomas Bradwardine, *Tractatus de continuo*, 120, s. 105*–106* (443–444): *SI SIC [I. E., SI OMNE CONTINUUM EX INDIVISIBILIBUS INFINITIS COMPONITUR], ATHOMA CUIUSCUMQUE CONTINUI IMMEDIATE CONIUNGI. Concurrant duo liquida ad continuationem; tunc due prime materie indivisibiles, que prius fuerunt termini illorum corporum liquidorum, non corrumpuntur; nec alia generetur inter eas. Igitur manent ibi immediate, igitur et puncta quantitatis situata in illis.*

[83] Henricus de Harclay, *Utrum mundus poterit durare in aeternum a parte post*, s. 1052: *Accipio igitur primum punctum in linea incoativum lineae; Deus videt illum punctum et quodlibet aliud punctum ab isto in hac linea usque ad illum punctum immediatorem quem Deus videt. Intercipit alia linea aut non? Si non, igitur Deus videt hunc punctum esse alteri immediatum. Si sic, igitur cum in linea possint signari puncta, illa puncta media non erant visa a Deo*. Zob. także przypis 79 powyżej.

[84] J.E. Murdoch, *Henry of Harclay and the Infinite*, s. 243.

[85] Henricus de Harclay, *Utrum mundus poterit durare in aeternum a parte post*, s. 1058: *Si tamen indivisibile applicetur immediate ad indivisibile secundum distinctum situm, potest magis*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

przekonaniu omija tym samym jeden z zasadniczych kontrargumentów Stagiryty, dotyczący stykania się bytów niepodzielnych. W *Fizyce* Arystotelesa czytamy wszak, że:

> Jeżeli to, co ciągłe, składa się z punktów, to punkty te muszą być ciągłe, albo muszą się wzajemnie stykać; (…) a stykać się może jedynie całość z całością albo część z częścią, albo część z całością. Skoro jednak rzeczy niepodzielne nie mają części, muszą się wzajemnie stykać, tak jak całość z całością. A jeżeli stykają się wzajemnie, tak jak całość z całością, nie mogą tworzyć kontinuum, bo to, co ciągłe, ma odrębne części oddzielone od siebie przestrzenią[86].

Twierdząc, że punkty w kontinuum łączą się ze sobą „stosownie do różnych położeń", Henryk z Harclay w swoim mniemaniu pozbywa się także konsekwencji uznanego w geometrii twierdzenia, że w wyniku nałożenia dwóch przystających wielkości nie uzyskamy żadnej innej wielkości[87]. Jak jednak rozumieć stykanie się atomów *secundum distinctos situs*? Odpowiedzi na to pytanie dostarcza analiza zaproponowanych przez Henryka z Harclay rozwiązań wysuwanych przeciw jego twierdzeniom argumentów.

Rozpatruje on między innymi następujący zarzut: kiedy zgodzimy się, że wszystkie wielkości zbudowane są z elementów niepodzielnych, musimy także uznać, że nie wszystkie odcinki można podzielić dokładnie na pół, tych bowiem, w których liczba atomów jest nieparzysta, podzielić tak nie można. Odpowiada na to, że każdy odcinek i każda wielkość da się podzielić na dwie równe części, ponieważ nadwyżka w jednej z połówek w postaci jednego punktu jest po prostu niezauważalna, a zatem można ją pominąć[88]. Jest to oczywiście, jak wskazuje John Murdoch, zastosowanie fizykalnego rozumienia pojęcia równości na gruncie matematyki[89].

Fizykalizm koncepcji Henryka z Harclay ujawnia się również w nieco innym aspekcie, mianowicie kiedy rozpatruje on najpopularniejszy z geometrycznych argumentów przeciwko atomizmowi, czyli porównanie długości przekątnej i boku tego samego kwadratu[90]. Przynajmniej od czasów pitagorejczyków wiadomo, że odcinki te są wzajemnie niewspółmierne. A to znaczy, że nie mogą one być jednocześnie różnymi wielokrotnościami tej samej wielkości[91]. W śre-

---

facere secundum situm. Et ego dico quod puncta duarum linearum se tangentium in confinio contactus habent distinctos situs (…), *et ideo aliquid maius faciunt extensive.* Zob. także, J.E. Murdoch, *Henry of Harclay and the Infinite*, s. 243.

[86] Arystoteles, *Fizyka*, VI, 1, 231a–b, s. 131

[87] J.E. Murdoch, *Thomas Bradwardine…*, s. 111–112.

[88] Henricus de Harclay, *Utrum mundus poterit durare in aeternum a parte post*, s. 1074: *Et tunc cum arguitur quod linea dividatur in partes equales, oportet dicere quod non omnis linea possit dividi in duo media, sicut nec numerus impar. Tamen, quia punctus non facit sensibilem differentiam nec crementum super lineam, censentur duae lineae equales, licet una superet aliam in puncto*.

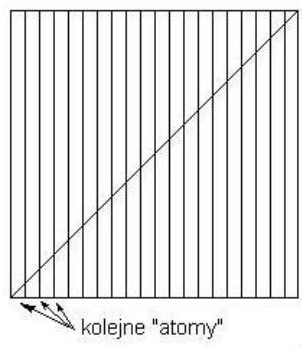
[89] J.E. Murdoch, *Henry of Harclay and the Infinite*, s. 246.

[90] Zob. rozdziały II. 4 i II. 5 poniżej.

[91] Zob. Euclid, *The Thirteen Books of the Elements*, sir Thomas L. Heath (opr. i przekł. ang.), t. 3 (ks. X–XIII), New York 1956, s. 1–2.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

dniowieczu rozumowanie to przybrało swoistą geometryczną formę, po raz pierwszy zaprezentowaną przez Rogera Bacona[92]. Argumentacja przebiegała zazwyczaj następująco: jeśli boki pewnego kwadratu składają się z atomów, to w każdym boku musi być ich tyle samo. Przeprowadźmy zatem od każdego z atomów składających się na jeden z boków odcinek prostej prostopadłej do tego boku. Końcami tych wzajemnie równoległych i równo odległych odcinków są położone naprzeciw siebie atomy, budujące boki tego kwadratu. Otrzymane w opisany sposób odcinki przechodzą oczywiście przez przekątną kwadratu. Jednak albo przecinają ją w tylu miejscach, czyli przechodzą przez dokładnie tyle samo atomów, z ilu składa się bok tego kwadratu, albo co pewną, ale zawsze taką samą liczbę atomów, na przykład: co drugi. Zarówno w jednym, jak i w drugim przypadku przekątna i bok okazują się być współmierne (zob. rys. 1).



Rys. 1.

Analizując ten argument, Henryk z Harclay stwierdza, że przeprowadzone pomiędzy przeciwległymi bokami wzajemnie równoległe odcinki przecinają przekątną ukośnie (*oblique*). Tym samym obejmują więcej, niż gdyby przechodziły przez nią prostopadle, a zatem – na tej podstawie – nie musimy uznawać, że przekątna danego kwadratu jest współmierna z jego bokiem[93]. Wynika stąd

[92] Zob. Roger Bacon, *Dzieło większe*, tłum. T. Włodarczyk, Kęty 2006, s. 171–172. Bacon nie wskazuje, przeciw czyim opiniom kieruje swoją argumentację. Spośród autorów trzynastowiecznych jedynie Idzi Rzymianin, w komentarzu do *Fizyki* Arystotelesa, przedstawia swoją koncepcję *minimum naturale*, którą można uznać za swego rodzaju atomizm. Jest jednak mało prawdopodobne, żeby Bacon miał okazję zapoznać się z pomysłami Idziego. Co więcej, ten ostatni uznaje, że kontinuum matematyczne jest jednak podzielne w nieskończoność. Musimy zatem przyjąć, że Roger Bacon przedstawia powyższy dowód jedynie z kronikarskiego obowiązku. Zob. P. Duhem, *Medieval Cosmology. Theories of Infinity, Place, Time, Void, and the Plurality of Worlds*, R. Ariew (opr. i przekł. ang.), Chicago−London 1985, s. 38–39; C. Trifogli, *Matter and Form in Thirteenth-Century Discussions of Infinity and Continuity*, [w:] *The Dynamics of Aristotelian Natural Philosophy from Antiquity to the Seventeenth Century*, C. Leijenhorst, Ch. Lüthy. J.M.M.H. Thijssen (red.), Leiden−Boston−Köln 2002, s. 176–178, 181.

[93] Henricus de Harclay, *Utrum mundus poterit durare in aeternum a parte post*, s. 1066: *Si portio lineae oblique caderet inter lineas aequidistantes, multo maior intercipitur quam alia recte cadens. Ita dico quod est de puncto. Nam inter lineas aequidistantes et immediate se habentes non*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

jednoznacznie, że zdaniem Henryka z Harclay odcinki muszą posiadać pewną szerokość. Potwierdzeniem tego wniosku może być rozwinięcie powyższego rozumowania[94]: jeśli bowiem poprowadzone w kwadracie w opisany wyżej sposób odcinki równoległe obejmują więcej niż jeden atom przekątnej, to od zawartego między nimi punktu można by poprowadzić między tamtymi odcinkami kolejny, do nich równoległy[95]. Henryk z Harclay stwierdza zaś krótko, że między wcześniej wyznaczonymi odcinkami po prostu nie zmieści się żaden inny do nich równoległy[96]. Możemy więc *per analogiam* przyjąć, że według niego atomy także mają jakąś, choć na pewno pozostającą poza ludzkim postrzeganiem, rozciągłość.

Zaskakujący wydawać się może fakt, że Henryk z Harclay dowodził istnienia atomów jedynie na gruncie logiki i geometrii. Musimy jednak pamiętać, że idee przezeń głoszone były w znacznym stopniu inspirowane teoriami Grosseteste'a. Według tego ostatniego zaś – przynajmniej w odniesieniu do struktury rzeczywistości – prawa przyrody są tożsame z prawami geometrii[97]. Zresztą każdy spośród czternastowiecznych filozofów biorących udział w sporze o istnienie wielkości niepodzielnych przyjmował izomorfizm wszystkich wielkości ciągłych – zarówno w przyrodzie, jak i na gruncie geometrii – realizując *de facto* jeden z postulatów Arystotelesa[98].

Warto tutaj podkreślić, że zdaniem Henryka z Harclay prawa geometrii obowiązują jedynie warunkowo, będąc podporządkowane ograniczeniom narzuconym przez świat fizyczny. Według tego myśliciela nie można, na przykład, zbudować trójkąta równobocznego o dowolnie długiej podstawie. Gdyby bowiem podstawą takiego trójkąta uczynić średnicę wszechświata, jego wierzchołek musiałby się znaleźć poza wszechświatem – czyli nigdzie[99]. Pomimo to przyj-

---

posset intercipi punctus secundum situm rectum, et tamen posset secundum obliquum. Et licet istud videtur mirabile de puncto, cum sit indivisibilis, tamen istud est necessario verum.

[94] Rozwinięcie to było najprawdopodobniej odpowiedzią na jeden z geometrycznych argumentów przeciw atomizmowi skonstruowanych przez Jana Dunsa Szkota. Zob. rozdział II. 5 poniżej.

[95] Zob. rys. 5. poniżej.

[96] Henricus de Harclay, *Utrum mundus poterit durare in aeternum a parte post*, s. 1068: *Sed in hoc loco non est hoc possibile, quia lineae illae sunt tam propinquae quod secundum illum situm non possent esse propinquiores; ideo aequidistans linea intercipi non potest*.

[97] Zob. rozdział II. 1 powyżej.

[98] Zob. rozdział I niniejszej książki. Zob. także dla przykładu: Thomas Bradwardine, *Tractatus de continuo*, s. 41*(379), 30 – *SI UNUM CONTINUUM HABEAT ATHOMA IMMEDIATA ET INFINITA SIVE FINITA, QUODLIBET SIC HABERE*; 31 – *SI UNUM CONTINUUM EX INCIVISIBILIBUS COMPONATUR SECUNDUM ALIQUEM MODUM, ET QUODLIBET SIC COMPONI; ET SI UNUM NON COMPONITUR EX ATHOMIS, NEC ULLUM*. Co ciekawe, filozofowie średniowieczni – jak się wydaje – przeoczyli, zawarte w komentarzu Awerroesa do *Fizyki* twierdzenie, że kontinua fizyczne i geometryczne posiadają różne własności. Zob. E.D. Sylla, *Thomas Bradwardine's 'De continuo' and the Structure of Fourteenth-Century Learning*, s. 157.

[99] Henricus de Harclay, *Utrum mundus poterit durare in aeternum a parte post*, s. 1068: *Prima propositio primi libri Euclidis dicit quod super datam lineam contingit triangulum aequilaterum collocare, et tamen super diametrum mundi hoc non potest fieri, quia conus trianguli esset extra caelum. Quod non intendit Euclides hoc probare, sed tantum dare artem faciendi triangulum equilaterum super lineam datam in loco ubi est possibile fieri*.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

mował on jednak – jak to wynika z przedstawionych argumentacji – że prawa geometrii, choć wtórne wobec rzeczywistości, opisują ją adekwatnie i powinny być uznawane przez każdego filozofa za jedne z podstawowych.

Henryk z Harclay na pewno miał świadomość, że zaproponowane przezeń wyjaśnienie struktury rzeczywistości jest sprzeczne zarówno z wieloma twierdzeniami Arystotelesa, jak i z wieloma prawami Euklidesowej geometrii, którym przypisywano wszakże walor absolutnej konieczności. Pomimo to, podsumowując swoje rozważania, nie waha się stwierdzić, że:

> Powyżej przedstawione rozumowania [mające na celu dowieść złożenia wielkości ciągłych ze stykających się bezpośrednio atomów], chociaż są zgodne z drogą obraną przez Arystotelesa w bardzo niewielkim stopniu, (…) silniej przekonują mnie o prawdzie rzeczy niż argumenty przeciw [tej opinii, nawet] mimo, że racje Arystotelesa i innych są bardzo trudne [do obalenia] – niewątpliwie dlatego, że umysł nasz wpada w otępienie, próbując pojąć nieskończoność i nieskończony podział kontinuum[100].

Uznanie takiej antyarystotelesowskiej i antyeuklidesowej koncepcji zostało jednak – jak mówiliśmy – ufundowane przez Henryka z Harclay zarówno na logice, jak i na teologii[101]. „Chociaż bowiem – pisze – mój intelekt nie pojmuje, w jaki sposób wielkość ciągła składa się z wielkości niepodzielnych stykających się ze sobą bezpośrednio, to jednak intelekt boski pojmuje to z całą pewnością”[102]. Odwołanie do boskiej wiedzy czy też zdolności poznawczych sprawia, że rozumowania zaprezentowane przez Henryka z Harclay stanowiły jeszcze większe wyzwanie dla tych, którzy chcieli zachować wartość filozofii przyrody Arystotelesa i geometrii Euklidesowej[103]. Było to tym trudniejsze, że zaproponowany przez Henryka atomizm stanowił w pewnym sensie jednolite wyjaśnienie rzeczywistości. Ujednolicenie to dotyczy nie tylko – postulowanej już przez Grosseteste’a – matematycznej metody wyjaśniania. Postulat istnienia wielkości niepodzielnych budujących całą rzeczywistość przez odwołanie do boskiej wszechwiedzy łączył filozofię przyrody Henryka z Harclay z teologią. Ponadto z powodzeniem mógł zostać wpisany w Arystotelesowską koncepcję *minima naturalia*. Należy wszak pamiętać, że choć z jednej strony Arystoteles uznawał podzielność wielkości ciągłych *in infinitum*, to z drugiej strony twierdził, że rzeczywiste ciała nie mogą być dzielone na dowolnie małe części bez utraty swoich własności substancjalnych[104]. Odnosząc się do tego twierdzenia, niektórzy spośród filozofów trzynastowiecznych wskazywali, że nieskończona

[100] Henricus de Harclay, *Utrum mundus poterit durare in aeternum a parte post*, s. 1054: *Istae rationes et aliae supra tactae magis movent me in rei veritate quam rationes in oppositum, quantumcunque concordent cum processu Aristotelis, et licet rationes Aristotelis et aliorum sint multum difficiles, sine dubio quia intellectus noster hebes est in intelligendo continuum dividi in infinitum vel intelligendo infinitum*.

[101] Zob. przypisy 77, 79 i 83 powyżej.

[102] Henricus de Harclay, *Utrum mundus poterit durare in aeternum a parte post*, s. 1052: *Licet enim meus intellectus non comprehendit quomodo continuum componitur ex indivisibilibus immediate se habentibus, tamen intellectus divinus hoc necessario comprehendit*.

[103] Zob. E.D. Sylla, *God, Indivisibles, and Logic…*, s. 71.

[104] Zob. Arystoteles, *Fizyka*, I, 4, 187b, s. 34–35; tenże, *O duszy*, II, 4, 416a, s. 84.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

podzielność dotyczy realnie istniejących bytów tylko w aspekcie rozciągłości, tj. wielkości lub wymiarów. Byty fizyczne *de facto* nie są w tym sensie ciągłe, ponieważ można je podzielić tylko na skończoną liczbę zachowujących substancjalną tożsamość części. Graniczna minimalna wielkość tych części jest określona przez formę substancji, której podział rozpatrujemy[105]. Według Henryka z Harclay każde kontinuum zbudowane jest z nieskończenie wielu elementów niepodzielnych, ale już według nieco odeń młodszego oksfordczyka, Waltera Chattona (ok. 1290–1343), którego teoria stanowiła w zasadzie tylko modyfikację atomizmu Henryka z Harclay, dowolną wielkość ciągłą konstytuuje właśnie skończenie wiele takich elementów[106].

Edith Sylla twierdzi, że wnioski, do których doszedł Henryk z Harclay, wzbudzały wątpliwości i spotkały się z tak ostrą krytyką, ponieważ zaprzeczały zarówno Euklidesowi, jak i Arystotelesowi[107]. Jednak, jak wykazałem, koncepcja atomistyczna może być uznana za w pewnym stopniu zgodną z arystotelesowską filozofią przyrody. Wszakże z twierdzeń zawartych w dziełach Stagiryty bezpośrednio wynika jeden z jej najstotniejszych elementów – istnienie granicznie małych fragmentów dowolnej substancji materialnej. Powód, dla którego tak wielu myślicieli czternastowiecznych podejmowało próby wykazania, że atomizm jest nie do przyjęcia, musiał być zatem odmienny. Najbardziej prawdopodobną przyczyną tak silnej krytycznej reakcji na atomizm wydaje się raczej głoszony przez Henryka z Harclay postulat istnienia w świecie różnych, aktualnie nieskończonych mnogości. Zaakceptowanie możliwości zaistnienia nieskończoności w świecie stworzonym prowadziło do uznania przynajmniej za prawdopodobną koncepcji odwiecznego istnienia świata. To zaś podważało dogmat o stworzeniu świata w czasie[108]. Bardziej ortodoksyjnie nastawionym myślicielom było zaś łatwiej (i bezpieczniej) próbować podważyć tezę o istnieniu atomów niż zająć się problemem nieskończoności. Wobec niej wszakże „umysł nasz wpada w otępienie", a przecież nieskończoność niewąt-

[105] Poglądy takie głosił między innymi Idzi Rzymianin w swoim komentarzu do *Fizyki* Arystotelesa. Zob. C. Trifogli, *dz. cyt.*, s. 176.

[106] Zob. Walter Chatton, *Quaestio utrum quantum et continuum componantur ex indivisibilibus sicut ex partibus integrantibus*, J.E. Murdoch, E.A. Synan (wyd.), „Franciscan Studies" 26(1966), s. 234–266. Zob. także: E.D. Sylla, *God, Indivisibles, and Logic…*, s. 71. Informacje na temat biografii i poglądów Waltera Chattona czytelnik znajdzie w: S.F. Brown, *Chatton Walter*, [w:] *Routledge Encyclopedia of Philosophy*, t. 4, London– New York, s. 292–294.

[107] E.D. Sylla, *God, Indivisibles, and Logic…*, s. 71.

[108] Jako potwierdzenie tej tezy może służyć dyskusja, którą w szczegółach przedstawiona jest w dalszej części niniejszej książki. Otóż, wspominany już oksfordzki teolog, Tomasz Bradwardine, w swoim największym dziele – traktacie *De causa Dei*, którego powstanie datuje się na rok 1344 – poświęca sporo miejsca na wykazanie fałszywości koncepcji nieskończoności wypracowanej przez Ryszarda Kilvingtona. W ramach tejże Kilvington dowodził istnienia w świecie stworzonym różnych nieskończoności aktualnych. Bradwardine natomiast, na co szczególnie trzeba zwrócić tutaj uwagę, przeprowadza krytykę tego właśnie pomysłu Kilvingtona w kontekście obszerniejszej dyskusji na temat wieczności wszechświata. Zob. rozdział IV. 3. 1 poniżej, a także: R. Podkoński, *Thomas Bradwardine's critique of 'Falsigraphus's' concept of actual infinity*, „Studia Antyczne i Mediewistyczne", 1(2003), s. 141–154.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

pliwie istnieje, skoro: „nie jest niepojęta dla Tego, którego zdolność pojmowania wykracza poza wszelką liczbę" – jak pisał św. Augustyn[109].

Poza teologią, jedyną dziedziną ówczesnej wiedzy nie do końca zgadzającą się z atomistycznym obrazem rzeczywistości Henryka z Harclay była – jak wskazałem powyżej – geometria. Na pewno miał on świadomość tej niezgodności, a uznanie praw geometrii za warunkowe raczej nie było dobrym rozwiązaniem tej trudności. Wszakże właśnie za pomocą geometrii dowodził on istnienia stykających się bezpośrednio punktów, składających się na dowolny odcinek[110]. Odbierając zaś twierdzeniom geometrii walor absolutnej konieczności, stawiał fundamentalne dla swojego systemu rozumowanie pod znakiem zapytania. Najsłabszym punktem koncepcji Henryka z Harclay była zatem jej nieprzystawalność do praw geometrii i być może dlatego współcześni mu przeciwnicy atomizmu do geometrii właśnie się odwoływali. Byli jednak i tacy, którzy woleli wykazać fałsz rozumowań Henryka z Harclay pozostając na gruncie logiki.

Można zaryzykować twierdzenie, że myśliciel ten sam wskazał dwa główne nurty krytyki atomizmu: logikę i geometrię. Zanim jednak przejdę do kontrargumentów natury geometrycznej, najpierw pokrótce przedstawię *stricte* logiczne próby sfalsyfikowania głoszonej przez Henryka z Harclay koncepcji, zachowując tym samym historyczną kolejność krytyk.

II.4. Logika przeciw atomizmowi – Wilhelm z Alnwick i Wilhelm Ockham

Według Johna Murdocha jednym z pierwszych, którzy podjęli się wykazania fałszywości atomistycznej koncepcji struktury wielkości ciągłych wypracowanej przez Henryka z Harclay był współczesny mu franciszkański filozof, Wilhelm z Alnwick (ok.1275–1333)[111]. Co godne uwagi, inni krytycy myśli Henryka z Harclay zazwyczaj nie odwoływali się bezpośrednio do jego tekstów, tylko czerpali jego twierdzenia filozoficzne właśnie z pism Wilhelma[112]. Zawierające krytykę atomizmu *Determinationes* tego autora pomogły również Johnowi Murdochowi odnaleźć drugą z omawianych wyżej kwestii Henryka z Harclay: *Utrum mundus poterit durare in aeternum a parte post*[113]. Chociaż zaprezentowana przez Wilhelma z Alnwick argumentacja jest właściwie nietrafna, to jednak należy o niej wspomnieć. Obrazuje ona bowiem doskonale jedną z charakterystycznych dla czternastowiecznych filozofów oksfordzkich metod postępowania naukowego, mianowicie wykorzystanie analiz logiczno-semantycznych do rozwiązywania problemów z zakresu filozofii przyrody.

[109] Zob. przypisy 100 i 102 powyżej. Zob. także: św. Augustyn, *O państwie Bożym*, tom II, przeł. W. Kornatowski, Warszawa 2003, s. 107.
[110] Zob. przypisy 79 i 83 powyżej.
[111] Zob. J.E. Murdoch, *Henry of Harclay and the Infinite*, s. 221–222.
[112] Zob. tamże, s. 221; E.D. Sylla, *God, Indivisibles, and Logic…*, s. 75.
[113] Zob. rozdział II. 3 powyżej.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Wilhelm z Alnwick rozpoczyna krytykę atomizmu Henryka z Harclay od analizy podstawowego dowodu na istnienie stykających się ze sobą bezpośrednio punktów w każdym odcinku. Henryk z Harclay – przypomnijmy – odwołując się do doskonałej boskiej wszechwiedzy, wskazywał, że jeśli Bóg odróżnia wszystkie punkty w dowolnym, danym odcinku wyjściowym, to pomiędzy pierwszym a bezpośrednio po nim następującym punktem nie może znajdować się żaden odcinek. W przeciwnym bowiem wypadku w odcinku tym dałoby się wyznaczyć kolejne punkty, których Bóg jednak wcześniej nie wyróżnił. Tym samym musielibyśmy zaprzeczyć Jego doskonałości, co jest oczywiście niedopuszczalne[114].

Wilhelm z Alnwick zauważa, że jedno z założeń przedstawionego przez Henryka wnioskowania musi być fałszywe, ponieważ prowadzi do sprzeczności. W relacji Wilhelma z Alnwick rozumowanie Henryka z Harclay przebiega następująco: rozpoczyna je analiza obydwu możliwych odpowiedzi na pytanie: czy można wyznaczyć odcinek pomiędzy punktem początkowym i każdym innym punktem w danym odcinku? Odpowiedź przecząca wskazuje na to, że istnieje punkt stykający się bezpośrednio z punktem początkowym – bowiem między takimi punktami nie zawiera się jakikolwiek odcinek. Odpowiedź twierdząca prowadzi zaś do uznania, że między punktem początkowym a bezpośrednio po nim następującym zawiera się pewien odcinek. Wówczas jednak w odcinku tym możemy wyznaczyć kolejne, niewyróżnione wcześniej punkty. Zatem punkt bezpośrednio nastepujący po punkcie początkowym rozpatrywanego odcinka wyjściowego nie następowałby bezpośrednio, co jest oczywiście sprzeczne. Nie pozostaje więc nic innego, jak przyjąć, że punkty w odcinku stykają się ze sobą bezpośrednio, a zatem, że nie można wyznaczyć odcinka między punktem początkowym a każdym dowolnie wybranym punktem tego wyjściowego odcinka. Jednak podczas gdy – stwierdza Wilhelm – prawdziwe jest zdanie:

(1) Między punktem początkowym [danego] odcinka a każdym innym punktem tego odcinka widzianym przez Boga znajduje się pewien odcinek (*Inter primum punctum linee et omnem alium punctum eiusdem linee cognitum a Deo est linea media*),

to zdanie:

(2) Znajduje się [pewien] odcinek między punktem początkowym a każdym innym punktem danego odcinka widzianym przez Boga (*Est linea media inter primum punctum et omnem alium punctum eiudem linee visum a Deo*);

jest fałszywe. A właśnie to drugie zdanie pełni u Henryka – według Wilhelma z Alnwick – funkcję pierwotnego założenia argumentacji, prowadzącej do uznania istnienia bezpośrednio stykających się ze sobą punktów w każdym odcinku[115].

[114] Zob. przypis 83 powyżej.

[115] Gullielmus de Alnwick, *Determinatio*, 2, MS Vat. Pal. lat 1805, f. 14r–v, za: J.E. Murdoch, *Naissance et Développement de l'Atomisme au Bas Moyen Âge Latin*, „Cahiers d'études médiévales II: La science et la nature: théories et pratiques", Montreal−Paris 1974, s. 26, przypis 41: *Dico autem breviter quod ista est vera, 'Inter primum punctum linee et omnem alium punctum*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Wilhelm twierdzi, że chociaż w obydwu powyższych zdaniach termin ‘pewien odcinek’ jest w supozycji personalnej, to zdanie (2) nie może być traktowane jako równoważne zdaniu (1). W zdaniu (1) supozycja jest zupełnie nieokreślona (*confusa tantum*), podczas gdy w zdaniu (2) jest określona (*determinata*)[116]. Zdanie (1) nie dotyczy tylko jednego, określonego odcinka, lecz może odnosić się do każdego spośród wielu różnych odcinków, które da się wyznaczyć wewnątrz danego odcinka. Zdanie (2) natomiast wskazuje na dokładnie jeden odcinek. Jednak takiego odcinka, który zawierałby się pomiędzy początkowym a każdym, a zatem wszystkimi pozostałymi punktami, nie da się skonstruować – stwierdza Wilhelm z Alnwick. Co więcej, jego zdaniem, w przedstawionym powyżej wnioskowaniu Henryka z Harclay termin ‘pewien odcinek’ musi oznaczać jeden określony odcinek między punktem początkowym a bezpośrednio kolejnym punktem danego odcinka wyjściowego[117]. Wilhelm z Alnwick zarzuca zatem Henrykowi błąd logiczny, polegający na uznaniu prawdziwości pewnego twierdzenia przez utożsamienie go w sposób nieuprawniony z innym, choć na pierwszy rzut oka równoważnym mu, twierdzeniem prawdziwym. Ponieważ zaś to błędnie uznane za prawdziwe zdanie jest podstawą całego systemu zbudowanego przez Henryka z Harclay, tym samym wszystkie wyprowadzone zeń wnioski stają się wątpliwe.

Jak wskazuje Edith Sylla, przeprowadzona przez Wilhelma z Alnwick krytyka była nie całkiem uczciwa. Kiedy bowiem Henryk z Harclay jednoznacznie wyróżnia pierwszy punkt następujący po punkcie początkowym danego odcinka wyjściowego, Wilhelm mówi o dowolnym spośród znajdujących się w tym odcinku punktów. Poza tym, jeśli dokładnie odczytać krytykowaną argumentację Henryka, nie można nie przeoczyć tego, że opisany w zdaniu (2) „odcinek między punktem poczatkowym a każdym innym punktem danego odcinka” można wyznaczyć bez trudności, o ile termin ‘każdy inny punkt danego odcinka’ potraktujemy jako nazwę zbioru: „odcinek pomniejszony względem odcinka wyjściowego o punkt początkowy tegoż”[118]. Co więcej, sam Wilhelm z Alnwick w ramach opisanej tutaj krytyki również popełnia błąd. Twierdzi bowiem, że zdanie (2) dopuszcza możliwość wyznaczenia odcinka między danym punk-

---

eiusdem linee cognitum a Deo est linea media’. Quelibet enim singularis est vera, et eius etiam contradictoria est falsa. Et hoc ideo est, quia ‘linea media’ in predicato sequens mediate signum universalem stat confuse tantum. Hec tamen est falsa: ‘Est linea media inter primum punctum et omnem alium punctum eiusdem linee visum a Deo’, quia nulla est linea media inter primum punctum et omnem alium punctum visum a Deo. Non enim contingit dare aliquam talem lineam mediam, sic enim mediaret inter primum punctum et seipsam; nec illa linea esset visa a Deo. Et ideo cum infertur: ‘Si sic, igitur cum in linea possent puncta signari, et cetera,’ ibi ‘linea’ stat particulariter: et ideo arguitur a superiori ad inferius affirmative et sic fit fallacia consequentis. Similiter arguitur a termino stante confuse tantum ad eundem terminum stantem determinate sive particulariter, et commutatur quale quid in hoc aliquid, et fit fallacia figure dictionis.

[116] Na temat różnych rodzajów supozycji, zob. na przykład: E. Jung-Palczewska, *Filozofia XIV wieku*, s. XX–XXI.

[117] Zob. E.D. Sylla, *God, Indivisibles, and Logic…*, s. 75–76, przyp. 18.

[118] Zob. tamże, s. 78.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

tem początkowym a nim samym, nie zauważając najwyraźniej, iż w analizowanym przezeń twierdzeniu znajduje się sformułowanie „każdy z pozostałych punktów" (*omne aliud punctum*)[119]. Nie zmienia to jednak faktu, że w pismach wielu kolejnych filozofów oksfordzkich odnajdziemy nawiązania do przeprowadzonej przez Wilhelma z Alnwick krytyki atomizmu. Szczególnie wyraźne odwołanie do wykorzystanej przezeń metody logiczno-semantycznej napotkamy w *Expositio* Wilhelma Ockhama do *Fizyki*.

Niewątpliwie najsłynniejszy i powszechnie uważany za najbardziej nowatorskiego spośród średniowiecznych myślicieli oksfordzkich, Wilhelm Ockham (ok. 1280–1349), również podjął się krytyki atomizmu[120]. Wykorzystując tę samą metodę argumentacji co Wilhelm z Alnwick, odniósł ją także do innego problemu, uwikłanego w dyskusję na temat struktury wielkości ciągłych: kwestii istnienia nieskończoności. Obrana przez Ockhama droga ostatecznie doprowadziła go do oryginalnych wniosków, które przeniosły przedstawioną tutaj dyskusję na zupełnie inny poziom rozważań.

Wilhelm Ockham, w odróżnieniu od Wilhelma z Alnwick, nie wskazuje przeciw czyim rozważaniom skierowana jest jego argumentacja. Dzięki temu nabiera ona uniwersalnego charakteru, będąc jednocześnie stanowczo lepszą od pierwowzoru. Ockham rozważa dwa następujące twierdzenia:

(3) Od każdej wielkości istnieje [pewna] wielkość mniejsza. (*Omni magnitudine est minor magnitudo*).

(4) Istnieje pewna wielkość mniejsza od każdej wielkości. (*Aliqua magnitudo est minor omni magnitudine*)[121].

Podobieństwo tych dwóch zdań do rozpatrywanych przez Wilhelma z Alnwick (1) i (2) jest wyraźne. Tutaj także mamy do czynienia z dwoma różnymi odmianami supozycji personalnej w odniesieniu do terminu: 'pewna wielkość mniejsza'. W zdaniu (3) mamy supozycję zupełnie nieokreśloną (*confusa*

[119] Zob. tamże, s. 77.

[120] Informacje na temat biografii i poglądów Wilhelma Ockhama czytelnik znajdzie, między innymi w: E. Jung-Palczewska, *Wilhelm Ockham – Wprowadzenie*, s. 193–202; zob. także: P.V. Spade, *William of Ockham*, [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2002 Edition), Edward N. Zalta (red.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/fall2002/entries/ockham/>.

[121] Gullielmus de Ockham, *Expositio super libros Physicorum*, III, t. 61: *Est autem istis adiciendum quod quamvis haec sit vera: 'omni magnitudine est minor magnitudo', haec tamen est impossibilis: 'aliqua magnitudo est minor omni magnitudine'. Ista enim est vera: 'omni magnitudine est minor magnitudo', quia est una universalis cuius quaelibet singularis est vera. Haec tamen est falsa: 'aliqua magnitudo est minor omni magnitudine', quia est una particularis cuius quaelibet singularis est falsa.*

Warto zauważyć, że zdanie (3) brzmi po polsku raczej sztucznie i dopiero przekład na język logiki kwantyfikatorów ujawnić może różnicę pomiędzy obydwoma powyższymi sformułowaniami. Jeżeli przyjmiemy, że zmienne x, y oznaczać będą wielkości, zdanie (3) będzie miało postać:
$\forall x \exists y (y<x)$;
natomiast zdanie (4):
$\exists y \forall x (y<x)$.
W zdaniach tych zatem następuje zmiana kolejności kwantyfikatorów.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

tantum), natomiast w zdaniu (4) określoną (*determinata*). Jak wyjaśnia John Murdoch, jeżeli pewien termin występuje w zdaniu w *suppositio determinata*, wówczas, wedle Ockhama i innych filozofów średniowiecznych, możemy dokonać rozkładu tego zdania na pewne zdania szczegółowe połączone dysjunktywnie[122]. Zdanie (4) można zatem rozłożyć na zdanie: „Ta oto wielkość jest mniejsza od każdej wielkości albo tamta wielkość jest mniejsza od każdej wielkości, albo tamta inna wielkość jest mniejsza od każdej wielkości itd.". Jeśli jednak zdanie (4) jest prawdziwe, to musimy tym samym przyjąć, że jeden z członów tej dysjunkcji jest prawdziwy. Musimy zatem uznać, że istnieje pewna określona wielkość mniejsza od każdej wielkości. Jednakże zdaniem Ockhama zdań (3) i (4) nie możemy utożsamiać[123].

Zdanie (3) jest oczywiście prawdziwe i zgodne z Arystotelesową definicją wielkości ciągłej jako tego, „co jest podzielne na części podzielne, tzn. podzielne w nieskończoność"[124]. Jakkolwiek małą wielkość będziemy rozpatrywać, zawsze można ją podzielić na części, które będą od niej mniejsze. Zdanie (4) można natomiast odczytywać jako wyrażenie hipotezy o istnieniu najmniejszych wielkości niepodzielnych. Wilhelm Ockham w prosty sposób wykazuje, że twierdzenie takie jest w sposób konieczny fałszywe. W zdaniu tym bowiem termin 'każda wielkość mniejsza' możemy zastąpić również terminem 'wielkość mniejsza od każdej wielkości', a zatem przekształcić je w zdanie:

(5) Istnieje wielkość mniejsza od wielkości mniejszej od każdej wielkości[125],

z którego można wywnioskować, że wielkość mniejsza od każdej wielkości musiałaby być, jak stwierdza Ockham: „mniejsza od siebie samej" (*minor seipsa*)[126]. Taki byt jest zaś wewnętrznie sprzeczny. Wszyscy współcześni mu filozofowie – zarówno zwolennicy, jak i przeciwnicy atomizmu – byli zgodni co do tego, że: „[Stwórczej] mocy boskiej można przypisywać wszystko, o czym wiadomo, że nie zawiera sprzeczności lub takowej się w nim nie odnajduje"[127].

---

[122] Zob. J.E. Murdoch, *William of Ockham and the Logic…*, s. 197–198.

[123] Gullielmus de Ockham, *Expositio super libros Physicorum*: *Et ratio diversitatis est quia in ista: 'omni magnitudine est minor magnitudo' ly 'minor magnitudo' supponit confuse tantum propter signum universale praecedens a parte subiecti, et ideo ad veritatem sufficit quod ista magnitudine sit una magnitudo minor et illa magnitudine sit una alia magnitudo minor et sic de aliis. Sed in ista: 'aliqua magnitudo est minor omni magnitudine' ly 'magnitudo' supponit determinate, et ideo oportet quod aliqua una magnitudo numero esset minor omni magnitudine, et per consequens esset minor seipsa.*
Ockham przyjmuje zatem – słusznie – że skoro nie zachodzi następująca zależność:
$[\forall x\, \exists y\, (y<x)] \Rightarrow [\exists y\, \forall x\, (y<x)]$,
to tym bardziej nie możemy przyjmować, że:
$[\forall x\, \exists y\, (y<x)] \Leftrightarrow [\exists y\, \forall x\, (y<x)]$.

[124] Zob. Arystoteles, *Fizyka*, VI, 2, 232b, s. 134.

[125] W języku logiki kwantyfikatorów uzyskalibyśmy zatem zdanie:
$\exists y\, (y<y)$.

[126] Gullielmus de Ockham, *Expositio super libros Physicorum*.

[127] Henricus de Harclay, *Utrum mundus potuit fuisse ab aeterno*, s. 752: *Potentiae autem divinae attribuendum est totum quod scitur non includere contradictionem vel quod non scitur*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Stosując tutaj tę regułę, musimy uznać, że wielkość mniejsza od każdej wielkości, jako byt wewnętrznie sprzeczny, istnieć nie może.

Wykazując niemożliwość istnienia nieskończenie małych wielkości niepodzielnych, Ockham pozostawał w zgodzie z przyjmowaną przez większość współczesnych mu filozofów Arystotelesowską koncepcją struktury kontinuum. Wypracowane i głoszone przezeń twierdzenia na temat nieskończoności stanowiły natomiast całkowicie nowatorską interpretację twierdzeń Stagiryty, wzbudzając tym samym uzasadnioną reakcję zwolenników tradycyjnego ich rozumienia.

Wilhelm Ockham najpierw buduje argumentację podobną do przedstawionej powyżej, zastępując termin ‘wielkość mniejsza’ terminem ‘wielkość większa’. Uzyskuje w ten sposób następujące twierdzenia:

(6) Od każdej wielkości istnieje wielkość większa,

oraz:

(7) Istnieje wielkość większa od każdej wielkości.

Za pomocą rozumowania analogicznego do przedstawionego powyżej, Ockham wykazuje ostatecznie, że zdanie (7) jest absolutnie fałszywe. Zdefiniowana w nim wielkość musi być większa także od siebie samej, a zatem jest sprzeczna *per se* i jako taka z konieczności nie może istnieć[128]. Warto tutaj zauważyć, że filozofowie średniowieczni zwykle definiowali nieskończoność aktualną za pomocą sformułowania zbliżonego do zawartego w zdaniu (7), mianowicie jako wielkość „tak dużą, że nie może istnieć od niej większa” (*tantum quod non maius*)[129]. Powszechnie uznawali również za Arystotelesem, że nieskończoność taka w świecie stworzonym istnieć nie może[130]. Zamiast jednak wesprzeć to stanowisko powyższym rozumowaniem, Ockham dokonuje przedefiniowania pojęcia nieskończoności aktualnej.

W innym fragmencie swojego *Expositio* do *Fizyki* Ockham analizuje Arystotelesowską koncepcję kontinuum. Jeżeli za Arystotelesem uznamy, że dowolną wielkość ciągłą możemy dzielić na coraz mniejsze części – np. na tak zwane części proporcjonalne (*partes proportionales*), to znaczy na kolejne połówki w nieskończoność − to zdaniem Ockhama musimy stwierdzić, że zbiór wszystkich możliwych części tej wielkości jest aktualnie nieskończony. Niewła-

---

includere contradictionem. Zob. także: E. Jung-Palczewska, *Wilhelm Ockham – wprowadzenie*, s. 195.

[128] J.E. Murdoch, *William of Ockham and the Logic…*, s. 199. Warto zwrócić uwagę na podobieństwo tego sformułowania do stanowiącego punkt wyjścia słynnego dowodu ontologicznego św. Anzelma pojęcia ‘czegoś, ponad co niczego większego nie można pomyśleć’ (*aliquid quo nihil maius cogitari possit*). Czyżby Ockham chciał tym samym wykazać niedoskonałość tego dowodu? Zob. św. Anzelm z Canterbury, *Proslogion*, [w:] *Monologion. Proslogion*, przekł. T. Włodarczyk, Warszawa 1992, s. 145, a także s. 266–267, przyp. 33.

[129] Zob. J.E. Murdoch, *Infinity and Continuity*, s. 567.

[130] Zob. Arystoteles, *Fizyka*, III, 5–8, 204a–208a, s. 73–82. J.E. Murdoch, *Infinity and Continuity*, s. 567–568.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

ściwie – jak wskazuje – odczytywano dotychczas intencje Stagiryty, przyjmując, że zbiór części dowolnej wielkości ciągłej jest tylko potencjalnie nieskończony[131]. Gdyby liczba części, na przykład proporcjonalnych, danej wielkości ciągłej była tylko potencjalnie nieskończona, to zgodnie z tradycyjnie przyjmowaną dotychczas definicją: „nie byłoby ich tyle, żeby nie można było wskazać więcej" (*non tantum quin maius*, albo *non tot quin plura*)[132]. Byłoby ich zatem dowolnie, ale tylko skończenie wiele. W takim przypadku bylibyśmy w stanie przeprowadzić operację podziału kontinuum na wszystkie części proporcjonalne. Wedle Arystotelesa jednak proces podziału dowolnej wielkości ciągłej nie może być nigdy zakończony[133]. Skoro zaś jest to z definicji niewykonalne, to znaczy, że ilość takich części musi być aktualnie nieskończona. Potencjalnie nieskończony proces podziału dowolnego kontinuum na części proporcjonalne implikuje zatem – wedle Ockhama – konieczność istnienia w nim aktualnie nieskończonej liczby takich części, co pozwala przyjąć, że nieskończoność aktualna istnieje w każdej wielkości ciągłej[134].

Wilhelm Ockham zmienia rozumienie określenia 'aktualna' w odniesieniu do nieskończoności. W jego opinii aktualność nieskończoności nie polega na zrealizowaniu nieskończonego procesu, mnogości lub wielkości, jak pojmowali ją jego poprzednicy. Aktualność nieskończoności polega na rzeczywistym istnieniu dających się odróżnić przedmiotów (odrębnych całości lub tylko części), o których bez wątpliwości możemy twierdzić, że mogą być wyliczane bez końca

Chociaż Ockham zaprzeczał istnieniu nieskończenie małych wielkości niepodzielnych, to uznając ilość części proporcjonalnych w dowolnym kontinuum za wzorcowy przykład mnogości aktualnie nieskończonej, musiał także zmierzyć się z zarzutami podobnymi do tych, jakie stawiano atomizmowi[135]. Kiedy

---

[131] Zob. Gullielmus de Ockham, *Expositio…*, VI, 13, 3, s. 562, v. 21 – s. 563, v. 51: *Ideo ad declarationem solutionis Philosophi est primo declarandum quod Philosophus intendit ponere infinitas partes continui actualiter existentes in rerum natura. Et potest probari haec conclusio primo sic: omnis pars alicuius existentis actualiter est vere actualiter existens in rerum natura; sed omne continuum est actualiter existens; igitur quaelibet pars sua est vere existens in rerum natura. Sed partes continui sunt infinitae quia non tot quin plures, igitur partes infinitae sunt actualiter existentes (...). Item medietas alicuius totius existit actualiter in rerum natura, ergo eadem ratione medietas illius medietatis existit actualiter et per consequens quaelibet medietas existit actualiter. Sed medietates sunt infinitae quia non sunt in aliquo numero certo, igitur infinitae partes existunt actualiter*. Zob. także, A. Goddu, *Ockham's Philosophy of Nature*, [w:] *The Cambridge Companion to Ockham*, P.V. Spade (red.), Cambridge 1999, s. 144.

[132] Zob. J.E. Murdoch, *Infinity and Continuity*, s. 567.

[133] Zob. Arystoteles, *Fizyka*, III, 6, 206a, s. 78, oraz: tamże, III, 7, 207a–b, s. 80.

[134] Zob. A. Goddu, *The Physics of William of Ockham*, Leiden−Köln 1984, s. 175–176.

[135] Wilhelm Ockham, poza przedstawioną wyżej argumentacją, zaprzeczającą istnieniu najmniejszych elementów niepodzielnych, w swoich pismach przedstawia również klasyczne, arystotelesowskie argumenty przeciwko złożeniu wielkości ciągłych z atomów. Zob. rozdział I niniejszej książki. Wskazuje między innymi, że elementy niepodzielne nie mogą mieć granic, którymi będą się ze sobą stykać. Granice bowiem stanowiłyby ich części, a przecież z założenia elementy, jako niepodzielne, nie mogą mieć części. Jeśliby zaś łączyły się całość z całością, wówczas nie ukonstytuowałyby czegoś posiadającego większe wymiary niż każdy z tych elementów. Zob. A. Goddu, *Ockham's Philosophy of Nature*, s. 163. Zob. także przypis 29 powyżej.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

wszakże uznamy, że w każdym odcinku zawiera się aktualnie nieskończenie wiele części proporcjonalnych, musimy przyjąć, że w pewnym danym odcinku jest ich tyle samo, ile w jego połowie. Tym samym zaprzeczamy regule: „Całość jest większa od części", którą współcześni Ockhamowi myśliciele uznawali za jedną z absolutnie podstawowych zarówno w matematyce, jak i w filozofii[136]. Ażeby uniknąć takiego zarzutu, Wilhelm Ockham wykazuje, że mnogości nieskończone nie mogą być równe. Ucieka się przy tym do wyrafinowanej argumentacji, w ramach której przyjmuje założenie wiecznego trwania świata jednocześnie *a parte ante* i *a parte post*.

Za pomocą tego dowodu, zawartego w jego komentarzu do *Sentencji* Piotra Lombarda, Ockham wykazuje, że zakładając równość wszystkich aktualnych nieskończoności, możemy wyobrazić sobie sytuację, w której to część okaże się większa od całości. Jeśli bowiem przyjmiemy, że świat jest wieczny zarówno w przeszłości, jak i w przyszłości, to musimy się zgodzić, że zarówno cały nieskończony czas przeszły przed dzisiejszym wschodem Słońca (nazwijmy go za Ockhamem: A), jak i cały nieskończony czas przyszły, liczony od tego samego momentu (B), są sobie równe. Podobnie równe są sobie: cały nieskończony czas przeszły przed dzisiejszym zachodem Słońca (C) i cały nieskończony czas przyszły po tej chwili (D). Zatem czas A jest równy B, a C jest równy D. Oczywiste jest, że B jest większe od D, ponieważ B zawiera również czas pomiędzy wschodem i zachodem Słońca dzisiejszego dnia. Skoro zaś, jak mówiliśmy, A jest równe B, to musimy przyjąć, że także A jest większe od D. Ponieważ jednak stwierdziliśmy, że D i C są równe, to ostatecznie musimy się zgodzić, że A jest większe od C. A przecież A oznacza czas przeszły do dzisiejszego wschodu Słońca, natomiast C to czas przeszły przed dzisiejszym zachodem Słońca. Czas A stanowi więc w sposób oczywisty część czasu C, od którego jest jednak – jak wynika z powyższego rozumowania – większy (zob. rys. 2 poniżej)[137].

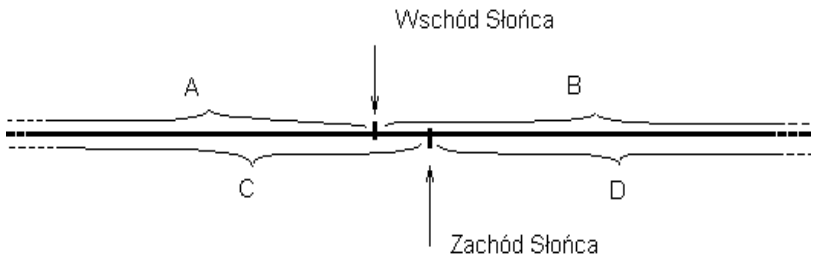
---

[136] <Euklides> *Z księgi I Elementów*, aksj. 9, s. 46. Zob. Arystoteles, *Metafizyka*, ks. Δ (V), 25, 1023b, s. 708.

[137] Gullielmus de Ockham, *Comm. sent.*, II, q. 8, za: J.E. Murdoch, *William of Ockham and the Logic…*, s. 173, przyp. 20: *Praeterea, si sic* [*scil. si mundus fuit aeternus*]*, sequeretur quod pars integralis esset maior toto. Probo: sit A totum tempus praeteritum terminatum ad principium huius diei et B totum futurum terminatum ad principium huius diei, et C totum praeteritum terminatum ad finem huius diei et D totum tempus futurum terminatum ad finem huius diei. Tunc arguo sic: A et B sunt aequalia, quia totum tempus praeteritum terminatum ad principium huius diei* (…) *et totum tempus futurum terminatum ad principium huius diei sunt aequalia; ergo A est maius C. Antecedens est verum per positum, quia tam A quam B est tempus infinitum. Consequentiam probo* (…) *B est maius D, quia totum tempus futurum terminatum ad principium huius diei est maius quam totum tempus futurum terminatum ad finem huius diei; ergo quod est aequale B* [*scil. A*] *est maius D, quia si unum aequale sit maius alio , reliquum erit maius eodem. Ultra D est aequale C* (…)*, quia ambo sunt infinita; et si A est maius D, ut probatum est, sequitur etiam quod A est maius C, quia maius suo aequali* [*scil. D*] *sed A est pars C* (…) *ergo sequitur quod pars integralis est maius suo toto, quod videtur inconveniens.*

Warto zwrócić uwagę na fakt, że Ockham w powyższym rozumowaniu odnosi do nieskończoności prawa obowiązujące dla wielkości skończonych. Przyjmuje mianowicie, że: „jeśli jedna z równych wielkości jest od pewnej wielkości większa, druga z tych [równych] wielkości jest

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664



Rys. 2.

Jest godne uwagi, że kiedy Ockham rozważa wspominany już tutaj niejednokrotnie argument przeciwko odwiecznemu istnieniu świata, w którym porównuje się w oczywisty sposób różne ilości dotychczasowych obrotów Słońca i Księżyca, dopuszcza możliwość istnienia różnych nieskończoności[138]. Nie uznaje zatem, jak można przypuszczać, za fałszywe z punktu widzenia filozofii twierdzenia, że świat może istnieć odwiecznie[139]. Wynika z tego, że choć wypowiedzianym wprost celem przedstawionej w poprzednim akapicie argumentacji była teza o wieczności świata, to *de facto* służyła ona wykazaniu fałszywości twierdzenia o równości wszystkich nieskończoności aktualnych[140]. Należy tutaj podkreślić, że postulując nierówność nieskończoności, Ockham wydaje się nie zauważać faktu, iż pewne tego rodzaju mnogości powinny być jednak uznane za

---

także większa", co jest konsekwencją aksjomatu 3 z I księgi *Elementów* Euklidesa: „Odejmując od wielkości równych równe otrzymujemy wielkości równe". Zob. <Euklides>, *Z księgi I Elementów*, s. 46.

Powyższe rozumowanie łatwiej jest prześledzić, gdy zastosuje się zapis symboliczny. Zakładamy na początku, że:
(1) A = B, oraz:
(2) C = D.
Następnie zauważamy, że:
(3) B > D.
Na podstawie (1) stwierdzamy, że:
(4) A > D.
Na podstawie (2) wnioskujemy zatem, że:
(5) A > C.
Jednak A stanowi część C, więc na podstawie aksjomatu „Całość jest większa od części" musimy uznać, że:
(6) A < C.

Zdanie (6) jest sprzeczne z wnioskiem (5). Według Ockhama wynika z tego, że założenia (1) i (2) są fałszywe.

[138] Gullielmus de Ockham, *Comm. Sent.* II, q. 8, za: J.E. Murdoch, *William of Ockham and the Logic…*, s. 170, przypis 12: *concedo quod infinita essent excessa, sicut probat ratio, et quod unum infinitum esset maius alio, sicut revolutiones lunae excedunt revolutiones solis*.

[139] Zob. Gullielmus de Ockham, *Quodlibeta septem*, Quodlibet II, quaestio 5, za: J.E. Murdoch, *William of Ockham and the Logic…*, s. 171, przypis 14: *Secundo dico probabiliter quod Deus potuit fecisse mundum ab aeterno, propter hoc quod nulla apparet contradictio manifesta*.

[140] Zob. J.E. Murdoch, *William of Ockham and the Logic…*, s. 170.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

równe. Wszakże – dla przykładu – wszystkich liczb parzystych wydaje się być tyle samo, co wszystkich liczb nieparzystych. W pismach tego filozofa nie odnajdziemy jednak żadnej wskazówki, w jaki sposób taką równość określić[141].

Uznając, że nieskończoności aktualne nie są sobie równe, Wilhelm Ockham zachowuje wysunięty przez Roberta Grosseteste'a postulat istnienia różnych proporcji pomiędzy wielkościami czy mnogościami nieskończonymi[142]. Tym samym obala również jeden z podstawowych argumentów przemawiających, według Henryka z Harclay, za przyjęciem atomistycznej koncepcji struktury rzeczywistości; koncepcji, która zdaniem Ockhama jest zresztą fałszywa już od swoich podstaw[143]. Przyjmuje się w niej wszakże istnienie bytów wewnętrznie sprzecznych, a zatem niemożliwych. Co prawda, nie mamy wystarczająco silnych argumentów, by twierdzić, że Ockham podejmuje bezpośrednią polemikę z opiniami Henryka z Harclay, ale na pewno proponuje zbliżoną, a jednak alternatywną wizję struktury rzeczywistości[144]. Wizję, która stanowczo lepiej łączy arystotelesowską filozofię przyrody z odziedziczonym po Robercie Grosseteste przekonaniem o uprzywilejowanej roli matematyki w objaśnianiu świata. Rozwiązanie Ockhama jest lepsze od zaproponowanego przez Henryka z Harclay o tyle, że z jednej strony pozostaje wierne głoszonej przez Arystotelesa koncepcji natury kontinuum i zachowuje jego rozumienie pojęcia nieskończoności aktualnej, wprowadzając ją tym samym w każdą wielkość skończoną. Z drugiej strony, nie domaga się odebrania prawom geometrii ich absolutnego charakteru. Badacze filozofii Wilhelma Ockhama zgodnie wskazują, że to właśnie on ostatecznie przełamuje Arystotelesowy zakaz *metabasis*[145]. Matematykę pojmuje on bowiem jako kolejne, obok logiki, wygodne i użyteczne narzędzie analiz filozoficznych, nie przypisując jednocześnie używanym w niej pojęciom żadnego odrębnego, pozytywnego statusu ontycznego[146].

---

[141] Tamże, s. 174.

[142] Zob. rozdział II. 1 powyżej.

[143] Zob. rozdział II. 3 powyżej.

[144] Pewne fragmenty jednej z kwestii kwodlibetalnych Ockhama, którą omawiamy w dalszej części tego rozdziału, wyraźnie przypominają argumentacje Henryka z Harclay. Wilhelm Ockham poznał je jednak najprawdopodobniej za pośrednictwem pism Wilhelma z Alnwick, na co wskazuje identyczna jak u tego filozofa konstrukcja argumentu zasadniczego. Wydawca kwestii kwodlibetalnych Ockhama natomiast odsyła do *Reportatio* Waltera Chattona. Zob. Gullielmus de Ockham, *Quodlibeta Septem*, Quodlibet I, Quaestio 9: *Utrum linea componatur ex punctis*, [w:] *Gullielmi de Ockham Opera Philosophica et Theologica* (Opera Theologica), t. IX, J.C. Way C. S. B. (wyd.), St. Bonaventure, New York 1985, s. 50, v. 3–11: *Quod sic: Quia punctus est immediatus puncto; igitur componitur ex punctis. Consequentia est manifesta; antecedens probatur, quia accipio totam multitudinem punctorum; tunc arguo: inter primum punctum huius lineae et quodlibet aliud punctum aut est aliquod aliud punctum medium aut nullum. Si nullum est medium, igitur punctus est immediatus puncto; si aliquod est medium, igitur illud punctum est medium inter primum punctum et seipsum, quia illud est unum de numero omnium punctorum*. Zob. także przypisy 83 i 115 powyżej oraz przypis 152 poniżej.

[145] Zob. przypis 24 powyżej.

[146] Zob. A. Goddu, *Ockham's Philosophy of Nature*, s. 152; S.J. Livesey, *William of Ockham, the Subalternate Sciences, and Aristotle's theory of* metabasis, s. 142–145.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

W świetle tego zaskakujące jest, że Ockham w swoich pismach niemal wcale nie wykorzystuje argumentacji czy dowodów matematycznych[147]. Jedynie w jego kwestii kwodlibetalnej: *Utrum linea componatur ex punctis* (*Czy odcinek składa się z punktów?*), napotkamy dwie konstrukcje geometryczne, przywołane w celu uzasadnienia negatywnej odpowiedzi na pytanie zasadnicze[148]. Obydwie są bardzo proste i Ockham przedstawia je tylko szkicowo[149]. W pierwszym z analizowanych dowodów wykorzystuje on własność wzajemnej niewspółmierności przekątnej i boku każdego kwadratu. Dowód taki w swoim *Opus Maius* przedstawił już wiele lat wcześniej Roger Bacon, a Henryk z Harclay próbował, uciekając się do dość pokrętnych rozumowań, wpisać weń swój atomizm[150]. W ramach przywołanej tutaj kwestii odnajdziemy zresztą pewne echa zbudowanej przez Henryka argumentacji. Wilhelm Ockham przedstawia tę konstrukcję następująco:

> Jeśli tak [tj. jeśli odcinek składa się z punktów] wówczas bok kwadratu będzie równy przekątnej i przekątna współmierna z bokiem. Wynikanie zachodzi, ponieważ można przeprowadzić odcinek prostej od każdego punktu przekątnej do boku; co jest oczywiste, można bowiem przeprowadzić odcinek prostej od każdego punktu jednego boku do każdego punktu boku przeciwnego (…). Każdy taki odcinek przechodzi przez pewien punkt przekątnej, zatem od każdego z punktów przekątnej do boku prowadzi pewien odcinek prostej. Jeśli zatem byłoby sześć punktów w przekątnej, koniecznie musiałoby być sześć [punktów] w każdym z boków[151].

Wyraźnie widać, że Ockham liczył na znajomość przywołanego tutaj dowodu wśród swoich słuchaczy. W gruncie rzeczy trzeba się domyślić tego, co później zostało jednak dopowiedziane, mianowicie że w kwadracie tym wyznaczamy wzajemnie równoległe odcinki prostopadłe do dwóch przeciwległych jego boków[152]. Dalsza część tej dyskusji pozwala jednoznacznie orzec, że Ockham znał wcześniejsze próby podważenia tego argumentu. Czytamy bowiem:

> Każdy z odcinków poprowadzonych od boku do boku pada na przekątną na ukos, dlatego dotyka niemal dwóch punktów przekątnej; i dlatego nie można dowodzić, że tyle samo jest punktów w przekątnej co w boku. Rozważmy wszakże przykład: kiedy

---

[147] J.E. Murdoch, *William of Ockham and the Logic…*, s. 167.

[148] Zob. przypis 145 powyżej.

[149] Co nie powinno dziwić, skoro mamy tutaj do czynienia z kwestią kwodlibetalną, a zatem najprawdopodobniej dyskutowaną publicznie przed niekoniecznie dobrze naukowo przygotowaną publicznością. Zob. dla przykładu: K. Krauze-Błachowicz, *Filozofia XIII wieku*, s. XXVIII; P.V. Spade, *Introduction*, [w:] *The Cambridge Companion to Ockham*, s. 7.

[150] Zob. przypisy 92 i 93 powyżej.

[151] Gullielmus de Ockham, *Utrum linea componatur ex punctis*, s. 51, v. 19–28: *Si sic, tunc costa esset aequalis dyametro et esset diameter commensurabilis costae. Consequentia patet quia a quolibet puncto dyametri ad costam contingit protrahere lineam rectam. Quod patet quia a quolibet puncto costae unius ad quodlibet punctum costae alterius contingit protrahere lineam rectam, immo ita esset de facto posita hypothesi; et quaelibet talis linea protrahitur per aliquod punctum dyametri; igitur a quolibet puncto dyametri ad costam est aliqua linea recta. Si igitur sint sex puncta in diametro, erunt necessario sex in utraque costa*.

[152] Tamże, v. 32–34: *illae lineae, cum sint a punctis immediatis in una costa ad puncta immediata in alia sunt aeque distantes*.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

położymy jedną gałązkę na drugiej na ukos, więcej [ich części] styka się ze sobą niż wtedy, gdy ułożymy je prostopadle do siebie, w formie krzyża – co wydaje się oczywiste[153].

Podobnie fizykalne rozwiązanie proponował Henryk z Harclay, także wskazując, że każdy z wzajemnie równoległych odcinków styka się z więcej niż jednym punktem, gdy przecina przekątną na ukos[154]. Ockham jednak nie wychodzi tutaj poza geometrię, stwierdzając ostatecznie, że każdy odcinek może stykać się z przekątną tylko w jednym punkcie niezależnie od tego, czy jest względem niej prostopadły, czy też przechodzi przez nią ukośnie[155].

W drugiej z argumentacji geometrycznych, przywołanych w kwestii *Utrum linea componatur ex punctis*, Ockham rozpatruje natomiast atomy zarówno jako byty, które mają pewną rozciągłość, jak i jako bezwymiarowe punkty. Sam dowód przedstawia się następująco:

[Jeśli linia składa się z punktów, wówczas] można poprowadzić odcinek prostej od każdego punktu większego okręgu poprzez mniejszy okrąg do ich wspólnego środka (…), które to odcinki nie łączą się ze sobą poza [tymże] środkiem. Wówczas [dowolne] dwa odcinki poprowadzone od bezpośrednio stykających się ze sobą punktów większego okręgu albo przechodzą przez dwa punkty mniejszego okręgu, albo przez jeden. Jeśli przyjmiemy pierwsze rozwiązanie, wówczas musimy się zgodzić na to, że mniejszy z okręgów składa się z dokładnie tylu punktów, co większy. Przeciw drugiemu rozwiązaniu [argumentuje się następująco]: odcinki te są proste i równo odległe (…) i wówczas ten punkt mniejszego okręgu, w którym się schodzą, pokrywałby się z każdym z dwóch bezpośrednio stykających się punktów w dwóch bezpośrednio stykających się odcinkach. Tak samo musiałby pokrywać się z trzema punktami na trzech odcinkach [poprowadzonych od pewnego] trzeciego okręgu większego [od dwóch pierwotnie założonych itd.][156].

---

[153] Tamże, s. 52, v. 41–46: *quaelibet linea protracta a costa in costam cadit super diametrum oblique, et ideo ad minus tangit duo puncta diametri; et sic non concludit ratio quod sint tot puncta in costa sicut in diametro. Et ponitur exemplum, quia si una virga cadat super aliam oblique, plus tangit de ea quam si caderet super eam in directum per modum crucis, sicut apparet ad sensum*.

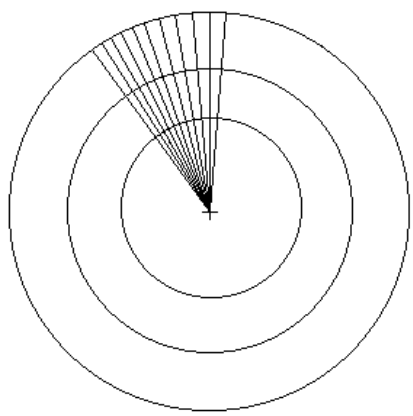
[154] Zob. przypis 93 powyżej.

[155] Zob. Gullielmus de Ockham, *Utrum linea componatur ex punctis*, s. 53, v. 69–78: *Exemplum de virga sive de quocumque alio corpore tangente directe vel oblique aliud corpus non est ad propositum, quia quando virga cadit super virgam oblique, tunc multae partes virgae cadentis tangunt multas partes alterius virgae quae prius non tangebant; et sunt aliae partes cadentes et tangentes quando tangit oblique quam quando tangit directe, sicut manifeste patet ad sensum. Et ideo non est mirum si plures partes tangat quando virga tangit oblique et quando tangit directe. Nunc autem in proposito semper est idem punctus lineae tangentis diametrum directe et oblique, et ideo non est ad propositum*.

[156] Tamże, s. 53–54, v. 80–98: *Item arguo ad principale quod tunc essent aequalia puncta in minore circulo et maiore, quia a quolibet puncto circuli maioris per circulum minorem ad centrum commune utriusque circuli potest protrahi linea recta, immo est linea recta posita hypothesi, quae lineae non coincidunt citra centrum. Aut igitur duae lineae protractae a duobus punctis immediatis circuli maioris transibunt per duo puncta circuli minoris vel per unum. Si primo modo, habetur propositum quod tot sunt puncta in minore circulo sicut in maiore; si secundo modo, contra: illae lineae sunt rectae et aeque distantes; similiter si illae duae lineae coincidunt in idem punctum circuli minoris, tunc ille punctus minoris circuli in quo coincident coexistet duobus punctis immediatis duarum linearum immediatarum; et eadem ratione potest*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Trudno wyobrazić sobie, w jaki sposób równo odległe odcinki prostej schodzą się we wspólnym środku rozpatrywanych okręgów. Jednak niezależnie od tego czytelna jest idea przyświecająca przedstawionej argumentacji Wilhelma Ockhama. Jeśli poprowadzimy odcinki (promienie) od środka pewnego okręgu do każdego z punktów się nań składających, wówczas ilość punktów składających się na każdy większy okrąg współśrodkowy z tymże musi być taka sama jak ilość punktów składających się na pierwotnie rozpatrywany okrąg, lub też musi stanowić jej całkowitą wielokrotność (zob. rys. 3). W przypadku, gdy w powyższy sposób porównujemy ilość atomów zawartych w okręgach współśrodkowych mniejszych od wyjściowego, musimy albo przyjąć, jak wcześniej, że zbudowane są one z takiej samej ilości elementów niepodzielnych, albo że mieszczące się w mniejszych okręgach atomy są jednak podzielne. W innym wypadku bowiem uznalibyśmy, że promienie poprowadzone w okręgu zbiegają się ze sobą także poza jego środkiem.



Rys. 3.

Ockham ostatecznie podsumowuje tę argumentację w taki właśnie sposób. Nawet gdyby uznać, że zbliżając się do środka, odcinki poprowadzone od największego okręgu wyznaczają coraz to mniejsze części mniejszych okręgów współśrodkowych, to i tak musimy przyjąć, że nie każdej niepodzielnej części składającej się na większy okrąg odpowiada taka sama część mniejszego okręgu. To by zaś znaczyło, że najmniejsze części niepodzielne większego okręgu są większe od najmniejszych części niepodzielnych każdego okręgu odeń mniejszego, co samo w sobie zawiera sprzeczność[157].

---

coexistere tribus punctis trium linearum tertii circuli maioris, et sic potest coexistere mille punctis mille linearum alicuius circuli magni in tali proportione excedentis illum parvum circulum.

[157] Zob. tamże, s. 55, v. 108–112: *Respondeo: non sequitur propter diversitatem illarum linearum et illorum circulorum in infinitum, quia non est aliqua pars in maiore quin sibi correspondeat aliqua pars distincta in minore, licet multo minor correspondeat; patet ad sensum si fiant circuli; et ideo non sequitur quod sint aequales partes eiusdem quantitatis.*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Kiedy zaś uznamy, że okręgi:

> składają się z [bezwymiarowych] punktów, wówczas [każdym] dwóm stykającym się bezpośrednio punktom w większym okręgu albo odpowiadają dwa bezpośrednio stykające się punkty w mniejszym (jako że nie może odpowiadać więcej, skoro są niepodzielne); albo jeden tylko punkt odpowiada tamtym dwóm. W pierwszym przypadku, tyle samo punktów znajduje się w obydwu okręgach, w drugim, ów punkt [jednocześnie] ma różne położenia, jak to zostało powiedziane[158].

Obydwa powyższe dowody Ockhama przeciw atomizmowi właściwie dlatego tylko można nazwać geometrycznymi, że odwołują się do pewnych pierwotnych intuicji matematycznych. Argumentacje te czerpią wszakże swoją moc dowodową z przekonania, że podstawowe, zdroworozsądkowe prawa matematyczne są absolutnie prawdziwe[159]. Skoro zaś uznanie złożenia wszystkich wielkości z elementów niepodzielnych prowadzić musi do wniosków zaprzeczających tymże prawom, to wszelkiego rodzaju atomizm należy uznać za pogląd z konieczności fałszywy[160]. Pod względem matematycznej ścisłości i jasności przedstawione przez Wilhelma Ockhama dowody pozostawiają jednakowoż wiele do życzenia. Na pewno daleko im do wyrafinowanych geometrycznych argumentacji przedstawionych przez jego konfratra, Jana Dunsa Szkota. Schemat pierwszego z powyższych rozumowań, odwołującego się do niewspółmierności przekątnej i boku kwadratu, Ockham mógł oczywiście zaczerpnąć z *Opus maius* Rogera Bacona[161]. Mamy jednak uzasadnione podstawy, by przypuszczać, że budując swoje dowody przeciw atomizmowi Ockham inspirował się raczej konstrukcjami geometrycznymi wymyślonymi przez Dunsa Szkota.

II.5. GEOMETRIA PRZECIW ATOMIZMOWI – JAN DUNS SZKOT

Jeden z najsłynniejszych czternastowiecznych myślicieli oksfordzkich, franciszkanin Jan Duns Szkot (1265–1308), znany jest historykom filozofii średniowiecznej głównie ze swoich subtelnych rozważań metafizycznych[162]. Jego

---

[158] Tamże, v. 113–119: *Sed si componatur ex punctis, tunc punctis duobus immediatis in maiore circulo aut correspondent duo puncta immediata in minore, quia maius* (*minus*] *corr. ad sensum* – R. P.) *non possunt correspondere in parvo circulo quia utrumque est indivisibile; aut idem punctus correspondet utrique. Si primo modo, aequalia erunt puncta utriusque circuli; si secundo modo, tunc ille erit in diversis sitibus, sicut dictum est*.

[159] Warto zauważyć, że w ramach tych dowodów Ockham ani razu nie odwołuje się do *Elementów* Euklidesa, ani też do żadnego innego spośród znanych w jego czasach dzieł z dziedziny matematyki.

[160] P. Duhem, *Medieval Cosmology*, s. 19.

[161] Zob. przypis 92 powyżej.

[162] Stąd też przydomek „Doktor Subtelny" (*Doctor subtilis*), jakim obdarzyli go współcześni. Informacje na temat biografii i poglądów Jana Dunsa Szkota czytelnik znajdzie między innymi w: M. Gensler, *Jan Duns Szkot – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIV wieku*, E. Jung-Palczewska (red.), s. 27–33; a także: T. Williams,

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

koncepcje filozoficzne z matematyką kojarzone są bardzo rzadko, jeśli w ogóle. W komentarzu Jana Dunsa Szkota do *Sentencji* Piotra Lombarda znajduje się jednak fragment poświęcony dyskusji na temat struktury wielkości ciągłych, w którym przedstawia on dwie bardzo rozbudowane i wyrafinowane konstrukcje geometryczne. Zawierająca je kwestia w całości poświęcona jest zagadnieniu przestrzennego przemieszczania się aniołów, ale temat ten jest dla Dunsa Szkota tylko pretekstem, by przeprowadzić krytykę współczesnych mu koncepcji atomistycznych[163].

Jan Duns Szkot konstruuje obydwa swoje dowody geometryczne z przeświadczeniem, że – jak sam mówi – tego rodzaju rozumowania skuteczniej (*efficacius*) zaprzeczają tezie o złożeniu wielkości ciągłych z elementów niepodzielnych niż fizykalne argumentacje Arystotelesa[164]. Możemy więc przyjąć, że także według Dunsa Szkota prawa matematyki są absolutnie prawdziwe. Jeśli zatem jakaś hipoteza – w tym wypadku atomizm – nie da się z którymkolwiek z tych praw pogodzić, oznaczać to może jedynie jej fałszywość. Przeświadczenie takie, jak widzieliśmy, podzielali niemal wszyscy myśliciele oksfordzcy w wiekach średnich[165].

Pierwszą ze swoich geometrycznych konstrukcji Duns Szkot rozpoczyna od przywołania 3 postulatu z I księgi *Elementów* Euklidesa: „Można zakreślić okrąg z któregokolwiek punktu jako środka dowolną odległością"[166].

> Na mocy tego twierdzenia – pisze – możemy, obierając pewien punkt *a* jako środek, wykreślić dwa okręgi: mniejszy, który nazwiemy D, i większy – B. Jeśli [założymy, że] obwód większego [z tych okręgów] składa się z punktów, wyznaczamy na nim dwa punkty leżące bezpośrednio obok siebie: *b* i *c*. Na mocy postulatu [1, księgi] I Euklidesa: „[Można] poprowadzić prostą od któregokolwiek punktu do któregokolwiek punktu", prowadzimy odcinek prostej od punktu *a* do *b* i odcinek prostej od *a* do *c*. Tak poprowadzone odcinki prostej przechodzą prostopadle przez obwód mniejszego z tych okręgów. Pytam zatem, czy przetną go w tym samym punkcie, czy w różnych?[167]

John Duns Scotus, [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2005 Edition), Edward N. Zalta (red.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/fall2005/entries/duns-scotus/>.

[163] Johannes Duns Scotus, *Ordinatio*, Liber Secundus, dist. II, pars. II, quaestio 5: *Utrum angelus possit moveri de loco ad locum motu continuo*, *Doctoris Subtilis et Mariani Ioannis Duns Scoti Opera Omnia*, t. VII, Civitas Vaticana 1973.

[164] Tamże, s. 292, 319–320: *Antecedens* [*scil. permanens est continuum*] *probari potest,* (…) *per rationes Aristotelis in VI 'Physicorum', quia magis est evidens et manifestum quod indivisibilia permanentia non faciunt maius* (…)*. Efficacius tamen probatur illud antecedens per duas rationes sive propositiones geometricas* (…). Zob. Arystoteles, *Fizyka*, VI, 1, 231a–231b, s. 131–132.

[165] Zob. rozdział II. 4 powyżej.

[166] <Euklides> *Z księgi I „Elementów"*, postulat 3, s. 46.

[167] Johannes Duns Scotus, *dz. cyt.*, s. 292–293, 320–321: *'Super centrum quodlibet, quantumlibet occupando spatium contingit circulum designare' secundum illam petitionem 2 I Euclidis. Super igitur centrum aliquod datum, quod dicatur* a*, describantur duo circuli: minor, qui dicatur* D*, – et maior* B*. Si circumferentia maioris componitur ex punctis, duo puncta sibi innediata signentur, quae sint* b c*, – et ducatur linea recta ab* a *ad* b *et linea recta ab* a *ad* c*, secundum illam petitionem I Euclidis 'a puncto in punctum lineam rectam ducere', etc. Istae rectae lineae, sic ductae, transibunt recte per circumferentiam minoris circuli. Quaero ergo aut secabunt eam in eodem puncto, aut in alio?* Warto zauważyć, że Szkot pierwszy z przywołanych tutaj postulatów Euklidesa określa jako postulat 2, podczas gdy we współczesnych nam wydaniach *Elementów* jest

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Odpowiadając, Duns Szkot rozpatruje najpierw przypadek, gdy uznamy, że wyznaczone w opisany sposób odcinki przecinają mniejszy okrąg w dwóch punktach. Wówczas – twierdzi – musimy konsekwentnie uznać, że tyle samo punktów składa się na mniejszy z okręgów, ile na większy. Niemożliwe jest jednak, ażeby dwie różne wielkości składały się z tej samej ilości takich samych elementów, ponieważ wówczas część równałaby się całości[168].

Do tego miejsca argumentacja Szkota prawie nie różni się od przedstawionego w poprzednim rozdziale dowodu, który wykorzystał Wilhelm Ockham w kwestii *Utrum linea componatur ex punctis*[169]. Jednakże Jan Duns Szkot dokładnie przedstawia kolejne kroki dowodu, wzmacniając je dodatkowo autorytetem Euklidesa. Dalsza część argumentacji Dunsa Szkota jest poprowadzona następująco:

> Jeśli zaś dwa odcinki prostych *ab* i *ac* – pisze Duns Szkot – przecinają mniejszy okrąg w tym samym punkcie (nazwijmy go: *d*), wówczas od odcinka *ab* wykreśla się odcinek prostej, którego początek znajduje się w punkcie *d*, nazwijmy go *de*, który będzie [częścią prostej] stycznej do mniejszego okręgu [w punkcie *d*] (…). Odcinek ten [*scil. de*], na mocy 13 [zagadnienia, księgi] I Euklidesa, tworzy wraz z odcinkiem *ab* dwa kąty proste lub równe dwóm kątom prostym. Na mocy tego samego 13 [zagadnienia, odcinek] *de* z odcinkiem *ac* (który, jak założyliśmy, jest odcinkiem prostej) także tworzy dwa kąty proste lub równe dwóm kątom prostym. Zatem kąt *ade* wraz z kątem *bde* są równe dwóm [kątom] prostym. Tak samo kąt *ade* i kąt *cde* są równe dwóm [kątom] prostym. Lecz, na mocy 3 postulatu I [księgi *Elementów*] Euklidesa, którekolwiek dwa kąty proste są równe którymkolwiek dwóm [kątom] prostym. Kiedy zatem odejmiemy to, co wspólne, mianowicie [kąt] *ade*, pozostałe [części] będą równe, zatem kąt *bde* będzie równy kątowi *cde* i tak część będzie równa całości! (Zob. rys. 4)[170].

---

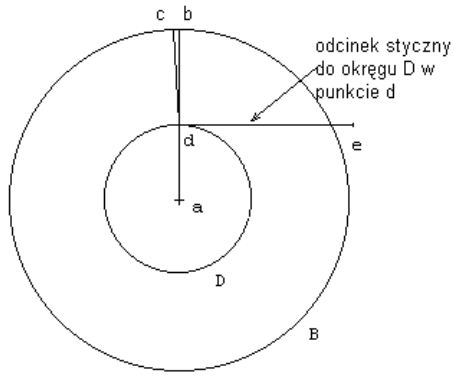
to zawsze postulat 3 (zob. przypis 167 powyżej). Autorzy wydania *Ordinatio* Jana Dunsa Szkota wskazują w tym miejscu, że w dostępnej temu filozofowi wersji dzieła Euklidesa postulaty znane nam jako 1 i 2 uznawano za dwie części jednego twierdzenia. Zob. Johannes Duns Scotus, *dz. cyt*., s. 292, przypis T3.

[168] Tamże, s. 293, 321: *Si in alio, igitur tot puncta in minore circulo, sicut in maiore; sed impossibile est duo inaequalia componi ex partibus aequalibus in magnitudine et multitudine: punctus enim non excedit punctum in magnitudine, et puncti in circumferentia minore sunt tot quot in circumferentia circuli maioris; ergo minor circumferentia est aequalis maiori, et per consequens pars est aequalis toti!*

[169] Zob. przypis 157 powyżej.

[170] Johannes Duns Scotus, *dz. cyt.*, s. 293–294, 321: *Si autem duae rectae lineae* ab *et* ac *secent minorem circumferentiam in eodem puncto (sit ille* d*), super lineam* ab *erigatur linea recta secans eam in puncto* d*, quae sit* de*, – quae sit etiam contingens respectu minoris circuli, ex 17 III Euclidis. Ista, ex 13 I Euclidis, cum linea* ab *constituit duos angulos rectos vel aequales duobus rectis, – ex eadem etiam 13, cum linea* ac *(quae ponitur recta) constituet* de *angulos duos rectos vel aequales duobus rectis; igitur angulus* ade *et etiam angulus* bde *valent duos rectos, – pari ratione angulus* ade *et angulus* cde*, valent duos rectos. Sed quicumque duo anguli recti sunt aequales quibuscumque duobus rectis, ex 3 petitione I Euclidis; igitur dempto communi (scilicet* ade*), residua erunt aequalia: igitur angulus* bde *erit aequalis angulo* cde*, et ita pars erit aequalis toti!* Zob. <Euklides>, *Z księgi I „Elementów”*, postulat 4, s. 46: „Wszystkie kąty proste są równe”. Zob. także przypis 168 powyżej.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664



Rys. 4.

Nie ulega wątpliwości, że mamy tutaj do czynienia z argumentacją *stricte* matematyczną. Trudno wyobrazić sobie lepszy, czy bardziej przekonujący dowód. Jan Duns Szkot jednak na tym go nie kończy. W kolejnej części rozpatruje opinię pewnego nieznanego nam bliżej przeciwnika (*adversarius*). Szkot postępuje tak nawet mimo, iż opinia ta – jak mówi – „już na pierwszy rzut oka wydaje się być absurdalna" (*primo videatur absurda*), jako że przeczy dwóm twierdzeniom I księgi *Elementów*[171]. Przeciwnik ten miał wykazywać, że między odcinkami *db* i *dc* nie zawiera się jakikolwiek kąt. Uzasadnieniem tego miał być fakt, że pomiędzy punktami *b* i *c* nie można wyznaczyć odcinka – skoro stykają się one bezpośrednio[172]. Przypomina to oczywiście jedno z podstawowych założeń atomizmu Henryka z Harclay i najprawdopodobniej to właśnie jego Duns Szkot obdarzył tutaj mianem *adversarius*[173].

Temu twierdzeniu Duns Szkot przeciwstawia kolejną skomplikowaną argumentację, wykazując za jej pomocą ostatecznie, że jeśli między tymi odcinkami nie zawiera się żaden kąt, to musimy uznać, że dwa punkty stanowią jednocześnie ten sam koniec pewnego odcinka. Wniosek ten jest oczywiście nie do przyjęcia, a zatem tym bardziej należy odrzucić przedstawione przez przeciwnika zastrzeżenie[174].

---

[171] Johannes Duns Scotus, *dz. cyt.*, s. 294, 323: *Ista responsio licet primo videatur absurda, negando angulum ubi duae lineae concurrunt quae expanduntur super superficiem et applicantur non directe, et in hoc contradicat definitioni anguli I Euclidis, – negando etiam a* b *in* c *lineam posse duci, neget primam petitionem I Euclidis, – tamen quia haec non reputarentur inconvenientia (quia sequuntur ad propositum), arguo contra responsionem aliter.*

[172] Zob. tamże, 322: *Sed ad istud diceret adversarius quod* db *et* dc *non includunt aliquem angulum, quia tunc posset illi angulo basis subtendi a puncto* b *ad punctum* c*, quod est oppositum positi, quia* b *et* c *ponuntur puncta immediata. Quando igitur accipitur quod angulus* cde *est totalis ad angulum* bde*, negatur, quia angulo* bde *nihil additur ex angulo* cde*, – quia inter* b *et* c*, in concursu eorum in* d*, non est angulus*.

[173] Zob. przypis 83 powyżej.

[174] Johannes Duns Scotus, *dz. cyt.*, s. 294–295, 323 (cd. tekstu przytoczonego w przypisie 173): *Angulus* cde *includit totum angulum* bde*, et addit saltem punctum (licet protervias quod non addit angulum), et punctus per te est pars; ergo angulus* cde *addit super angulum* bde *partem aliquam; ergo est 'totum' ad illud. Assumptum patet, quia si angulus dicatur spatium interceptum inter*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Drugi z przedstawionych przez Dunsa Szkota geometrycznych dowodów przeciwko atomizmowi nie jest już tak wyrafinowaną konstrukcją, jak argumentacja przedstawiona powyżej. Odwołuje się on tutaj do wielokrotnie już wspominanej metody porównywania długości przekątnej i boku pewnego kwadratu czy też liczebności punktów je tworzących[175]. Jak można się spodziewać, Jan Duns Szkot przedstawia najdokładniejszą i najbardziej rozbudowaną jego wersję. Nie zaczyna od samej konstrukcji, lecz najpierw przywołuje odpowiednie twierdzenia z *Elementów* Euklidesa, z których jednoznacznie wynika, że przekątna i bok tego samego kwadratu muszą być wzajemnie niewspółmierne. Jeśli boki i przekątne pewnego dowolnego kwadratu – zauważa Duns Szkot – składałyby się z punktów, to albo ich ilość musiałaby się mieć względem siebie w pewnej wymiernej proporcji (*proportio numeralis*), albo nawet – co można wykazać – byłoby ich tyle samo[176].

> Wyznacza się [dowolne] dwa punkty bezpośrednio ze sobą styczne w jednym z boków i odpowiadające im takie dwa punkty w przeciwległym boku. Pomiędzy tymi punktami przeprowadzamy dwa proste odcinki równoległe do pozostałych boków tego [kwadratu]. [Odcinki] te przechodzą przez przekątną. Pytam zatem, czy [przechodzą] przez punkty styczne ze sobą bezpośrednio, czy pośrednio?[177]

W pierwszym przypadku, tj. kiedy uznamy, że punkty wyznaczone przez równoległe odcinki przechodzące przez przekątną stykają się ze sobą bezpo-

---

lineas, non includendo lineas, – tunc punctus primus lineae db *extra circumferentiam minorem, nihil erit anguli* bde*, et est aliquid anguli* cde*; si angulus, ultra spatium inclusum, includat lineas includentes, – tunc primus punctus lineae* dc *extra circumferentiam minorem, nihil erit anguli* bde*, et erit aliquid anguli* cde*. Et ita utroque modo angulus* cde *addit punctum super angulum* bde. (…) *Istam secundam partem, scilicet quod minor circumferentia non secetur in uno puncto si secetur a duabus lineis, non oporteret probare nisi propter proterviam adversarii, – quia satis est manifestum quod eadem linea, si protrahatur in continuum et directum, numquam terminabitur ex eadem parte ad duo puncta*.

[175] Zob. przypisy 92, 93 i 152 powyżej.

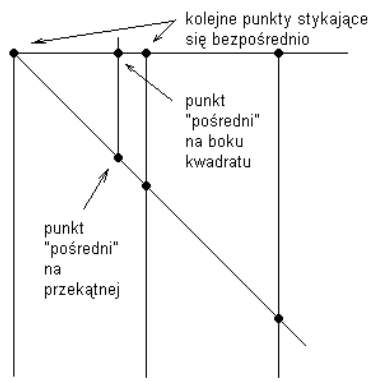
[176] Johannes Duns Scotus, *dz. cyt.*, s. 296–297, 327–329: *Secunda probatio est ex 5 sive ex 9 X Euclidis. Dicit enim illa 5 quod 'omnium quantitatum commensurabilium proportio est ad invicem sicut alicuius numeri ad aliquem numerum', et per consequens – sicut vult 9 – 'si lineae aliquae sint commensurabiles, quadrata illarum se habebunt ad invicem sicut aliquis numerus quadratus ad aliquem numerum quadratum'; quadratum autem diametri non se habet ad quadratum costae sicut numerus aliquis quadratus ad aliquem numerum quadratum; igitur nec linea illa, quae erat diametri quadrati, commensurabilis erit costae illius quadrati. Minor huius patet ex paenultima I, quia quadratum diametri est duplum ad quadratum costae, pro eo quod est aequale quadratis duarum costarum; nullus autem numerus quadratus est duplus ad alium numerum quadratum, sicut patet discurrendo per omnes quadratos, ex quibuscumque radicibus in se ductis. Ex hoc patet ista conclusio, quod diameter est assymeter costae, id est incommensurabilis. Si autem lineae istae componerentur ex punctis, non essent incommensurabiles (se haberent enim puncta unius ad puncta alterius in aliqua proportione numerali); nec solum sequeretur quod essent commensurabiles lineae, sed etiam quod essent aequales, – quod est plane contra sensum*.

[177] Tamże, s. 297, 330: *Accipiantur duo puncta immediata in costa, et alia duo opposita in alia costa, – et ab istis et ab illis ducantur duae lineae rectae, aequidistantes ipsi basi. Istae secabunt diametrum. Quaero ergo aut in punctis immediatis, aut mediatis*. Mówiąc o stykaniu się punktów 'pośrednio' filozofowie średniowieczni rozumieli przez to, że pomiędzy danymi dwoma punktami mieści się jeszcze przynajmniej jeden punkt. Zob. J.E. Murdoch, *Henry of Harclay…*, s. 247.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

średnio, wniosek jest oczywisty. Musimy wówczas przyjąć, że na przekątną składa się tyle samo punktów, co na każdy z boków danego kwadratu. Przekątna kwadratu jest więc równa jego bokowi, co jest oczywistym fałszem[178]. Drugiej z możliwych odpowiedzi na powyższe pytanie, tj. twierdzeniu, że między wyznaczonymi na przekątnej przez te odcinki punktami zawiera się jeszcze przynajmniej jeden punkt, Duns Szkot zaprzecza następująco:

> Biorę punkt [leżący] pomiędzy tymi dwoma stykającymi się pośrednio punktami przekątnej, który nie należy do żadnego z wyznaczonych [wcześniej] odcinków. Od tego punktu przeprowadzam równoległą do obydwu tych odcinków; ta [linia] równoległa przedłużana dalej na wprost przetnie bok, w żadnym jednakże z wyznaczonych wcześniej punktów, lecz pomiędzy nimi (…). Zatem pomiędzy tymi dwoma punktami boku, które, [jak wcześniej] założyliśmy, stykają się ze sobą bezpośrednio, znajduje się punkt pośredni (zob. rys. 5)[179].



Rys. 5.

Założenie istnienia punktów pośrednich pomiędzy punktami na przekątnej wyznaczonymi przez skonstruowane w opisany powyżej sposób odcinki prowadzi zatem do uznania istnienia punktów pośrednich pomiędzy punktami stykającymi się ze sobą bezpośrednio. To zaś jest oczywista sprzeczność. Do sprzeczności prowadzi także twierdzenie, że wyróżnione w opisany powyżej sposób punkty w przekątnej kwadratu stykają się bezpośrednio. Ostatecznie zatem musimy uznać, że fałszywa jest – głoszona między innymi przez Henryka z Harc-

[178] Johannes Duns Scotus, *dz. cyt*.: *Si in immediatis, ergo non plura [sunt] puncta in diametro quam in costa; ergo non est diameter maior costā.* Warto zauważyć, że Szkot uznaje tutaj punkty za swoistą miarę długości tychże odcinków – co jest wyraźnym echem koncepcji Roberta Grosseteste'a. Zob. rozdział II. 1.

[179] Tamże: *Si in punctis mediatis, accipio punctum medium inter illa duo puncta mediata diametri (illud cadit extra utramque lineam, ex datis). Ab illo puncto duco aequidistantem utrique lineae (ex 31 I); ista aequidistans ducatur in continuum et directum (ex secunda parte primae petitionis I): secabit costam, et in neutro puncto eius dato, sed inter utrumque (alioquin concurreret cum alia, cum qua ponitur aequidistans, – quod est contra definitionem aequidistantis, quae est ultima definitio posita in I). Igitur inter illa duo puncta, quae ponebantur immediata in costa, est punctus medius*.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

lay – hipoteza o złożeniu wielkości ciągłych z punktów czy atomów stykających się ze sobą bezpośrednio. W tym miejscu wyjaśnia się także ostatecznie, jakie było źródło jednego z twierdzeń Henryka z Harclay. Utrzymywał on bowiem, że między każdymi dwoma odcinkami równoległymi poprowadzonymi od każdego z punktów składających się na jeden bok kwadratu do odpowiadających im punktów w boku przeciwległym nie ma już miejsca na jakiekolwiek inne odcinki, nawet mimo tego, że na przekątnej kwadratu znajdują się punkty, przez które nie przechodzi żaden z tych wyznaczonych wcześniej odcinków równoległych[180]. Wzajemne podobieństwo tych dwóch argumentacji pozwala nam przypuszczać, że – zaprzeczająca podstawowym postulatom euklidesowej geometrii – wypowiedź Henryka z Harclay była reakcją na przedstawiony powyżej dowód Jana Dunsa Szkota. Jest to tym bardziej pewne, że Duns Szkot był – o ile mi wiadomo – pierwszym filozofem czternastowiecznym wykazującym fałsz atomizmu za pomocą dowodów geometrycznych, a obydwa wyżej przedstawione rozumowania są wynikiem jego samodzielnych przemyśleń[181].

Przedstawiciele kolejnego po Janie Dunsie Szkocie i Wilhelmie Ockhamie pokolenia filozofów oksfordzkich kontynuowali dyskusję na temat struktury wielkości ciągłych, wykorzystując ich pomysły, idee i rozwiązania. Niektórzy nadal wykazywali błędność atomizmu za pomocą rozważań logiczno-semantycznych, inni starali się zbudować jak najwięcej niepodważalnych kontrargumentów geometrycznych. Jeden z tych filozofów − przyjmując definicję nieskończoności aktualnej Ockhama i podzielając przekonanie Dunsa Szkota o szczególnej przydatności matematyki dla rozważań filozoficznych – w kontekście dyskusji o strukturze *continuum* doszedł ostatecznie do wniosków, które prawdopodobnie zaskoczyły nawet jego samego. Wnioski te przeczyły bowiem tradycyjnemu w Oksfordzie od czasów Roberta Grosseteste'a przekonaniu o matematycznej strukturze rzeczywistości. Filozofem, o którym tutaj mowa, był Ryszard Kilvington, a następny rozdział poświęcony jest właśnie przedstawieniu jego koncepcji struktury wielkości ciągłych i nieskończoności.

---

[180] Zob. przypis 96 powyżej.

[181] Oczywiście dowód, w którym wykorzystuje się wzajemną niewspółmierność przekątnej i boku kwadratu po raz pierwszy pojawia się w średniowieczu w *Opus Maius* Rogera Bacona. Jan Duns Szkot wszakże, jak widzieliśmy, argument ten znacząco rozbudowuje. John Murdoch twierdzi, że inspiracją dla Jana Dunsa Szkota miały być argumenty zamieszczone w *Metafizyce* Al-Ghazali'ego. Zob. J.E. Murdoch, *Infinity and Continuity*, s. 579. Zarówno Duns Szkot, jak i Henryk z Harclay mieli dostęp do tego dzieła, ale tylko w pismach drugiego z nich napotkamy odwołania do tego arabskiego myśliciela. Znajdujące się w dziele Al-Ghazali'ego konstrukcje mają jednak wyraźnie fizykalny charakter i raczej nie można ich nazwać dowodami geometrycznymi. Co więcej, ich podobieństwo do rozumowań Jana Dunsa Szkota jest znikome. Zob. <Abū Hāmid Al-Ġazālī> *Algazel's Metaphysics. A Medieval Translation*, Rev. J.T. Muckle C. S. B. (wyd.), Toronto 1933, s. 10–16. Zob. także: J.E. Murdoch, *Henry of Harclay and the Infinite*, s. 249, przyp. 80; R. Podkoński, *Al-Ghazali's 'Metaphysics' as a Source of Anti-atomistic Proofs in John Duns Scotus*, [w:] *Wissen über Grenzen. Arabisches Wissen und lateinisches Mittelalter*, A. Speer, L. Wegener (red.), „Miscellanea Mediaevalia" 33, 2006, s. 612–625.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Rozdział III

STRUKTURA I NATURA WIELKOŚCI CIĄGŁYCH W KWESTII *UTRUM CONTINUUM SIT DIVISIBILE IN INFINITUM* RYSZARDA KILVINGTONA

Pośród pism dotyczących problemu struktury wielkości ciągłych, jakie powstały w środowisku filozofów oksfordzkich o pokolenie młodszych od Jana Dunsa Szkota czy Wilhelma Ockhama, odnajdziemy przynajmniej dwa, w których wykorzystane zostały argumenty i twierdzenia z dziedziny matematyki. Najbardziej znany jest powstały pomiędzy 1328 a 1335 rokiem *Traktat o wielkościach ciągłych* (*Tractatus de continuo*) Tomasza Bradwardine'a[1]. Drugi z nich to jedna z dziesięciu kwestii składających się na komentarz Ryszarda Kilvingtona do *O powstawaniu i niszczeniu* Arystotelesa, datowanych na lata 1324–1325. Tytuł tej kwestii, a jednocześnie pytanie zasadnicze brzmi: *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* (*Czy wielkość ciągła jest podzielna w nieskończoność?*)[2]. Wszystkie dowody geometryczne zawarte w traktacie Tomasza Bradwardine'a są wyraźnie inspirowane argumentacjami zbudowanymi przez Dunsa Szkota i Ockhama[3]. Natomiast już wstępna analiza kwestii Kilvingtona pozwala spostrzec, że zostały w niej przedstawione oryginalne argumentacje matematyczne. Ich szczegółowe prześledzenie pozwala odkryć kolejne aspekty poglądów filozoficznych Ryszarda Kilvingtona, dzięki czemu nasz obraz czter-

[1] Warto tutaj zauważyć, że *Tractatus de continuo* – jak twierdzi John Murdoch – nie wzbudził zainteresowania ani współczesnych Tomaszowi Bradwardine'owi myślicieli, ani też nie był czytany przez następne pokolenia filozofów przyrody. Określenie 'najbardziej znany' rozumieć zatem należy tylko w odniesieniu do obecnego stanu badań nad omawianym tutaj okresem. Zob. J.E. Murdoch, *Thomas Bradwardine: Mathematics and Continuity in the Fourteenth Century*, s. 104.

[2] Edycję tekstu tej kwestii czytelnik znajdzie [w:] R. Podkoński, *Richard Kilvington „Utrum continuum sit divisibile in infinitum" – an edition*, „Mediaevalia Philosophica Polonorum" XXXVI(II), 2007, s. 123–175. Z tej edycji zaczerpnięte są wszystkie cytaty i do niej odnoszą się odwołania do tej kwestii w niniejszym rozdziale. Według: *A Catalogue of Incipits of Medieval Scientific Writings in Latin*, L. Thorndike, P. Kibre (red.), London 1963, col. 1635, kwestia ta jest jedyną o takim tytule wśród średniowiecznych łacińskojęzycznych prac naukowych, które przetrwały do naszych czasów. Zob. także: E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody a nowożytnym przyrodoznawstwem*, s. 41.

[3] Zob. rozdziały II. 4 i II. 5 oraz IV. 2 tejże pracy. Zob. także: J.E. Murdoch, *Thomas Bradwardine: Mathematics and Continuity in the Fourteenth Century*, s. 110.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

nastowiecznej oksfordzkiej filozofii przyrody może zostać uzupełniony o elementy istotne dla jej właściwego zrozumienia. Wszakże, jak powiedział słynny dwudziestowieczny historyk matematyki, Otto Neugebauer, „jedynie najgruntowniejsza znajomość szczegółów ujawnia pewne ślady nieprzebranego bogactwa procesów życia umysłowego”[4].

III. 1. RYSZARD KILVINGTON I JEGO DZIEŁA – STAN BADAŃ

Nazwisko Ryszarda Kilvingtona po raz pierwszy pojawia się w wydanych w 1913 roku, monumentalnych *Études sur Léonard de Vinci* Pierre'a Duhema[5]. O Kilvingtonie wspomina także w jednym ze swoich artykułów Konstanty Michalski, słusznie przypisując mu autorstwo zbioru *Sofizmatów*[6]. Od tego czasu nazwisko Kilvingtona przywoływali w swoich pracach także inni wybitni mediewiści, m.in. Charles H. Lohr, Alphonse de Poorter, Damasus Trapp czy Curtis Wilson[7]. Jednak poglądy filozoficzne Ryszarda Kilvingtona wzbudzają zainteresowanie dopiero u Anneliese Maier, która w wydanym w roku 1964 dziele *Ausgehendes Mittelalters* przedstawia jego koncepcję nieskończoności jedynie w zarysie[8]. Chociaż czternastowieczne rozważania dotyczące statusu nieskończoności w świecie stworzonym cieszyły się zainteresowaniem badaczy ówczesnej myśli oksfordzkiej, to jednak przez wiele kolejnych lat nikt nie podjął się dokładnej analizy prac Kilvingtona dotyczących tego problemu.

Krytyczne opracowanie, wydanie i przekład na język angielski *Sofizmatów* Ryszarda Kilvingtona, dokonane przez Barbarę i Normana Kretzmannów na przełomie lat osiemdziesiątych i dziewięćdziesiątych dwudziestego wieku pozwoliło nam poznać tego myśliciela jako doskonałego logika[9]. Natomiast naj-

---

[4] Cyt. za: A. Aveni, *Rozmowy z planetami. W jaki sposób nauka i mitologia wymyśliły kosmos*, przeł. R. Bartołd, Poznań 2000, s. 112.

[5] Zob. Pierre Duhem, *Études sur Léonard de Vinci*, Paryż 1913, ser. 3ème, s. 408–409, 412, 423, 444, 475.

[6] Zob. Konstanty Michalski, *La physique nouvelle et les differents courants philosophiques au XIV s.*, „Bulletin International de l'Académie Polonaise des Sciences et de Lettres, Classe d'Historie et de la Philosophie 1927”, 7–10, Cracoviae 1928, s. 118, 149–150.

[7] Zob. Ch. Lohr, *Medieval Latin Aristotle Commentaries. Authors: Narcissus-Richardus*, „Traditio” 28(1972), s. 392–393; A. de Poorter, *Les Questiones super Libros Sententiarum de Richardi de Killington à la Bibliothèque de Bruges*, „Revue Néo-Scolastique de Philosophie” 30(1928), s. 241; D. Trapp, *Augustinian Theology of the 14th Century*, „Augustiniana” 6(1956), s. 246; C. Wilson, *William Heytesbury: Medieval Logic and the Rise of Mathematical Physics*, Madison 1960, s. 8, 163–168.

[8] Zob. A. Maier, *Ausgehendes mittelalter. Gesammelte aufsätze zur geistesgeschichte des 14. Jahrhunderts*, t. I, Roma 1964, s. 75–76.

[9] Ricardus Kilvington, *The Sophismata of Richard Kilvington* (dalej cytowane jako: Ricardus Kilvington, *Sophismata*), B.E. Kretzmann, N. Kretzmann (wyd.), Auctores Britannici Medii Aevi XII, Oxford 1991 (wydanie krytyczne w jęz. łacińskim); *The Sophismata of Richard Kilvington*,

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

nowsze prace Elżbiety Jung ukazały nam Kilvingtona również jako oryginalnego filozofa przyrody – jednego z współtwórców tzw. szkoły Oksfordzkich Kalkulatorów, a ponadto jako człowieka głęboko zaangażowanego w życie intelektualne i społeczne swoich czasów[10]. W pracach tych zawarty jest bogaty materiał faktograficzny i porównawczy dotyczący kolejnych etapów życia i kariery Ryszarda Kilvingtona oraz współczesnych mu filozofów oksfordzkich, jak również przekład na język polski jego *Kwestii o ruchu*. W ostatnich latach Monika Michałowska opublikowała edycję krytyczną jego kwestii do *Etyki* oraz kilka omawiających je artykułów[11]. W świetle tego, najwłaściwsze wydaje mi się odesłanie zainteresowanego osobą Kilvingtona i jego interpretacją Arystotelesowej filozofii przyrody czytelnika do książek i artykułów Elżbiety Jung, podczas gdy w ramach niniejszego i kolejnych rozdziałów ograniczę się do przedstawienia faktów bezpośrednio związanych z interesującym nas tutaj tekstem i problemem[12].

---

introd., transl.and commentary by N. Kretzmann, B.E. Kretzmann, Cambridge 1990 (przekład na j. angielski).

[10] Zob. E. Jung-Palczewska, *Works by Richard Kilvington*, „Archives d'historie doctrinale et litteraire du moyen âge" 67, 2000, s. 184–225; tejże, *Między filozofią przyrody a nowożytnym przyrodoznawstwem*, s. 25–31, 37–45; tejże, *Arystoteles na nowo odczytany. Ryszarda Kilvingtona „Kwestie o ruchu"*, Łódź 2014, s. 13–105. Na temat Oksfordzkich Kalkulatorów zob. E.D. Sylla, *The Oxford Calculators*, s. 540–563.

[11] Zob. np. M. Michałowska, *Richard Kilvington's 'Quaestiones super libros Ethicorum': Is the Virtue of Prudence a Moral Habit?* (zawiera edycję krytyczną kwestii: *Utrum prudentia sit habitus cum recta ratione activus circa hominis bona et mala*), „Bulletin de philosophie médiévale" 53 (2011), s. 233–282; tejże, *Jak wyliczyć cnotę? Ilościowe ujęcie cnót w „Kwestiach do Etyki" Ryszarda Kilvingtona*, „Przegląd Filozoficzny. Nowa Seria" 83 (3/2012). s. 459–474; tejże, *Kilvington's use of physical and logical arguments in ethical dilemmas*, „Documenti e studi sulla tradizione filosofica medievale" 22(2011), s. 465–492; tejże, *Czy mądry jest roztropny? Roztropność i wiedza moralna wobec działań woli w komentarzu do 'Etyki nikomachejskiej' Ryszarda Kilvingtona*, „Przegląd Tomistyczny" XVI(2010), s. 291–306.

[12] Ryszard Kilvington najprawdopodobniej urodził się w miejscowości Kilvington w Yorkshire w 1302 roku. Na Uniwersytet Oksfordzki wstąpił – jak to było wówczas w zwyczaju – będąc czternasto- lub piętnastolatkiem, czyli około roku 1317. Jako świeżo upieczony student Wydziału Sztuk Kilvington nie miał raczej możliwości słuchać wykładów Wilhelma Ockhama, który to wówczas dopełniał właśnie swoich obowiązków nauczycielskich, komentując w Oksfordzie *Sentencje* Piotra Lombarda. Na pewno jednak o Ockhamie i jego rewolucyjnych opiniach słyszał, a być może i jego samego widywał. Zanim Kilvington w 1327 roku został magistrem filozofii i zaczął studiować teologię, Wilhelm Ockham już od przynajmniej dwóch lat przebywał na dworze papieskim w Awinionie, gdzie wezwano go pod zarzutem herezji (Zob. W.J. Courtenay, *The Academic and Intellectual Worlds of Ockham*, [w:] *The Cambridge Companion to Ockham*, P.V. Spade (wyd.), s. 22–24). Prawdopodobnie z tego właśnie powodu autor nasz w żadnej ze swoich prac nie przywołuje Ockhama ani z imienia, ani z przydomka, choć wielokrotnie do głoszonych przezeń idei nawiązuje.

Zanim Ryszard Kilvington mógł jako *magister formatus* rozpocząć studia na Wydziale Teologii, musiał wcześniej wypełnić obowiązki regensa na Wydziale Sztuk. Wedle czternastowiecznych statutów oksfordzkich w zakresie tych obowiązków było, między innymi, przeprowadzenie zajęć i skomentowanie kolejno: *Fizyki* oraz *Etyki* Arystotelesa. Kilvington wymóg ten spełnił w latach 1324–1325 (*Fizyka*) oraz w roku 1326 (*Etyka nikomachejska*). Efektem tychże wykładów są za-

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

chowane do naszych czasów w tylko jednym rękopisie kwestie do *Fizyki* oraz odnalezione w kilku manuskryptach kwestie do *Etyki*. Jeszcze przedtem Ryszard Kilvington musiał przeprowadzić wykłady kursowe z logiki oraz skomentować co najmniej jedno dzieło dotyczące filozofii przyrody. Wynikiem tych zajęć są napisane najprawdopodobniej w latach 1323–1324 *Sofizmaty* oraz powstałe w 1324–1325 kwestie do *O powstawaniu i niszczeniu* Arystotelesa (Zob. J. Weisheipl, *Curriculum of the Faculty of Arts at Oxford in the Early Fourteenth Century*, s. 173–175; a także: J.M. Fletcher, *The Faculty of Arts*, [w:] *The History of the University of Oxford*, t. 1: *The Early Oxford Schools*, J.I. Catto (red.), Oxford 1984, s. 376). Poza wymienionymi powyżej tekstami Ryszard Kilvington, będąc już bakałarzem na wydziale teologii Uniwersytetu Oksfordzkiego, napisał pomiędzy 1332 a 1334 kwestie do *Sentencji* Piotra Lombarda, w których ponownie poruszył wiele problemów i odwoływał się do rozwiązań, które zamieścił we wcześniejszych swoich pracach. Jak twierdzi J.E. Murdoch, w czternastym wieku w Oksfordzie takie postępowanie było powszechną praktyką komentujących *Sentencje*. (Zob. J.E. Murdoch, *From Social into Intellectual Factors*, s. 275). Doktorat z teologii Kilvington otrzymał w 1337 lub 1338 i w tym samym roku najprawdopodobniej definitywnie opuścił Uniwersytet Oksfordzki, by poświęcić się karierze politycznej i eklezjastycznej. (Listę manuskryptów, w których znajdują się kwestie Kilvingtona do dzieł Arystotelesa, oraz pełen wykaz tytułów poszczególnych kwestii czytelnik znajdzie w: E. Jung-Palczewska, *Works by Richard Kilvington,* s. 189, przyp. 43, s. 199, przyp. 92, s. 203–204, przyp. 104, s. 218, przyp. 147. Listę manuskryptów zawierających *Sofizmaty* Kilvingtona czytelnik znajdzie w: N. Kretzmann, *Introduction*¸ [w:] *The Sophismata of Richard Kilvington*, s. xxvi–xxvii).

Ryszard Kilvington w Oksfordzie poznał między innymi – wspomnianego już w tej pracy – Tomasza Bradwardine'a, Adama Wodehama (ok. 1298–1358), a także Wilhelma Heytesbury'ego (ok. 1313–1372) i Rogera Rosetha (*fl. ca* 1335). Wymieniam tutaj tylko tych współczesnych Kilvingtonowi myślicieli oksfordzkich, z którymi wiązały go zainteresowania naukowe – już to jako studenta, już to jako uczestnika formalnych i nieformalnych dysput, czy wreszcie jako nauczyciela. Nietrudno zauważyć, że są to nazwiska dobrze znane, których wpływ na rozwój średniowiecznej filozofii przyrody w Oksfordzie był znaczny. (Podstawowe informacje na temat biografii i poglądów Adama Wodehama czytelnik znajdzie m.in. w: W.J. Courtenay, *Adam Wodeham: an Introduction to His Life and Writings*, Leiden 1978; R. Wood, *Wodeham, Adam,* [w:] *The Routledge Encyclopedia of Philosophy*, Edward Craig (red.), t. 9, s. 773–776. Informacje na temat biografii i poglądów Wilhelma Heytesbury'ego czytelnik znajdzie m.in. w: C. Wilson, *William Heytesbury. Medieval Logic…*, *passim*; E. Jung-Palczewska, *Wilhelm Heytesbury – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia...*, E. Jung-Palczewska (red.), s. 319–322; J.L. Longeway, *Heytesbury William*, [w:] *The Routledge Encyclopedia of Philosophy*, t. 4, s. 419–421; tenże, *William Heytesbury*, [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2003 Edition), E.N. Zalta (red.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/spr2003/entries/heytesbury/>. Podstawowe informacje na temat Rogera Rosetha czytelnik znajdzie w: O. Hallamaa, *Introduction*, [w:] Roger Roseth, *Lectura super Sententias*, Quaestiones 3, 4 & 5, O. Hallamaa (wyd.), Helsinki 2005, s. 16–17.

Dużą pomoc w początkach kariery politycznej i eklezjastycznej Ryszard Kilvington zawdzięczał, podobnie jak wielu mu współczesnych, biskupowi Durham − Ryszardowi de Bury, znanemu bibliofilowi i protektorowi szczególnie wybitnych absolwentów oksfordzkiej uczelni. (Wiadomo, że Ryszard de Bury pomógł także w karierze Tomaszowi Bradwardine'owi. Zob. E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody...*, s. 29; A. G. Molland, *Thomas Bradwardine. Geometria speculativa*, s. 9). Dzięki niemu Kilvington w 1338 roku wziął udział w misji dyplomatycznej podjętej przez króla Edwarda III. Później wielokrotnie towarzyszył królowi w podróżach, pełniąc nawet przez pewien czas funkcję jego osobistego kapelana. Ostatecznie, w 1354 roku Ryszard Kilvington został Dziekanem Kapituły Katedry św. Pawła w Londynie. Z tego okresu jego życia do naszych czasów zachowały się jedynie dwa kazania oraz *Sermo de adventu Domini*. Kilvington zmarł w Londynie w 1361 roku i został pochowany w katedrze św. Pawła.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

III. 2. KWESTIA *UTRUM CONTINUUM SIT DIVISIBILE IN INFINITUM* NA TLE POZOSTAŁYCH PISM RYSZARDA KILVINGTONA

Kwestie do *O powstawaniu i niszczeniu* Arystotelesa były pierwszym z dwóch dzieł Ryszarda Kilvingtona odnoszących się do problematyki z dziedziny filozofii przyrody. Drugie z tych dzieł to cztery obszerne kwestie do *Fizyki*. Jednakże, jak wykazują prace badaczy myśli naszego autora, zagadnienia wchodzące w zakres zainteresowań czternastowiecznych filozofów przyrody są obecne we wszystkich tekstach uniwersyteckich autorstwa Kilvingtona. Mam tutaj na myśli rozważania dotyczące pomiaru wielkości opisujących ruch, pojmowany w duchu Arystotelesowskim jako wszelkiego rodzaju zmiana[13]. Norman Kretzmann wskazuje, że Ryszard Kilvington już w swoich *Sofizmatach* podejmował próby uściślenia teorii Stagiryty, a nawet sformułował pewne reguły dotyczące ruchu i związanych z nim wielkości, wypracowując metodę określenia wartości prędkości chwilowej w ruchu jednostajnie przyspieszonym[14]. Wydaje się to szczególnie świadczyć o nakierowaniu zainteresowań naszego autora głównie na filozofię przyrody. Sofizmaty były bowiem popularną w średniowieczu formą ćwiczenia logicznego i w większości przypadków służyły jedynie rozwijaniu umiejętności budowania, uzasadniania lub obalania argumentacji filozoficznych. W wiekach średnich wykształciły się dwa rodzaje sofizmatów. Pierwotnie sofizmatami nazywano wnioskowania pozornie poprawne, to znaczy zawierające mniej lub bardziej ukryty błąd, lub też wnioskowania poprawne, na pierwszy rzut oka wyglądające na błędne. To samo odnosić się mogło do przesłanek danej argumentacji. Zadaniem studenta podczas zajęć *de sophismatibus* było, jak się można łatwo domyślić, odnalezienie i wskazanie błędów albo też wykazanie poprawności danego wnioskowania. Na początku

---

Ryszard Kilvington poświęciwszy się karierze politycznej i kościelnej porzucił całkowicie działalność naukową. Studia w Oksfordzie traktował więc najprawdopodobniej, jak wielu mu współczesnych, jako wstęp do kariery kościelnej i politycznej. Pozwala to przynajmniej częściowo wyjaśnić, dlaczego jego poglądy i rozwiązania filozoficzne pozostawały tak długo nieodkryte przez badaczy myśli oksfordzkiej czternastego stulecia. Sam Kilvington wszakże nie rozwijał ich później ani też nie promował. Jedyne jego prace naukowe to komentarze do dzieł filozoficznych Arystotelesa i do *Sentencji* Piotra Lombarda, wymagane na mocy statutu uniwersyteckiego od wszystkich studentów, którzy chcieli osiągnąć kolejne stopnie wykształcenia. Ryszard Kilvington nie napisał żadnego traktatu w całości poświęconego konkretnemu zagadnieniu, jak to czynił współczesny mu i prawdopodobnie dzięki temu bardziej znany historykom filozofii średniowiecznej Tomasz Bradwardine. Żadna też z prac Kilvingtona, w odróżnieniu od dzieł pozostałych Kalkulatorów, nie doczekała się wydania renesansowego. Zob. N. Kretzmann, *Richard Kilvington and the Logic of Instantaneous Speed*, [w:] *Studi sul XIV secolo in memoria di Anneliese Maier*, A. Maierù, A. Paravicini Bagliani (red.), Rzym 1982, s. 146, przyp. 17.

[13] Zob. E. Jung-Palczewska, *Procedura „secundum imaginationem" w średniowiecznej filozofii przyrody*, [w:] *Księga pamiątkowa ku czci Profesora Zdzisława Kuksewicza*, E. Jung-Palczewska (red.), Łódź 2000, s. 65.

[14] Zob. N. Kretzmann, *Richard Kilvington and the Logic of Instantaneous Speed*, *passim*.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

czternastego wieku pojawiają się jednak sofizmaty innego typu. Mianem ‘sofizmatu’ zaczęto wtedy nazywać także zdania niejasne, tj. niezrozumiałe lub wieloznaczne, których prawdziwość można było zarówno potwierdzić, jak i odrzucić przy wykorzystaniu różnych dróg i sposobów argumentacji[15]. W przypadku sofizmatów tego drugiego typu, celem ćwiczeń nie było właściwe określenie wartości logicznej rozpatrywanego zdania-sofizmatu, lecz wykształcenie biegłości w wykorzystaniu teorii supozycji i zasad budowania argumentacji w odniesieniu do zdań warunkowych i temporalnych, a także terminów kategorematycznych i synkategorematycznych[16].

Każdy ze zbioru 48 sofizmatów autorstwa Ryszarda Kilvingtona reprezentuje ten drugi z wymienionych powyżej rodzajów. We wszystkich przedstawionych przez naszego autora przykładach procedura jest taka sama i polega na potwierdzeniu, a następnie zaprzeczeniu (lub w odwrotnej kolejności) tego samego zdania, przy czym zachowana jest logiczna spójność i konsekwencja wywodu[17]. Same zaś zdania-sofizmaty Kilvingtona sformułowane są tak, że często na pierwszy rzut oka wydają się być niezrozumiałe, jak np. *Socrates est albior quam Plato incipit esse albus* (*Sokrates jest bielszy niż Platon, który zaczyna być biały*), lub zupełnie pozbawione treści, np. *B faciet C esse verum* (*B sprawia, że C jest prawdą*) – co może dać wrażenie rozważań sformalizowanych i niezwiązanych z zagadnieniami *stricte* filozoficznymi[18]. Wystarczy jednak tylko pobieżnie przeanalizować argumentacje odnoszące się do poszczególnych sofizmatów, by zauważyć, że w wielu z nich zawarte zostały terminy wykorzystywane w czternastowiecznych opisach ruchu lokalnego, takie jak: ‘zaczyna’ (*incipit*), ‘przestaje’ (*desinit*), ‘przemierzyć’ (*pertransire*), ‘powiększać’ (*intendere*) itp.[19]. Należy zatem przyjąć przytoczoną powyżej opinię Kretzmanna, iż operują one w dziedzinie Arystotelesowskiej fizyki, choć sam Kilvington we wstępie do *Sofizmatów* stwierdził, że spisał je jedynie w celu stworzenia podręcznika logiki dla swoich studentów[20].

---

[15] Zob. C. Wilson, *dz. cyt.*, s. 4; F. Pironet, *Sophismata*, [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2001 Edition), E. N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/win2001/entries/sophismata/>.

[16] Termin kategorematyczny to taki, który w sposób naturalny lub na mocy pewnej konwencji pozwala wskazać konkretny, odpowiadający mu desygnat. Termin synkategorematyczny natomiast samodzielnie nie oznacza jakiegokolwiek przedmiotu. Przykładem terminu kategorematycznego może być *człowiek* w zdaniu: *Ten człowiek siedzi*; natomiast terminem synkategorematycznym jest dla przykładu: *każdy*. Zob. np. E. Jung-Palczewska, *Wilhelm Ockham – Wprowadzenie*, s. 199.

[17] Zob. N. Kretzmann, *Richard Kilvington and the Logic of Instantaneous Speed*, s. 149, przyp. 27.

[18] Ricardus Kilvington, *Sophismata*, Sophisma 1, s. 2; oraz: Sophisma 41[42], s. 110.

[19] Zob. na przykład: tamże, Sophisma 30 [31]: *Socrates movetur in duplo velocius quam Plato*, s. 71–75; Sophisma 34 [35]: *Plato potest moveri uniformiter per aliquod tempus et aeque velociter sicut nunc movetur Socrates*, s. 86–90; Sophisma 35 [36]: *Socrates incipiet posse moveri A gradu velocitatis*, s. 90–94.

[20] Tamże, Praefatio, s. 1: *Ad utrumque dubitare potentes, facile speculabimur verum et falsum, ut dicit Aristoteles primo Topicorum suorum. Ut, igitur, in praesenti opere verum et falsum speculemur facilius sophismatum perscrutandorum, utrasque partes contradictionis intendo discu-*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Metoda rozwiązywania zagadnień fizykalnych zastosowana przez naszego autora w *Sofizmatach* stała się wzorcową dla kolejnego pokolenia filozofów średniowiecznych i to nie tylko oksfordzkich. Zbiór ten był na pewno najbardziej znanym i rozpowszechnionym w czternastym wieku dziełem Kilvingtona[21]. Cytaty z niego zaczerpnięte odnaleźć można w pismach zarówno filozofów oksfordzkich, między innymi Rogera Rosetha, Adama Wodehama, Wilhelma Heytesbury'ego i Ryszarda Swinesheada (*fl.* 1340–1350), jak i paryskich: Grzegorza z Rimini (zm. 1358), Jana z Mirecourt (*fl.* 1345), Alberta z Saksonii (zm. 1390), a także Marsyliusza z Inghen (zm. 1396)[22]. Sam Kilvington zresztą w swoich późniejszych tekstach wielokrotnie powracał do schematów uzasadniania, które przedstawił w swoich *Sofizmatach*[23].

W chronologicznie drugiej pracy Ryszarda Kilvingtona, zbiorze dziesięciu kwestii do *O powstawaniu i niszczeniu* Arystotelesa, także napotkamy rozważania dotyczące problematyki ruchu jako wszelkiego rodzaju zmian ilościowych lub jakościowych[24]. Ukoronowaniem zainteresowań przyrodniczych Kilvingtona są jego cztery kwestie do *Fizyki* Arystotelesa, w ramach których skupia się on na problemie pomiaru wielkości charakteryzujących ruch. Jak wykazała Elżbieta Jung, jako pierwszy spośród myślicieli średniowiecznych dokonał on przeformułowania przedstawionych w VII księdze *Fizyki* Arystotelesa równań ruchu[25]. Kilvington formułuje te równania tak, by ściśle i konsekwentnie opisywały zmianę wartości czynników ruchu zmiennego (szczególnie ruchu opóźnionego), tj. siły poruszającej i oporu, a jednocześnie by zachowany został podstawowy warunek ruchu arystotelesowskiej fizyki, tzn. aby siła przewyższała opór stawiany przez poruszane ciało[26]. Ustalone przez Kilvingtona zależności

---

tere et easdem, prout facultas suppetit, rationibus evidentibus suadere. Quia ad hoc quorundam iuvenum rogationibus provocor, qui pro eisdem vehementer instabant, unde, eisdem cupiens aliquid providere quae ab eis sensi saepius postulari, eo tenore temptare praesumpsi.

[21] Wskazuje na to także fakt, że do naszych czasów przetrwały przynajmniej 22 kopie rękopiśmienne *Sofizmatów* Ryszarda Kilvingtona, zob. N. Kretzmann, *Richard Kilvington and the Logic...*, s. 143, przyp. 1.

[22] Zob. E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody a nowożytnym przyrodoznawstwem...*, s. 41. Podstawowe informacje na temat biografii i poglądów Grzegorza z Rimini, Jana z Mirecourt i Alberta z Saksonii czytelnik znajdzie m.in. [w:] E. Gilson, *Historia filozofii chrześcijańskiej w wiekach średnich*, przeł. S. Zalewski, Warszawa 1987, s. 447–450, 459–460.

[23] Na przykład w drugim argumencie zasadniczym kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* znajduje się powtórzone niemal słowo w słowo rozumowanie zawarte w sofizmacie 24: *D incipiet simul esse divisum et non divisum*, w ósmym argumencie tej samej kwestii Kilvington przedstawia argumentację, przypominającą fragmenty sofizmatu 29: *Socrates movebitur super aliquod spatium quando non habebit potentiam ad movendum super illud spatium* (Zob. Richard Kilvington, *Sophismata*, Sophisma 29, s. 64). Zob. Ricardus Kilvington, *Utrum continuum sit divisibile in infinitum*, s. 127–129, 150–153.

[24] Dla przykładu, jedna z zawartych w nim kwestii dotyczy problemu: *Czy wzrost jest ruchem w kierunku ilości?* Zob. E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody...*, s. 41.

[25] Zob. Arystoteles, *Fizyka*, VII, 5, 250a, s. 165–166.

[26] Rozważania Kilvingtona szczegółowo opisuje E. Jung; zob. tejże, *Arystoteles na nowo odczytany*, s. 74–83.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

w bardziej przejrzystej formie przedstawił później Tomasz Bradwardine w traktacie *De proportionibus velocitatum in motibus* – i w tej postaci są one znane historii nauki[27].

Zarówno Arystoteles, jak i filozofowie średniowieczni przed Kilvingtonem łączyli problematykę ruchu przestrzennego z kwestią struktury wielkości ciągłych[28]. Również myśliciele współcześni Kilvingtonowi i ci tworzący nieco później problem natury kontinuum dyskutowali zazwyczaj w komentarzach do *Fizyki*, w kontekście spostrzeżeń Stagiryty na ten temat, zawartych w jej piątej księdze[29]. Kilvington natomiast, co trzeba podkreślić, interesującą nas tutaj kwestię: *Czy wielkość ciągła jest podzielna w nieskończoność?*, zawarł, jak wspominałem, w swoim komentarzu do *O powstawaniu i niszczeniu*. Co więcej, komentując *Fizykę*, Kilvington w ogóle nie zajmuje się problemem struktury kontinuum, najprawdopodobniej uznawszy, że przedyskutował go wystarczająco dokładnie i że nie ma on większego znaczenia dla jego rozważań dotyczących ruchu.

Do tematyki poruszonej w *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* Kilvington powraca natomiast w swoim komentarzu do *Sentencji* Piotra Lombarda, dyskutując kwestię: *Czy jedna nieskończoność może być większa od drugiej?* (*Utrum unum infnitum potest esse maius alio*)[30]. Myśliciel nasz przywołuje w niej i wykorzystuje zawarte w kwestii o kontinuum idee i argumentacje, choć robi to w innym kontekście i celu, wyprowadzając z nich także odmienne wnioski[31]. Jest to niewątpliwie godne uwagi, chociażby dlatego, że w innych swoich pracach Kilvington nigdy się nie powtarza, zwykle odsyłając czytelnika do wcześniejszych kwestii[32]. Powrót do kwestii struktury wielkości ciągłych w ramach dyskusji o naturze nieskończoności pozwala nam przypuszczać, że Ryszard Kilvington dostrzegał ścisłą wzajemną zależność pomiędzy tymi problemami. Niewątpliwie miał świadomość związanych z nimi trudności natury filozoficznej i logicznej oraz potrzebę konsekwentnego usystematyzowania w jedną spójną całość wypracowanych idei i rozwiązań.

---

[27] Zob. dla przykładu: E. Grant, *Średniowieczne podstawy nauki nowożytnej*, s. 119.

[28] Arystoteles, *Fizyka*, VI, 1–2, 231b–233b, s.132–136. Zob. Johannes Duns Scotus, *Ordinatio*, Liber Secundus, dist. II, pars II, qu. 5: *Utrum angelus possit moveri de loco ad locum motu continuo* (Opera omnia, vol. VII, Watykan 1973). J.E. Murdoch, *From Social into Intellectual Factors…*, s. 300; tenże, *Thomas Bradwardine: mathematics…*, s. 110; E.D. Sylla, *God, Indivisibles and Logic…*, s. 87.

[29] Zob. Arystoteles, *Fizyka*, V, 3–4, 227a–229a, s. 123–126. Zob. J.M.M.H. Thijssen, *Buridan on Mathematics*, „Vivarium" 23(1985), s. 56; J.E. Murdoch, *Aristotle on Democritus's Argument…*, s. 87–89. Średniowieczni atomiści przedstawiali swoje opinie dotyczące struktury *continuum* głównie w komentarzach do *Sentencji* Piotra Lombarda. Zob. E.D. Sylla, *Thomas Bradwardine's „De continuo" and the Structure of Fourteenth-Century Learning*, s. 152.

[30] Ricardus Kilvington, *Utrum omnis creatura sit suae naturae certis limitatibus circumscripta*¸ articulus secundus: *Utrum unum infinitum potest esse maius alio*, Ms. Watykan, Biblioteca Apostolica Vaticana, Vat. lat. 4353, f. 39v–42r.

[31] Zob. rozdział III. 4. 5 poniżej.

[32] Zob. E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody…*, s. 38. F. Pironet, *Sophismata*.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

III. 3. STRUKTURA KWESTII

Kwestia Ryszarda Kilvingtona *Czy wielkość ciągła jest podzielna w nieskończoność?* posiada strukturę typową dla tego rodzaju czternastowiecznych tekstów oksfordzkich. Po pytaniu zasadniczym następuje formuła: *probo quod non* (*udowadniam, że nie* [*jest tak, jak sugeruje pytanie*]), a dalej dwanaście argumentów zasadniczych (*argumenta principalia*), mających już to wykazać fałsz rozwiązania zasugerowanego przez pytanie, już to dowieść prawdziwości stanowiska przeciwnego, tj. twierdzenia, że wielkość ciągła nie jest podzielna w nieskończoność. Następnie w krótkim *ad oppositum* Kilvington zauważa, że tej ostatniej opinii sprzeciwiają się różne twierdzenia Arystotelesa zawarte w pierwszej księdze *O powstawaniu i niszczeniu*, w pierwszej księdze *O niebie* i w szóstej *Fizyki*. Dalej mamy również niezbyt długie rozwiązanie kwestii (*solutio quaestionis*), a całość kończą odpowiedzi na wszystkie argumenty zasadnicze.

Warto zauważyć, że *argumenta principalia* stanowią około dwóch trzecich objętości tekstu. Taki układ i wzajemne proporcje poszczególnych części kwestii charakteryzują także większość pozostałych prac filozoficznych naszego autora. Typową cechą wszystkich napisanych przezeń kwestii jest również to, że argumenty zasadnicze mają postać rozbudowanych dyskusji, w których przeplatają się rozumowania *pro* i *contra*, przez co całość przypomina w swojej budowie jego *Sofizmaty*[33]. Omawiany tutaj tekst nie stanowi wyjątku od tej reguły. Taka forma wywodu sprawia jednak badaczowi myśli Kilvingtona trudność, bowiem jego własne pomysły i idee przedstawione są nie tylko w rozwiązaniu kwestii i w odpowiedziach na argumenty zasadnicze, lecz występują również jako elementy poszczególnych rozumowań.

W przypadku omawianego tutaj tekstu trudność sprawia także i to, że w odróżnieniu od innych dotychczas zbadanych kwestii Kilvingtona kolejność przedstawiania poszczególnych argumentów wydaje się zupełnie przypadkowa[34]. Obok rozumowań operujących jedynie na gruncie filozofii przyrody, mamy argumenty *stricte* logiczne, matematyczne bądź metafizyczne, a w niektórych przypadkach zauważamy swobodny przeskok od jednej dyscypliny wiedzy do innej w ramach jednego ciągu myślowego[35]. Można wręcz odnieść wrażenie, iż kolejne argumenty wymyślane były *ad hoc*, bez planu. Fakt ten może stanowić podstawę dla hipotezy, że dostępne nam zachowane kopie tekstu kwestii są już to notatkami Kilvingtona, już to *reportationes* z jego zajęć. Za tą

[33] Zob. E. Jung-Palczewska, tamże.

[34] Zob. tamże, s. 37; Jedynym „kluczem", wedle którego uporządkowane są *argumenta principalia* omawianej tutaj kwestii, wydaje się być ich... długość. Por. Ricardus Kilvington, *Utrum continuum sit divisibile in infinitum*, s. 123–158.

[35] Fakt ten pozwala wysnuć pewne wnioski odnoszące się do metodologii Kilvingtona. Do problemu tego powrócimy w dalszej części niniejszej pracy. Zob. rozdział III. 5. 2 poniżej.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

hipotezą przemawiają także liczne, choć niezmieniające sensu całości różnice pomiędzy zachowanymi wersjami tekstu[36]. Dlatego też całkowicie uprawnione jest odejście od przyjętego przez Kilvingtona porządku podczas szczegółowej analizy fragmentów *Utrum continuum sit divisibile in infinitum*. Jest to tym bardziej uzasadnione, że dowodów i twierdzeń natury matematycznej, a te są wszak przedmiotem niniejszych badań, nie odnajdziemy w każdym z argumentów zasadniczych, mimo że w analizowanej kwestii matematycznych argumentacji jest wiele. Ryszard Kilvington odwołuje się do *Elementów* w niemal połowie z argumentów zasadniczych, w kilku przypadkach nawet kilkakrotnie[37]. Świadczy to, że Euklides jest przez Kilvingtona uważany za autorytet równy Arystotelesowi i Komentatorowi, do których opinii odnosi się najczęściej. Drugim traktatem z dziedziny matematyki cytowanym w omawianym tutaj tekście jest dziełko *De curvis superficiebus*, przez średniowiecznych przypisywane Archimedesowi[38].

Pomimo, że *Utrum continuum...* jest jedną z kwestii do *De generatione et corruptione*, Ryszard Kilvington najczęściej − prawie czterdzieści razy − odwołuje się do *Fizyki* Arystotelesa lub do komentarza Awerroesa do tego dzieła, natomiast w dziesięciu przypadkach odsyła czytelnika do *O powstawaniu i niszczeniu*. Przywołuje ponadto fragmenty *O duszy*, *Metafizyki*, *O niebie* i *Topik* Arystotelesa[39]. Możemy więc przypuszczać, że dla Kilvingtona, podobnie jak dla większości współczesnych mu myślicieli oksfordzkich, komentowanie danego dzieła Filozofa było okazją do przedstawienia raczej własnych niż jego poglądów, a problemy poruszane w ramach poszczególnych kwestii były dość luźno związane z tematyką zawartą w podstawowym tekście[40].

[36] Zob. R. Podkoński, *Richard Kilvington, „Utrum continuum sit divisibile in infinitum" – an edition*, s. 122.

[37] Warto zauważyć, że Kilvington przywołuje *Elementy* Euklidesa jedynie w ramach argumentów zasadniczych omawianej tutaj kwestii. Murdoch twierdzi, że było to typowe postępowanie myślicieli czternastowiecznych odwołujących się do matematyki w rozważaniach dotyczących natury wielkości ciągłych. Zob. J.E. Murdoch, *Mathesis in philosophiam scholasticam introducta*, s. 247.

[38] W średniowieczu za autora tego traktatu uznawano niekiedy Euklidesa, z czym mamy zresztą do czynienia w przypadku paryskiej kopii omawianej tutaj kwestii Ryszarda Kilvingtona. W rzeczywistości *De curvis superficiebus* było komentarzem Jana z Tynemouth do pierwszej księgi *O sferze i walcu* Archimedesa. Zob. M. Clagett, *The 'De curvis superficiebus Archimenidis': a medieval commentary of Johannes de Tinemue on book I of 'De sphaera et cylindro' of Archimedes*, „Osiris" 11(1954), s. 295. Zob. także rozdział III. 4. 3 niniejszej pracy.

[39] Zob. Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, passim.

[40] Zob. E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody...*, s. 37.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

III. 4. Wykorzystanie metod matematycznych w odniesieniu do problemu struktury wielkości ciągłych w kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum*

Umieszczenie rozważań nad strukturą wielkości ciągłych w komentarzu do *O powstawaniu i niszczeniu* nie jest szczególnie zaskakujące, jeśli sobie przypomnimy, że w pierwszej księdze tego dzieła Arystoteles przedstawia i poddaje dogłębnej krytyce atomizm Demokryta i Leucypa[41]. Mimo to Kilvington wyróżnia się spośród współczesnych sobie filozofów, którzy problem natury kontinuum zazwyczaj dyskutowali w swoich komentarzach do *Fizyki* bądź też, jak Jan Duns Szkot czy atomiści, w kontekście problemów z zakresu teologii[42]. Odwoływanie się do argumentów matematycznych w celu określenia struktury wielkości ciągłych wprowadza naszego autora do grona intelektualnych spadkobierców Rogera Bacona i Jana Dunsa Szkota. Jednak nawet pobieżna analiza tekstu kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* ujawnia jej wyjątkowość w tym aspekcie. Nietrudno zauważyć, że Ryszard Kilvington przytacza dowody i twierdzenia matematyczne w ramach argumentów zasadniczych *quod non*, czyli z założenia mających służyć wykazaniu, że wielkość ciągła nie jest podzielna w nieskończoność. Należy pamiętać, że typową praktyką w czasach Ryszarda Kilvingtona było wykorzystywanie matematyki w celu potwierdzenia nieskończonej podzielności dowolnego kontinuum i wykazania tym samym fałszywości teorii atomistycznych[43]. Fakt ten nie powinien nas oczywiście prowadzić do przedwczesnego formułowania wniosków dotyczących stanowiska Kilvingtona w sporze o strukturę wielkości ciągłych, lecz warto go mieć w pamięci.

Inną wyjątkową cechą kwestii: *Czy wielkość ciągła jest podzielna w nieskończoność?* jest brak tradycyjnych, zawartych w dziełach Rogera Bacona, Jana Dunsa Szkota i Wilhelma Ockhama, geometrycznych konstrukcji przeciw atomizmowi. W tekście omawianej tutaj kwestii Kilvington ani nie przywołuje przykładu z dwoma koncentrycznymi okręgami, ani też nie buduje kwadratu z niepodzielnych odcinków czy elementów[44]. Niektóre jednak spośród argumentów Ryszarda Kilvingtona wydają się tymi konstrukcjami inspirowane i od nich właśnie rozpoczynam analizę interesujących nas fragmentów tego tekstu.

III. 4.1. Rachunek proporcji

Rozumowanie przedstawione w czwartym argumencie zasadniczym kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* pozwala przypuszczać, że Ryszard Kilvington znał tradycyjne geometryczne konstrukcje przywoływane przeciw

[41] Zob. rozdział I niniejszej książki.
[42] Zob. rozdziały II. 3 i II. 5 niniejszej książki.
[43] Zob. rozdziały II. 4 i II. 5 powyżej, a także rozdział IV. 2 poniżej.
[44] Zob. rozdziały II. 4 i II. 5.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

atomizmowi[45]. Janowi Dunsowi Szkotowi, Wilhelmowi Ockhamowi, a później także Tomaszowi Bradwardine prawa geometrii pomagały w ukazaniu fałszywości podstawowych założeń atomizmu. Jednym z najsilniejszych argumentów zaprzeczających istnieniu wielkości niepodzielnych była wzajemna niewspółmierność przekątnej i boku dowolnego kwadratu[46]. Ryszard Kilvington do tej argumentacji dobudowuje niejako kolejny poziom. To bowiem, co dla wyżej wymienionych myślicieli było ostatecznym wnioskiem, staje się w nieco zmodyfikowanej wersji założeniem początkowym jednego z przedstawionych przezeń rozumowań. Rozpoczyna się ono od następującego stwierdzenia:

> Jeśli kwestia jest prawdą [tj. jeśli wielkość ciągła jest podzielna w nieskończoność](…), wówczas [dowolny] odcinek może być podzielony na dwie części pozostające względem siebie w takiej proporcji, jaka [jest] pomiędzy przekątną a bokiem [kwadratu][47].

Należy zauważyć, że jest to wstępne założenie argumentu *quod non*, co znaczy, że z następujących po nim wnioskowań powinien wynikać jego fałsz. Kilvington prowadzi jednak swój wywód inaczej. Najpierw uznaje możliwość podziału dowolnego odcinka na dwie części pozostające w stosunku takim samym, jak stosunek boku kwadratu do przekątnej, wspierając tę opinię 12 twierdzeniem VI księgi *Elementów*[48]. Dalej zaś argumentuje następująco:

> Przyjmuję więc pewien odcinek podzielony na [odcinki] A i B; i niech A odpowiada bokowi, podczas gdy B odpowiada przekątnej [pewnego kwadratu]. Przyłączmy do nich trzeci odcinek, który będzie pozostawał w proporcji ciągłej[49] [do odcinków A i B] i nazwijmy go C – a oczywiste jest, że możemy tak uczynić na podstawie 11 zagadnienia VI [księgi *Elementów*] Euklidesa (...).[50] Co ustaliwszy, argumentuję następująco: proporcja A do B jest taka sama, jak B do C, a zatem proporcja A do C jest podwojoną (*duplicata*)

[45] Zob. rozdział II. 5.

[46] Zob. rozdziały II. 3 i II. 4 powyżej.

[47] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum sit divisibile in infinitum*, s. 133: *Si quaestio sit vera, tunc linea posset dividi in duas partes habentes proportionem ad invicem sicut diametri ad costam*.

[48] Ricardus Kilvington, tamże, s. 134: *Et si sic, igitur quaelibet linea potest dividi in partes habentes talem proportionem qualis est diametri ad costam. Probo consequentiam per 13 conclusionem VI Euclidis, quae est ista: „duabus lineis proportionatis altera indivisa <altera per> partes divisa, indivisam ad modum divisae dividetur" – ex qua sequitur bonitas consequentiae.* Por. <Euclides>, *Euclidis Elementorum libri priores XII, ex Commandini et Gregorii, versionibus latinis, ed. Samuel, Episcopus Roffensis, Oxonii: e Typographico Clarendoniano MDCCCII* (1802), VI, prop. 12, s. 154: *Duabus proportionatis, una indivisa, alia per partes divisa; indivisa ad modum divisae dividi potest*.

[49] Trzy różne wielkości: A, B, C, pozostają w proporcji ciągłej wtedy, gdy stosunek A:B jest równy stosunkowi B:C. Zob. M.C. Ghyka, *Złota liczba. Rytuały i rytmy pitagorejskie w rozwoju cywilizacji zachodniej*, przeł. I. Kania, Kraków 2001, s. 27.

[50] <Euclides>, *dz. cyt.*, VI, prop. 11, s. 154: *Duabus datis rectis lineis tertiam proportionalem invenire*; *Euklidesa Początków Geometrii ksiąg ośmioro, to iest sześć pierwszych, iedenasta i dwunasta z dodanemi przypisami…przez Józefa Czecha*, Wilno 1817, VI, 11, s. 194: *Do dwóch danych liniy prostych wynaleźć trzecią proporcyonalną*.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

proporcją A do B[51]. Wynikanie jest poprawne, [co stwierdzam] na podstawie 10 definicji V [księgi *Elementów*] Euklidesa (...).[52] Wówczas argumentuję tak: jeśli proporcja A do C jest podwojoną proporcją A do B, zatem proporcja A do B jest połową proporcji A do C; zatem proporcja A do B jest mniejsza od proporcji A do C[53].

Prawdopodobnie każdy bez namysłu zgodzi się, że jeżeli jakaś wielkość zostanie „podwojona", to w efekcie otrzymamy coś większego od wielkości pierwotnej. Ryszard Kilvington jednak, powołując się na twierdzenie 9 księgi V *Elementów*, wykazuje, że wniosek ten jest błędny, bowiem w przedstawionym tutaj przypadku wartość proporcji A do B będzie większa niż wartość proporcji A do C[54].

Poprawność tego wniosku łatwo sprawdzić posługując się wartościami liczbowymi. Jeśli przyjmiemy, że A oznacza długość boku kwadratu, to długość przekątnej będzie wynosiła: $B=A\sqrt{2}$, a długość trzeciego odcinka proporcjonalnego $C=2A$ (z równości A:B=B:C mamy: $C=B^2:A$). Zatem: $A:B=A:(A\sqrt{2})=1:(\sqrt{2})=(\sqrt{2}):2\cong 0{,}707$; natomiast $A:C=A:2A=1:2=0{,}5$. Wyraźnie więc widać, że chociaż A:C jest proporcją podwojoną w stosunku do A:B, to ta ostatnia ma bezwzględnie większą wartość. Fascynujące jest to, że chociaż w czasach Kilvingtona nie znano jeszcze ani symbolicznej notacji matematycznej, ani też ułamków dziesiętnych, do których jesteśmy współcześnie przyzwyczajeni, to był on w stanie dojść do takich jak powyższa konkluzji. Przedstawiona argumentacja pozwala

[51] Johannes Campanus z Novary w swoim komentarzu do *Elementów* przyjmuje za Euklidesem proporcję podwojoną (*proportio duplicata*) jako proporcję pomnożoną przez siebie samą, czyli – we współcześnie przez nas używanej nomenklaturze – podniesioną do drugiej potęgi. Zob. Á. Szabó, *The Beginnings of Greek Mathematics*, Budapest 1978**,** s. 142; A. G. Molland, *An Examination of Bradwardine's Geometry*, „Archive for History of Exact Sciences" 19(1978), s. 155, przypis 181.

[52] <Euclides>, *dz. cyt.*, V, prop. 10, s. 125: *Eadem ad inaequalium minorem majorem proportionem habet. Et minor est, ad quam ejusdem proportio major*; *Euklidesa Początków Geometrii…*, V, 10, s. 155: *Z wielkości porównywanych z jedną i tąż samą wielkością, ta która do niey ma większy stosunek, większa iest: ta zaś, do której taż sama wielkość większy ma stosunek, mnieysza iest*.

[53] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 134: *Capio tunc aliquam lineam divisam in A et B, et sit A sicut costa et B sicut diameter, et coniugatur tertia linea eis in continua proportione – quae sit C. Et quod haec contingat patet per 11 conclusionem VI Euclidis, quae est ista: „datis duabus lineis tertiam, eis in continua proportione coniugere." Quo posito arguo sic: talis est proportio A ad B sicut B ad C, igitur proportio A ad C est proportio A ad B duplicata. Consequentia patet per 10 suppositionem VI Euclidis, quae est ista: „cum fuerunt tres quantitates proportionales proportio primae ad tertiam est proportio primae ad secundam duplicata." Et tunc arguo sic: si proportio A ad C sit proportio duplicata A ad B, igitur proportio A ad B est minor proportione A ad C*.

[54] Tamże, s. 134: *Quod maior erit proportio A ad B quam A ad C probo per 8 conclusionem V Euclidis, quae est ista: „si duae quantitates inaequales ad unam quantitatem proportionantur maiorque maiorem, minorque minorem continebit proportionem, illius <quantitatis> posita ad illas ad minorem quidem proportio maior ad maiorem proportio minor". Ex qua patet, quod maior est proportio A ad B quam A ad C.* Por. <Euclides>, *dz. cyt.*, V, prop. 9, s. 124: *Inaequalium major ad eandem majorem proportionem habet. Et major est cujus proportio ad eandem maior*.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

także stwierdzić, że Kilvington, choć odwołuje się do zawartej w dziele Euklidesa geometrycznej teorii proporcji, to traktuje proporcje arytmetycznie, jako stosunki liczbowe[55]. Wyraźnie interesuje go wszakże wartość czy też wielkość proporcji, natomiast przejście od realnych wielkości geometrycznych, którymi są dane odcinki, do wielkości traktowanej abstrakcyjnie jako liczba nie stanowi dlań żadnego problemu[56]. Takie rozumienie proporcji z czasem stało się powszechne wśród czternastowiecznych filozofów oksfordzkich. John Murdoch twierdzi, że był to wynik pewnych zabiegów interpretacyjnych dokonanych już w średniowiecznych przekładach *Elementów* Euklidesa. Zarówno bowiem Adelard z Bath, jak i Campanus z Novary przywoływali przykłady liczbowe także w przypadku dowodów odnoszących się do wielkości geometrycznych[57].

Wydawać się może, że za pomocą przedstawionego powyżej rozumowania Kilvington chciał jedynie dowieść nieintuicyjności pewnego terminu matematycznego. Nie można jednak przeoczyć tego, że jest to tylko początek większej dyskusji. Autor nasz bowiem w dalszej części argumentu dowodzi, że na podstawie tego rozumowania można dojść do sprzecznego zarówno z intuicją, jak i z ustaleniami arystotelesowskiej filozofii przyrody wniosku, iż pewien ruch będzie szybszy przy większym oporze niż przy mniejszym[58]. Aby to wykazać, przywołuje najpierw sformułowania równań ruchu Awerroesa z jego komentarza do *Fizyki*, wedle których prędkość ruchu, rozumianego jako dowolna prze-

[55] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 164: *Dico, quod licet proportio A ad C sit duplicata respectu proportionis A ad B, non sequitur quod illa proportio sit alia maior. Quia proportio duplicata et proportio dupla non convertuntur, immo se habent sicut superius et inferius, quia omnis proportio dupla est duplicata et non econverso. Unde proportio diametri ad costam est medietas duplae proportionis quae est proportio nota, et alia quae non est proportio nota. Et dicitur proportio nota inter talia quae sic se habent ad invicem sicut numerus ad numerum – et talis non est diametri ad costam. Unde capiatur aliquod quadratum cuius costa assignetur per 4, et linea dupla ad illam costam assignabitur per 8. Si esset aliquis numerus inter 4 et 8, qui sic se haberet ad 4 sicut 8 ad ipsum, tunc linea assignata per numerum illum medium esset aequalis diametro quadrati, cuius costa assignatur per 4. Sed quia non est aliquis talis numerus medius, ideo non est talis proportio diametri ad costam, qualis est numeri ad numerum*.

[56] W jednej ze swoich kwestii do *Etyki* Kilvington usprawiedliwia swoje postępowanie autorytetem opinii Awerroesa, zob. Ricardus Kilvington, *Utrum iustitia sit virtus moralis perfecta*, Ms. Watykan, Ottob. lat 179, f. 54ra: *Tunc arguo sic: proportio Aiacis ad Achillem est proportio dupla et proportio Aiacis ad Achillem iam est equalis, igitur proportio Aiacis ad Achillem est proportio in infinitum maior, quam modo proportio equalitatis. Consequentiam probo per hoc quod proportio dupla est in infinitum maior quam proportio aequalitatis. Et hoc probo: sit A duplum ad B et C sit aequale B, tunc probo quod proportio A ad B sit in infinitum maior quam proportio C ad B, quia capio aliquod medium inter A et B, sit D quod sic se habeat ad A sicut ad B. Et quod tale medium sit dare probatur sufficienter in V Euclidis ubi dicitur quod positas duas lineas contingit eis tertiam secundum continuam proportionalitatem subiungere et sicut est de lineis ita est in aliis ut patet per Averoem VII Physicorum in fine. Tunc iterum sit E medium inter D et B secundum continuam proportionalitatem.* (Podkreślenie moje – R. P.).

[57] Zob. J.E. Murdoch, *The Medieval Euclid: Salient Aspects of the Translations of the „Elements" by Adelard of Bath and Campanus of Novara*, „Revue de Synthese" 49(1968), s. 70–93.

[58] Por. Arystoteles, *Fizyka*, IV, 8, 215b, s. 99.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

miana, zależy od proporcji wielkości siły działającej do wielkości oporu, a zmienia się tak samo, jak zmienia się ta proporcja[59]. Następnie Kilvington przedstawia taką oto argumentację: weźmy więc pewną ilość wody – A, pewną ilość ognia – B oraz inną, większą ilość ognia – C, a ponadto przyjmijmy, że zarówno proporcja B do A, jak i proporcja C do B są takie jak proporcja 3:2 (w nomenklaturze średniowiecznej: *sexquialtera*)[60]. „Zatem – wnioskuje – proporcja A do C jest podwojona (*duplicata*) w stosunku do proporcji A do B, więc A szybciej przetworzy C niż B"[61]. Wniosek jest wyraźnie fałszywy, choć w świetle przytoczonego twierdzenia Awerroesa wydaje się być poprawny. W tym konkretnym przypadku proporcja siły do oporu jest podwojona w stosunku do proporcji wyjściowej, a więc prędkość opisywanej przemiany też powinna się podwoić.

Rozwiązanie podsuwa nam przeprowadzona niejako na marginesie odpowiedzi do przedstawionego powyżej argumentu krytyka stosowanej w czasach Kilvingtona terminologii matematycznej. Zwraca on uwagę na znany już wcześniej fakt, że w sposób oczywisty względnie niewymierny (*irrationalis*) stosunek długości przekątnej kwadratu do jego boku posiada wymierne – i przeto mylące – określenie (*denominatio*), mianowicie: „połowa proporcji podwójnej" (*medietas duplae proportionis*)[62]. Stoi to w wyraźnej sprzeczności ze stwierdze-

---

[59] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 134–135: *Et per idem potest probari, quod aliquod movetur velocius per maiorem resistentiam quam per minorem, ceteris paribus. Supposito dicto Commentatoris IV* Physicorum*, commento 71, quod est haec: cum reliqui motores ad reliquum motum, tunc duo motores erunt aequales in velocitate, et cum diversificabitur proportio diversificabitur motus per illas proportionem. Et haec conclusio est vera in motibus violentis – sicut dicit Commentator ibidem.* Averroes, *Comm. in Physicam*, IV, comm. 71, f. 160vb: *cum igitur fuerint duo motores et duo mota, et proportio alterius motoris ad alterum motum fuerit sicut proportio reliqui motoris ad reliquum motum tunc duo motus erunt aequales in velocitate: et cum proportio diversabitur, diversabitur motus secundum illam proportionem. Et hoc idem est in motibus violentis et naturalibus.*

[60] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 135: *Quo posito, probo primam consequentiam tam in motibus naturalibus quam in motibus violentis. Quia posito, quod aliquod ignis agat in aliquam aquam, sit proportio sexquialtera, et capio excedentem primum ignem sic, quod proportio primi ignis ad secundum sit sicut proportio sexquialtera. Et pono, quod A sit aqua et B minor ignis, et C maior ignis*. Zob. H. Lamar Crosby, Jr., *Introduction*, [w:] *Thomas of Bradwardine, His* 'Tractatus de proportionibus'*, Its Significance for the Development of Mathematical Physics*, H. Lamar Crosby, Jr. (wyd. i przekł. na j. ang.), Madison 1955, s. 22; A.G. Molland, *Bradwardine's Geometry,* s. 154.

[61] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 135: *Quo posito arguo sic: talis est proportio A ad B sicut B ad C, igitur proportio A ad C est dupla respectu proportionis A ad B, cum A possit transmutare tam B quam C per rarefactionem. Igitur A velocius transmutabit C quam B.* (…) *Et cum A ad C sit duplicata respectu proportionis A ad B, igitur A velocius transmutabit C quam B, et C est maioris resistentiae quam B, igitur etc.*

[62] Zob. przypis 54. Stillman Drake twierdzi, że *mediate denomination* została wprowadzona przez Tomasza Bradwardine'a, choć uznaje, że jest to starsza tradycja. Zob. S. Drake, *Bradwardine's function, mediate denomination, and multiple continua*, „Physis" 12(1970), s. 60. Zob. także: A.G. Molland, *Continuity and Measure*, „Miscellanea Mediaevalia", 16/1(1983), s. 138.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

niem trzynastowiecznego tłumacza i komentatora *Elementów*, Campanusa z Novary, według którego nie można poznać określeń wielkości niewymiernych[63].

Sprzeczność ta jest z jednej strony – można rzec – ubocznym skutkiem wprowadzonego już przez Boecjusza, a spopularyzowanego przez Jordanusa Nemorariusa sposobu określania proporcji oraz niekonsekwencji terminologicznej w ramach teorii proporcjonalności zawartej w *Elementach* Euklidesa z drugiej[64]. W dziele tym bowiem dodawanie i odejmowanie proporcji czasami jest rozumiane jako rzeczywiste dodawanie i odejmowanie wielkości, czasami zaś jako – odpowiednio – mnożenie i dzielenie[65]. W średniowieczu operacje te równie często były rozumiane na pierwszy, jak i na drugi sposób. Jednak jedną z konsekwencji pojmowania ich w sensie mnożenia lub dzielenia był fakt, że jako połowy (*medietas*) dowolnej proporcji A:B (gdzie, jak zazwyczaj przyjmowano: A>B i B=1) nie brano proporcji odpowiadającej A:2B, lecz pewną proporcję C:B, która spełniała następujące zależności: A:B=(A:C)(C:B) i A:C=C:B[66]. Było to związane ze specyficznym rozumieniem podwajania proporcji. Podwajanie proporcji polegało tutaj na pomnożeniu proporcji przez nią samą, a nie – jak sugeruje termin – dodaniu proporcji do niej samej (czyli *de facto* pomnożeniu przez 2). Stąd, jeśli A:C=C:B, wówczas A:B=(A:C)(C:B)=$(C:B)^2$. Podwajanie proporcji polegało więc właściwie na podnoszeniu jej do drugiej potęgi, zatem operacja odwrotna, dzielenie na pół, oznaczało odnajdowanie pierwiastka kwadratowego[67].

Takie rozumienie operacji podwajania proporcji ukazuje ostatecznie wybieg, jaki zastosował Kilvington w przykładzie opisującym proces przetwarzania ognia przez wodę, aby uzyskać wniosek sprzeczny z potoczną intuicją[68]. Kiedy bowiem chcemy podwoić jakąkolwiek proporcję A:B>1:1, to uzyskamy proporcję o wartości większej od proporcji wyjściowej, ponieważ wówczas: (A:B)(A:B)>(A:B). Gdy natomiast, tak jak Kilvington, przyjmiemy proporcję wyjściową A:B<1:1, to po jej podwojeniu uzyskamy proporcję bezwzględnie mniejszą. Gdy zaś, jak w pierwszym z opisanych powyżej przykładów, chcemy

[63] S. Drake, *dz. cyt.*, s. 61; J.E. Murdoch, *The Medieval Language of Proportions*, *Elements of the Interaction with Greek Foundations and Development of New Mathematical Technique*, [w:] *Scientific Change*, A.C. Crombie (red.), Londyn 1963, s. 259. Opinia ta ma swoje źródła jeszcze w koncepcjach Pitagorejczyków, według których przekątna kwadratu nie jest liczbą, co znaczy, że jest niewyrażalna. Zob. Á. Szabó, *The Beginnings of Greek Mathematics*, s. 94; O niewspółmierności przekątnej względem boku kwadratu wielokrotnie wspomina również Arystoteles. Zob. Arystoteles, *Analityki pierwsze*, I, 31, 46b, [w:] *Dzieła wszystkie*, t.1, Warszawa 1990, s. 188; *tamże*, I, 44, 50a, s. 197; tenże, *Metafizyka*, A(I), 2, 983a, s. 620–621.

[64] Zob. Boetius, *De Arithmetica libri duo*, cap. XL–LIV (*Patrologiae Cursus Completus…series latina*, J.P. Migne (ed.), t. LXIII, Parisiis 1882, col. 1145–1168). Zob. także: A.G. Molland, *Continuity and Measure*, s. 135.

[65] Á. Szabó, *The Beginnings of Greek Mathematics*, s. 143–144.

[66] Zob. A.G. Molland, *Continuity and Measure*, s. 138.

[67] Á. Szabó, *The Beginnings of Greek Mathematics*, s. 142.

[68] Zob. przypis 60 powyżej.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

podzielić na pół jakąkolwiek proporcję podwójną (*dupla*), czyli odpowiadającą stosunkowi 2:1, to oczywiste jest, że uzyskamy wielkość niewymierną odpowiadającą (√2):1.

W dalszej części omawianego tutaj argumentu zasadniczego Kilvington nie zaprzestaje analizy problematyki zależności pomiędzy wartościami charakteryzującymi ruch, odwołując się do wspomnianych wyżej równań i proporcji, i każdy ciąg rozumowań kończy wnioskiem sprzecznym z obowiązującą wówczas teorią arystotelesowską[69]. Nigdzie jednak nie napotkamy jakiegokolwiek odniesienia do założenia początkowego tego argumentu, nie doszukamy się także ani jednej wzmianki na temat struktury wielkości ciągłych. Nie odnajdziemy ich również w odpowiedzi na ten argument. Autor nasz zawarł w niej tylko swoje ostateczne wyjaśnienia do przykładów szczegółowych przedstawionych w ramach argumentu, szczególną uwagę zwracając na zależności pomiędzy wielkościami charakteryzującymi ruch[70].

Może się zatem wydawać, że w czwartym argumencie zasadniczym kwestii *Utrum continuum…* Ryszard Kilvington w ogóle nie dotyka problemu natury wielkości ciągłych, rozważanie zaś zależności pomiędzy długością boku kwadratu i jego przekątnej jest jedynie dobrą wymówką, by ukazać niekonsekwencje w ramach obowiązującej wówczas Arystotelesowskiej teorii ruchu. Twierdząc tak minęlibyśmy się jednak z prawdą. Ryszard Kilvington bowiem, wbrew pozorom, nie pozwala sobie tutaj na odejście od podstawowego tematu kwestii. Wszystkie powyżej omówione sprzeczności i nieścisłości wynikają wszak z zastosowania proporcji ciągłej (*continua proportio*). Kilvington, właściwie rzecz ujmując, poszerza spektrum problemu struktury wielkości ciągłych w stosunku do swoich poprzedników, wkraczając w dziedzinę arytmetyki i odnosząc pojęcie ciągłości nie tylko do obiektów fizycznych czy geometrycznych[71]. Jego rozważania jednak, jak widać z powyższych przykładów, nie prowadzą tutaj do konstruktywnych wniosków, będąc raczej jedynie wyliczeniem niekonsekwencji dostrzeżonych przezeń w ramach współczesnej mu nauki.

III. 4.2. PUNKTY JAKO GRANICE

Kolejny fragment kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum*, w którym odnaleźć można echa tradycyjnych kierowanych przeciw atomizmowi konstrukcji geometrycznych Jana Dunsa Szkota, to jej drugi argument zasadniczy. Kilvington rozpoczyna tę część swoich rozważań od stwierdzenia, że pewne części kontinuum są niepodzielne, co prowadzi wprost do negatywnej odpowie-

[69] Zob. Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 135–136.

[70] Tamże, s. 164–165.

[71] W dziele Euklidesa teoria proporcji dotyczy wielkości geometrycznych, jednak średniowieczne przekłady *Elementów* ukazują tę teorię w postaci arytmetycznej. Zob. przypis 56 powyżej.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

dzi na podstawowe pytanie kwestii. Następnie odwołuje się do fragmentów komentarza Awerroesa do *Fizyki*, z których wynika, że jeśli wielkość niepodzielna bezpośrednio następuje po wielkości niepodzielnej, to ciało składać się będzie z takich wielkości[72]. Dalej zaś Kilvington przedstawia skomplikowany eksperyment myślowy, którego celem jest potwierdzić powyższe stwierdzenie. Weźmy – dowodzi nasz autor – dwa identyczne co do kształtu i wielkości ciała, które stykają się ze sobą jedną ze swoich powierzchni. Przyjmijmy, że przesuwają się one względem siebie wzdłuż tejże powierzchni. Możemy śmiało twierdzić, że w pewnej chwili każde z tych ciał będzie się stykać z drugim tylko jednym odcinkiem i wreszcie tylko jednym punktem. Mamy zatem dwa punkty stykające się ze sobą bezpośrednio[73]. Dalej czytamy:

> Biorę dowolną powierzchnię z tych, którymi łączyło się A, i wyznacza się dowolny punkt należący do tej powierzchni; i od każdego z [wcześniej wspomnianych] stykających się bezpośrednio punktów przeprowadzam odcinek do [nowo] wyznaczonego punktu. Wówczas argumentuję tak: jest inny odcinek przeprowadzony od wyznaczonego punktu do [każdego z] punktów stykających się bezpośrednio. Zatem albo jest [jeden i] ten sam odcinek przeprowadzony od wyznaczonego punktu do dwóch stykających się bezpośrednio punktów, albo przeprowadza się tutaj dwa odcinki[74].

---

[72] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 127: *Secundo ad principale arguo sic: aliquae partes continui sunt indivisibiles, igitur quaestio falsa. Assumptum patet, quia aliqua puncta in eodem corpore continuo sunt continue immediata, igitur continuum componitur ex indivisibilibus. Consequentia patet per Aristotelem et Commentatorem VI Physicorum, commento 26 et 49, ubi dicunt quod si indivisibile sequitur indivisibile, sequitur quod corpus componeretur ex indivisibilibus*. Por. Averroes, *Comm. in Physicam*, VI, comm. 26, f. 262va–b; comm. 49, f. 278va.

[73] Zob. Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 127: *Antecedens probo, quia capio duo corpora aequalia in quantitate et figura, quorum unum sit A et aliud B. Volo igitur quod A et B continuentur partiabiliter. Quo posito capio ultimum instans in quo est continuatio A cum B usque ad ultima puncta. Vel igitur ultima continuantia A et B sunt immediata <vel non>. Et cum in illo instanti verum sit dicere quod A et B sunt continua praeter quam secundum unam superficiem; igitur sunt ibi duae lineae immediatae secundum se totas, quod erat probandum. Et per consequens in illo instanti sunt duo ultima puncta de quibus loquimur, quia tunc non sunt corrupta, non enim corrumpuntur antequam fuerunt immediata; igitur aliquando erunt immediata et tunc erunt A et B continua usque ad eadem puncta, et per consequens erunt ibi duo puncta immediata*. Ciekawe, że Kilvington nie przedstawił tutaj niewątpliwie bardziej oczywistego, *stricte* geometrycznego i trudnego do podważenia dowodu na istnienie punktów, jakim jest sfera styczna z płaszczyzną lub dwie sfery styczne. Jest to tym bardziej znamienne, że przypadki te opisuje Tomasz Bradwardine w swojej *Geometria speculativa*, który to traktat Kilvington mógł znać. Zob. Thomas Bradwardine, *Geometria speculativa*, 4. 41, [w:] A.G. Molland, *Thomas Bradwardine. Geometria speculativa, Latin text and English translation, with an introduction and commentary*, Stuttgart 1989, s. 141. Zob. także rozdział IV. 2 niniejszej książki. Przykład sfery stycznej z płaszczyzną rozwiązany jest za pomocą wyrafinowanej argumentacji w jednej z kwestii kwodlibetalnych przypisywanych Wilhelmowi Ockhamowi. Por. Guillelmus de Ockham, *Quodlibeta Septem*, Quodlibet I, Qu 9: *Utrum linea componatur ex punctis*, [w:] *Guillelmi de Ockham Opera Philosophica et Theologica* (*Opera Theologica*), t. IX, J.C. Way C. S. B. (wyd.), St. Bonaventure, New York 1985, s. 58–59, w. 198–217.

[74] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 129: *Contra hoc arguo sic, et capio aliquam superficiem per quam continuabitur A. Et assignetur aliquis punctus intrinsecus eiusdem superficiei, et quod ab utroque punctorum immediatorum ducatur aliqua linea ad puncta assignata.*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

W tym miejscu uwidacznia się podobieństwo tego rozumowania do konstrukcji zawartej w jednym ze skierowanych przeciw atomistom dowodów Dunsa Szkota, w którym *Doctor Subtilis* zakłada istnienie promieni poprowadzonych do dwóch stykających się bezpośrednio punktów na okręgu[75]. Kolejne części argumentacji Kilvingtona nie pozwalają jednak odmówić mu oryginalności i pomysłowości. Wręcz przeciwnie, utwierdzają nas one w takiej opinii jeszcze bardziej. Dowodzi on bowiem następująco:

> Oczywiste jest, że nie [do przyjęcia jest] drugi przypadek, bowiem (…) [wynikałoby zatem], że dwa odcinki proste ograniczają pewną powierzchnię – co jest niemożliwe[76].

Tak samo niemożliwe wydaje się, ażeby od nowo wyznaczonego punktu do dwóch punktów stykających się bezpośrednio można było przeprowadzić tylko jeden odcinek[77]. Ażeby nie zaprzepaścić argumentu, którego celem miało być wykazanie istnienia wielkości niepodzielnych, Kilvington przyjmuje jednak tę część alternatywy jako poprawne rozwiązanie i ostatecznie służy mu ono jako potwierdzenie pierwotnego założenia tego argumentu, ponieważ: „[z tego] wynika, że pewien prosty odcinek jest ograniczony przez trzy punkty"[78].

Kilvington wydaje się tutaj nie zauważać, że dwa stykające się punkty, mające stanowić jeden z końców odcinka, położone byłyby – o ile można tak powiedzieć – prostopadle do pozostałej części odcinka. Trudno zatem uznać, że obydwa jednocześnie znajdują się w tym odcinku czy też, że do niego należą. Autor nasz jednak czyni to świadomie. Przedstawiony powyżej wniosek kończy bowiem dyskusję przeciw twierdzeniu, że w założonym na początku przypadku możliwe jest wskazanie dwóch bezpośrednio stykających się punktów[79]. Natomiast celem całego drugiego argumentu zasadniczego jest takową opinię potwierdzić, co Kilvington zamykając tę dyskusję czyni, w ostatniej chwili zmieniając kierunek powyżej przedstawionego rozumowania[80]. Tego rodzaju zabiegi

---

Tunc arguo sic: alia est linea inter puncta assignata et punctum immediatum alteri. Vel igitur est eadem linea quam ducitur a puncto assignato ad duo puncta immediata vel ibi ducantur duae lineae.

[75] Zob. rozdział II. 5 niniejszej książki.

[76] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 129: *Non secundo modo manifestum est, quia cum utraque sit recta et non sint mediatae cum incipiant ab eodem puncto et terminentur ad duo puncta immediata; igitur duae lineae rectae claudunt superficiem – quod est impossibile*. Por. Euklides, *dz. cyt.*, I, zag. 4, (oraz aksjomat 10).

[77] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…,* s. 129: *Nec potest dici, quod illae lineae sunt immediatae, quia tunc in una superficie continua essent duae lineae immediatae et eadem ratione infinitae, cum infinita sint puncta intrinseca eiusdem superficiei, de quibus potest fieri idem argumentum sicut de puncto assignato*.

[78] Zob. tamże: *Sequitur tunc quod una linea recta esset terminata per tria puncta, et etiam sequitur quod duo puncta sint immediata in una linea continua. Consequentia patet, quia illa duo puncta immediata sunt intrinseca sive accidentia lineae ductae a puncto assignato ad duo puncta immediata*.

[79] Zob. przypis 74 powyżej.

[80] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 129: *Si dicatur, quod est una linea tantum assignata et duo puncta immediata, sequitur tunc quod una linea recta esset terminata per tria*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

utrudniają ustalenie, które rozwiązania danego problemu Ryszard Kilvington uznaje za właściwe, choć niewątpliwie sprawiają, że tekst staje się dla historyka filozofii średniowiecznej jeszcze bardziej atrakcyjny jako intelektualne wyzwanie, z jednej strony, oraz żywe świadectwo czternastowiecznych dysput uniwersyteckich, z drugiej.

W odpowiedzi na przedstawiony tutaj argument Kilvington już jednoznacznie przedstawia swoje stanowisko, stwierdzając wprost, że w ciele ciągłym (*corpus continuum*) nie można wskazać dwóch punktów bezpośrednio się stykających. Następnie dowodzi prawdziwości tej opinii, rozwiązując wszystkie poszczególne rozumowania zawarte w drugim argumencie zasadniczym poza ostatnim, interesującym nas tutaj najbardziej[81]. Postępowanie takie jest jednak całkowicie uzasadnione. Kiedy odrzuci się możliwość zaistnienia jakichkolwiek dwóch punktów bezpośrednio się stykających, wówczas cała ta argumentacja jest błędna, jako że *a priori* zaprzeczamy jej podstawowemu założenieniu.

W dziewiątym argumencie zasadniczym omawianej tutaj kwestii Kilvington przedstawia jednak pewien eksperyment myślowy, którego celem jest wykazanie, że możliwe jest uzyskanie dwóch bezpośrednio się stykających punktów. Eksperyment ten odsyła czytelnika do podstawowych praw optyki, dzięki czemu zalicza się także do argumentów natury matematycznej, nawet mimo że Kilvington ani razu nie przywołuje w nim autorytetu Euklidesa. Przebiega on następująco: wyobraźmy sobie dwa ciała, z których jedno – nazwijmy je A – wysyła promienie światła, podczas gdy drugie ciało – B: nieprzezroczyste, płaskie i kształtu kolistego, wytwarza stożek cienia C. Następnie – mówi Kilvington – przyjmijmy, że A powiększa swoje wymiary, a równocześnie kolejne zewnętrzne partie ciała B w sposób ciągły stają się przezroczyste. W ten sposób stożek C będzie miał coraz mniejszą wysokość aż do momentu, gdy już nie będzie żadnych nieprzezroczystych części B. Zanim tak się jednak stanie, musi nastąpić chwila, w której C będzie miało wysokość jednego punktu. Możemy zatem uzyskać trójkąt, którego wierzchołek styka się bezpośrednio z podstawą – jedną ze średnic zmniejszonej, nieprzezroczystej części B − a boki tworzą dwa promienie świetlne wysyłane przez A i z tą średnicą styczne (zob. rys. 7)[82].

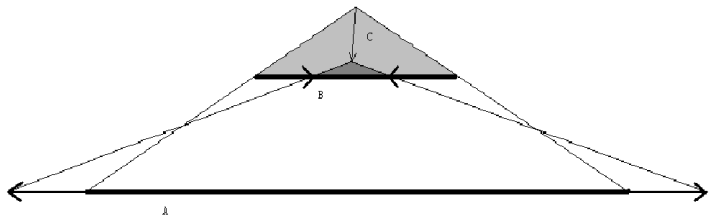
---

puncta, et etiam sequitur quod duo puncta sint immediata in una linea continua. Consequentia patet, quia illa duo puncta immediata sunt intrinseca sive accidentia lineae ductae a puncto assignato ad duo puncta immediata. Takie zmiany kierunku kolejnych argumentacji mogą także służyć jako potwierdzenie hipotezy o roboczym charakterze znanych nam redakcji tekstu kwestii. Zob. rozdział III. 3 powyżej.

[81] Por. Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 160–161.

[82] Zob. tamże, s. 153–155: *Aliquis est triangulus cuius conus est immediatus basi, et omnia puncta illius trianguli sunt immediata. Quod probo sic: quia capio aliquod corpus lucidum multiplicans suam lucem in aliquo medio – quod sit A. Et in illo medio illuminato ponatur aliquod obstaculum minus corpore corpore lucido – quod sit B, et sit, gratia exempli, planum et circulare. Tunc arguo sic: A non potest multiplicare suam intensionem per medium B obstaculi cum B non sit transparens, ut suppono, et A est maius B; igitur radii incidentes a partibus circumferentialibus ipsius A ad partes circumferentiales B concurrunt ultra B. Consequentia patet, quia illae nunc*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664



Rys. 7.

Rzeczywiście, kiedy wyobrazimy sobie opisaną sytuację, to wydaje się, że musimy przyjąć istnienie stożka cienia o wysokości jednego punktu. Wniosek ten jest jednak oczywiście nie do przyjęcia, jako że stoi w sprzeczności z wcześniej już zaakceptowanymi ustaleniami. Odpowiedź samego Kilvingtona na ten argument też nie wydaje się rozwiązywać tej trudności. Autor nasz stwierdza bowiem, że nawet gdyby B nie stawało się przezroczyste, to samo powiększanie się ciała A spowodowałoby w końcu całkowite zniknięcie stożka cienia C. Podobnie, gdyby wielkość A się nie zmieniła, a następowałoby tylko znikanie ciała B, stożek C także przestałby istnieć.

> A zatem – czytamy – kiedy B znika wraz z powiększaniem się A, to dzięki znikaniu B oświetlona zostanie każda część C, która nie byłaby oświetlona, gdyby B nie znikło i na odwrót[83].

Nie znaczy to jednak, że Kilvington skapitulował w obliczu przykładu, który sam wymyślił[84]. Konstrukcja ta, podobnie jak wszystkie pozostałe argumentacje zawarte w omawianej tutaj kwestii, służyła jednemu konkretnemu celowi, który stanie się oczywisty, kiedy spróbujemy samodzielnie rozwiązać tę trudność.

---

aeque distant, et cum illud lumen non concurrat infra B nec intra; igitur necessario concurrunt ultra B. C apio igitur piramidem creatam ex partibus praedictarum linearum sive radiorum qui sunt ultra B et ipsum B, quae piramis sit C. Tunc est obumbrata, quia nullae lineae incidunt ab A ad aliquod punctum intrinsecum ipsius C. Tunc arguo sic: si B continue corrumpetur in corpus diaphanum, et prius secundum partes circumferentiales quam centrales, et A continue quiescat non alterato vel transmutato; igitur continue illuminatur C. Consequentia patet, quia lineae incidentes ab A per partem B erunt infra lineas incidentes ab A per puncta extrinseca B; igitur erunt breviores illis, et secabunt se in aliquo puncto intrinseco illius C. Et cum in quolibet instanti post initium in quo B incipit corrumpi erunt lineae incidentes ab A per puncta; igitur in quolibet instanti postquam B inceperit transmutare erit illuminatum <aliquid> de C. Item, augumentato A et B non corrupto continue illuminabitur aliquid de C, igitur etc. (…) *Et ponatur, quod A sic augmentatur quod B corrumpatur. Tunc arguo sic: antequam B corrumpatur illuminabitur totum de C, igitur aliquis erit triangulus indivisibilis.* (…) *Capio tunc aliquod diametrum partes non corrumpentes de B ad illum diametrum cum partibus linearum incidentium pro extremo huius diametri <quae> causant unum triangulum qui non est divisibilis.*

[83] Tamże, s. 173: *Igitur, si A augeatur quando B corrumpetur, <C> uniformiter illuminabitur et per A, et per B. Et causa est, quia cum semel corrumpitur B quando augetur A, illuminabitur altera pars C per corruptionem B, quae non illuminabitur si B non corrumpetur et econtra*.

[84] Ani w tekstach źródłowych, ani też w literaturze dotyczącej problematyki poruszanej w niniejszej pracy nie napotkałem takiej czy nawet w podobny sposób przeprowadzonej argumentacji.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Podjęcie takiej próby jest możliwe również dlatego, że Kilvington daje czytelnikowi pewną wskazówkę. Odpowiedź na argument dziewiąty rozpoczyna bowiem od autorytatywnego stwierdzenia, iż "żadna powierzchnia nie jest niepodzielna"[85]. W odniesieniu do argumentu zasadniczego znaczyć to może tyle, że ani emitujące światło ciało A nie powiększa swoich rozmiarów skokowo, ani też ciało B nie staje się przezroczyste w taki sposób, toteż w żadnej fazie tej przemiany nie można go traktować jako czegoś niepodzielnego, czyli jako punktu. Kiedy w świetle tych ustaleń przemyślimy jeszcze raz przedstawiony powyżej eksperyment myślowy, dojdziemy do wniosku, że stożek cienia, którego wierzchołek stykałby się bezpośrednio z podstawą, uzyskać można tylko wtedy, gdy ciało A będzie nieskończenie większe od nieprzezroczystej części B. A to mogłoby zajść tylko w dwóch przypadkach: gdy A uzyska aktualnie nieskończoną wielkość lub gdy nieprzezroczysta powierzchnia B zmniejszy się do rozmiarów punktu w sensie geometrycznym. Obydwa te przypadki sprowadzają się *de facto* do drugiego z nich, o ile oczywiście uznamy, że stosunek dowolnej wielkości skończonej do nieskończoności równa się zeru. Ryszard Kilvington zaś od początku kategorycznie zaprzecza istnieniu jakichkolwiek wielkości niepodzielnych, a zatem i punktów. Ponadto, nawet gdybyśmy się zgodzili, że B ma rozmiar punktu, niemożliwe byłoby skonstruowanie jakiegokolwiek trójkąta. Oczywiste jest przecież, iż podstawa najmniejszego możliwego do skonstruowania trójkąta musiałaby składać się z przynajmniej dwóch punktów.

Musimy zatem przyjąć, że Kilvington uznaje przemiany takie, jak w opisanym przypadku ciała B, za procesy ciągłe w ścisłym sensie, tzn. takim, jaki wskazuje Arystoteles[86]. To jednak rodzi nowy problem. O ile wszakże ostateczne zniknięcie ciała B nie odbędzie się skokowo, to nigdy nie stanie się ono całkowicie przezroczyste. Możemy co najwyżej przyjąć, że ciało to najpierw stanie się przezroczyste na przykład do połowy swojego promienia, potem znów do połowy swojego nowego promienia i tak dalej w nieskończoność. Niezależnie od tego, wedle jakiej proporcji będzie się to dokonywać, przemiana taka musi trwać dowolnie, a zatem nieskończenie długo[87]. Aby uniknąć tej konsekwencji moglibyśmy przyjąć, iż w przypadku procesów takich, jak tutaj opisany – tzn. polegających na zmianie pewnych właściwości w przeciwne – musimy uznać istnienie przynajmniej jednego momentu zmiany dokonującej się skokowo. W ten sposób jednak powracamy do punktu wyjścia, tj. założenia o istnieniu pewnej wielkości niepodlegającej podziałowi. Ryszard Kilvington doprowadza nas ostatecznie do miejsca, w którym staje się oczywiste, że zaproponowany przez Arystotelesa opis rzeczywistości, powszechnie przyjmowany

[85] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 173: *Ad nonum principale dico, quod nulla superficies est indivisibilis*.

[86] Arystoteles, *Fizyka*, VI, 2, 232b–233b, s. 134–136.

[87] Rozumowanie to przywołuje na myśl jeden z paradoksów sformułowanych przez Zenona z Elei, mianowicie „dychotomię odcinka". Zob. rozdział I niniejszej książki. Zob także: N. Huggett, *Zeno's Paradoxes*, [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2004 Edition), E.N. Zalta (red.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/sum2004/entries/paradox-zeno/>.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

jako poprawny, zawiera jednak niespójności. W tym konkretnym przypadku Kilvington wykazuje wyraźnie, że na gruncie arystotelesowskiej filozofii przyrody niemożliwy jest ciągły proces przemiany z jednego przeciwieństwa w drugie.

III. 4.3. WIELKOŚCI NIESKOŃCZENIE MAŁE – *ANGULUS CONTINGENTIAE*

W przedostatnim, jedenastym argumencie zasadniczym analizowanej tutaj kwestii Ryszard Kilvington poddaje krytycznej analizie pojęcie ciągłości, ponownie odwołując się do matematyki i wykorzystując rozważania jednego ze swoich wielkich poprzedników, choć wprost się do tego nie przyznaje. Rozpoczyna swoją argumentację od spostrzeżenia, że jeśli kontinuum jest podzielne w nieskończoność, wówczas dowolny kąt styczności (*angulus contingentiae*) jest podzielny w nieskończoność[88]. Wniosek ten jest sprzeczny z jednym z twierdzeń Euklidesa, wedle którego kąt taki jest mniejszy od dowolnego kąta prostoliniowego. Taka definicja kąta styczności pozwala jednak wprowadzić do rozważań pewną wielkość *de facto* niepodzielną i nieskończenie małą[89].

Wiele lat przed Kilvingtonem zauważył to wspominany już w tej pracy tłumacz i komentator *Elementów*, Johannes Campanus z Novary. Nie umknęło jego uwadze także to, iż kąty styczności to byty geometryczne, które naruszają zasadę ciągłości znajdującą się w dziele Euklidesa. Wedle twierdzenia pierwszego dziesiątej księgi *Elementów*: jeśli od większej z dwóch wielkości odejmujemy sukcesywnie pewną część (*scil.* „więcej niż połowę danej wielkości"), to ostatecznie uzyskamy wielkość mniejszą od mniejszej z dwóch pierwotnie przyjętych wielkości[90]. Campanus dochodzi ponadto do wniosku, iż kąty te

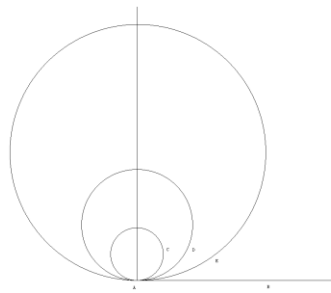
[88] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 157: *Undecimo ad principale, si quaestio sit vera, aliquis angulus contingentiae sit divisibilis in infinitum*. Kąt styczności jest to kąt zawarty pomiędzy obwodem pewnego okręgu i prostą styczną z tymże okręgiem (zob. rys. 8 w tekście głównym). Termin ten został stworzony najprawdopodobniej przez Johannesa Campanusa z Novary. Zob. A.P. Juszkiewicz, *Historia matematyki w Wiekach Średnich*, przeł. Cz. Kulig, Kraków 1969, s. 365; M. Kandulski, *Zarys historii matematyki. Od czasów najdawniejszych do średniowiecza*, Poznań 1983, s. 40–41.

[89] Polskie tłumaczenie tego fragmentu *Elementów* Euklidesa nie oddaje dobrze sensu jaki odczytać można z wersji łacińskiej. Zob. *Euklidesa Początków Geometrii…*, III, Podanie 16, s. 93: *Prostopadła do średnicy koła z końca iey wyprowadzona pada cała zewnątrz koła, a między tą prostopadłą i okręgiem żadna inna linia prosta nie padnie: albo, co iedno iest, okrąg koła przechodzi między prostopadłą do średnicy i linią prostą, która z średnicą kąt ostry iakkolwiek wielki zawiera, czyli która zawiera kąt iakokolwiek mały z prostopadłą do średnicy*. Zob. <Euklides>, *dz. cyt.*, III, Prop. XVI, s. 75: *Quae diametro circuli ad rectos angulos ab extremitate ducitur, cadit extra circulum; et in locum, qui inter rectam lineam et circumferentiam interjicitur, altera recta linea non cadet: et semicirculi angulus omni angulo acuto rectilineo maior est; reliquus autem minor* (podkreślenie moje – R. P.).

[90] Zob. <Euklides>, *dz. cyt.*, X, Prop. I, s. 258: *Duabus magnitudinibus inaequalibus expositis, si a maiori auferatur majus quam dimidium, et ab eo, quod reliquum est, rursus auferatur majus*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

naruszają także inną zasadę ciągłości, którą każdy chyba przyjmuje jako oczywistą, że jeśli dokonujemy przejścia od wielkości większej od danej do wielkości od niej mniejszej, to musimy przejść przez wielkość równą danej[91]. Kiedy natomiast weźmiemy dowolnie mały kąt zawarty pomiędzy dwoma odcinkami prostymi, to zawsze będzie on większy od dowolnego kąta styczności, natomiast kąt o mierze zerowej jest już, co oczywiste, od każdego kąta styczności mniejszy.



Rys. 8.

Ryszard Kilvington, jak możemy przypuszczać, znał powyżej przedstawione rozważania Campanusa z Novary. W analizowanej tutaj kwestii nie poprzestaje jednak na prostym stwierdzeniu faktu, że kąty styczności są wielkościami niepodzielnymi, lecz idzie dalej. Stwierdza najpierw, że kąt styczności można dzielić w nieskończoność za pomocą linii łukowych, choć nie prostych, co wydaje się najbardziej oczywistym rozwiązaniem tej trudności[92]. Jednak dalej Kilvington przedstawia inspirowany uwagami Campanusa przykład, mający przekonać czytelnika, że takiego podziału można dokonać również za pomocą prostych.

Johannes Campanus z Novary wskazywał, że jeśliby obrócić jedną ze średnic danego okręgu wokół jednego z jej końców, to zakreślony przez nią kąt będzie tak długo mniejszy od kąta utworzonego przez tę średnicę w pierwotnym jej położeniu i półokrąg (*angulus semicirculi*), aż pokryje się ona ze styczną do okręgu. Wówczas, co oczywiste, kąt ten (czyli kąt prosty) będzie większy od kąta zawartego pomiędzy średnicą a półokręgiem, przy czym żaden z wykreślanych przez obracającą się średnicę kątów nie był w żadnej chwili równy kątowi wyznaczonemu przez półokrąg[93].

Ryszard Kilvington argumentuje natomiast następująco: weźmy dwa stykające się okręgi, z których jeden jest dwa razy większy od drugiego, oraz prosty

---

quam dimidium, et hoc semper fiat; relinquatur tandem quaedam magnitudo, quae minori magnitudine exposita minor erit. Zob. także, Arystoteles, *Fizyka*, VIII, 10, 266b, s. 201.

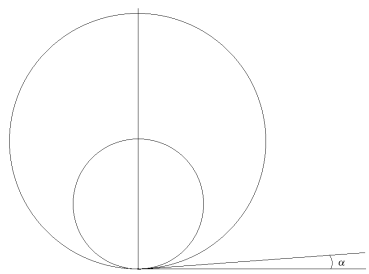
[91] J.E. Murdoch, *Infinty and continuity*, s. 580–582.

[92] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 157: *Huic dicitur quod angulus contingentiae non est divisibilis per lineam rectam sed per lineam circularem, et sic intelligitur conclusio allegata*. Jak widać z rys. 8, kąt styczności BAC jest większy od kątów BAD i BAE, a zatem można powiedzieć, że jest przez nie podzielony.

[93] Zob. <Euclides>, *The Thirteen Books of the Elements*, Sir Thomas L. Heath (przekł. na j. ang., wstęp i koment.), t. 2, New York 1956, s. 41.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

odcinek stycznej do tych okręgów, którego początek pokrywa się z punktem styku tych dwóch okręgów[94]. Wyobraźmy sobie następnie, że odcinek ten zaczyna się obracać wokół tego punktu, przecinając w wyniku swego ruchu obydwa okręgi. Wydaje się oczywiste, że odcinek ten najpierw przetnie większy z tych okręgów, nie przecinając mniejszego: „skoro wszystkie jego [tj. odcinka] punkty są bliżej większego koła niż mniejszego". Wynika z tego, że obracający się odcinek podzieli kąt styczności zawarty pomiędzy prostą styczną do okręgów przechodzącą przez punkt, w którym okręgi te się stykają, a obwodem mniejszego z okręgów. Można zatem wskazać zawarty między pewnymi dwiema prostymi kąt (zob. rys. 9 – kąt α), który jest mniejszy od pewnego kąta styczności[95].



Rys. 9.

Po krótkim zastanowieniu zauważamy, że mamy do czynienia z banalnym pseudarium[96]. Powyższy wniosek jest oczywiście błędny, co zresztą Kilvington sam przyznaje w odpowiedzi do tego argumentu[97]. Wszakże linia poprowadzona pod dowolnym kątem w stosunku do stycznej do okręgu i przechodząca

[94] Widać tutaj (być może świadomy) brak ścisłości wypowiedzi Ryszarda Kilvingtona. 'Dwa razy większy' (*duplus*) w tym kontekście należy najprawdopodobniej rozumieć jako: 'taki, którego średnica jest dwa razy dłuższa'. Nie ma to tutaj, co prawda, jakiegokolwiek znaczenia, aczkolwiek wypada o tym wspomnieć ze względu na treść pierwszego argumentu zasadniczego omawianej kwestii, gdzie Kilvington rozważa różne sposoby rozumienia terminów *duplus* i *aequalis* w odniesieniu do okręgów i kół. Zob. rozdział III. 4. 4 poniżej.

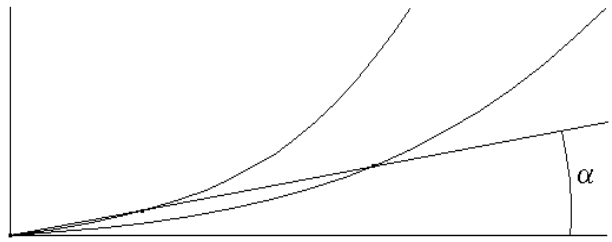
[95] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 157: *Contra illud probo, quod sit divisibilis per lineam rectam. Et capio duos circulos quorum unus sit duplus ad alium et contingant se, et capiatur aliqua linea contingens istos circulos in eodem puncto, in quo circuli se contingunt. Et pono, quod illa linea super illum punctum quiescat secundum quod contingit circulos, et moveatur secundum aliud extremum quousque secet utrumque illorum circulorum praedictorum. Quo posito haec linea secabit utrumque circulum, et propinquior est circulo maiori super omnia puncta alia a puncto contactus quam circulo minori; igitur prius secabit circulum maiorem quam minorem. Quo concesso, arguo sic: haec linea secat circulum maiorem et non minorem, igitur dividit angulum contingentiae contentum circulo minori et linea communi utrique circulo contingebat haec linea*.

[96] Sz. Jeleński, *Lilavati*, Warszawa 1956, s. 215.

[97] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 174: *Et dico, quod captis duabus circumferentias, quarum minor contingat intrinsecus maiorem, et capiatur linea contingens utrumque circulum, et quiescat in punctus contactus et moveatur secundum aliud extremum, dico quod non prius secabit circulum maiorem quam minorem*.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

przez punkt styczności jest już sieczną, a zatem pomiędzy nią a styczną zawiera się pewien odcinek okręgu niezależnie od tego, jak wielki jest jego promień (zob. rys. 10). To jednak – paradoksalnie – może służyć raczej jako potwierdzenie istnienia pewnych wielkości niepodzielnych.



Rys. 10.

W dalszej części jedenastego argumentu zasadniczego Kilvington stwierdza, że „ten kąt [tj. kąt styczności] jest nieskończenie małą częścią kąta prostego", co pozostaje – jak można przypuszczać – w bezpośrednim związku z twierdzeniem Campanusa: „dowolny kąt zawarty pomiędzy prostymi jest większy niż nieskończona liczba kątów styczności"[98]. Dwie kolejne przedstawione po nim argumentacje wskazują, że Kilvington widzi tutaj dwa sposoby rozumienia powyższego twierdzenia, odpowiadające dwojakiemu rozumieniu nieskończoności: jako potencjalnej oraz aktualnej.

Rozróżnienie to pochodzi od Arystotelesa, a przyjmowała je większość filozofów średniowiecznych. Nieskończoność potencjalną zwykle nazywano synkategorematyczną i opisywano jako „nie tak dużą, żeby nie mogło być od niej większej" (*non tantum quin maius*), aktualną zaś, kategorematyczną, definiowano jako „tak dużą, że nie może istnieć od niej większa" (*tantum quod non maius*)[99]. Ta ostatnia, powszechnie powtarzano za Arystotelesem, nie może być zrealizowana w świecie; myśliciele średniowieczni przypisywali ją jedynie Bogu. Za możliwe uznawali natomiast istnienie nieskończoności potencjalnej, którą wszakże rozumieli zazwyczaj, jak wynika z powyższego opisu, jako dowolnie dużą wielkość skończoną.

---

[98] Tamże, s. 157: *Item, si angulus contingentiae sit divisibilis per lineas circulares, igitur angulus contingentiae habeat proportionem ad angulum rectum. Consequens est falsum, quia angulus contingentiae est infima pars anguli recti.* Zob. J.E. Murdoch, *The Medieval Language of Proportions*, s. 243.

[99] Średniowieczne nazwy tych dwóch rodzajów nieskończoności związane są ze wspominaną już tutaj tradycją logiczną (zob. przypis 15 powyżej). Powszechną praktyką filozofów czternastowiecznych, zarówno oksfordzkich, takich jak Wilhelm Heytesbury, czy później paryskich, jak Jan Burydan i Albert z Saksonii, było wiązanie tego rozróżnienia także z kolejnością terminu *infinitum* i pojęcia nim określanego w zdaniu. Zob. J.E. Murdoch, *Infinity and Continuity*, s. 567; J.E. Murdoch, J.M.M.H. Thijssen, *John Buridan on Infinity*, [w:] *The Metaphysics and Natural Philosophy of John Buridan*, J.M.M.H. Thijssen, J. Zupko (red.), Leiden−Boston−Köln 2001, s. 131–134; F. Pironnet, *Sophismata*; C.B. Boyer, *The History of the Calculus and its Conceptual Development*, New York 1949, s. 69.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Kiedy weźmiemy pod uwagę powyższe definicje, staje się jasne dlaczego, wedle Kilvingtona, uznanie prawdziwości twierdzenia, że na dowolny kąt prostoliniowy może składać się nieskończona liczba kątów styczności, musi prowadzić do wniosku, iż kąt styczności pozostaje w pewnej proporcji do kąta prostego[100]. Skoro bowiem na mocy podstawowego założenia kwestii kąt prosty możemy dzielić za pomocą prostych odcinków w nieskończoność, to możemy także uzyskać nieskończenie wiele jego części, tj. kątów ostrych, których będzie tyle samo (mianowicie nieskończenie wiele) co kątów styczności. Każdy kąt styczności będzie więc w takiej samej proporcji do kąta prostego, co pewien z uzyskanych w powyżej opisany sposób kątów ostrych. Stąd ponownie dochodzimy do wniosku, że pewien kąt zawarty pomiędzy prostymi jest równy kątowi styczności. To zaś jest sprzeczne z przywoływanym na początku tego argumentu twierdzeniem, wedle którego kąt styczności jest mniejszy od każdego dowolnego kąta prostoliniowego. Wniosek powyższy jest oczywiście do przyjęcia tylko wtedy, gdy uznamy, że wspomniany kąt prosty będzie podzielony na potencjalnie nieskończoną, czyli dowolnie dużą – ale *de facto* skończoną – liczbę kątów ostrych.

Konsekwentnie, jak Kilvington zauważa w drugiej części tej argumentacji, jesteśmy zmuszeni przyjąć, że w dowolnym kącie prostoliniowym zawiera się aktualnie nieskończona ilość kątów ostrych, z których każdy jest większy od dowolnego kąta styczności. Mamy zatem nieskończenie wiele części, z których każda ma pewną wielkość. Stąd jednak:

> Wynika, że kąt prosty jest nieskończony, a ponieważ jedna nieskończoność nie jest większa od drugiej, (...) zatem żaden kąt nie może być większy od kąta prostego[101].

Co jest oczywistym fałszem[102].

---

[100] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 157: *Item, si angulus contingentiae habeat proportionem ad angulum rectum, cum angulus rectus sit divisibilis in infinitum per lineas rectas; igitur angulus rectilinearis, qui est pars anguli recti, haberet eandem proportionem ad angulum rectum. Et tunc ille angulus rectilinearis et angulus contingentiae forent aequales.*

[101] Tamże, s. 157–158: *Quod est falsum, quia quilibet angulus contingentiae potest esse pars cuiuslibet anguli rectilinearis. Et istam consequentiam probo, quia si angulus contingentiae non haberet proportionem ad angulum rectum, sequitur quod nullus angulus esset maior angulo recto. Probo consequentiam, quia secundum istam positionem sequitur, quod angulus rectus sit infinitus, cum habeat infinitas partes proportionales, quarum nulla pars unius est pars alterius, et quaelibet est maior angulo contingentiae. Igitur, tunc angulus rectus est infinitus, et cum unum infinitum non sit maius alio infinito – sicut patet III 'Physicorum'; igitur nullus angulus est maior angulo recto, quod est probandum*.

[102] Warto tutaj zauważyć, że już tworząc swoje *Sofizmaty* Kilvington był przekonany, że nie można mówić o proporcji pomiędzy dowolną wielkością skończoną a aktualnie nieskończenie małą jej częścią. W sofizmacie 40 czytamy: *Unde licet sit concedendum quod in infinitum aliqua pars A est minor A, haec tamen propositio est neganda: 'Aliqua pars A est in infinitum minor quam A'; et haec propositio similiter est neganda: 'A est in infinitum maius quam aliqua pars A'*. W przypadku dwóch ostatnich zdań termin '*in infinitum*' ma sens kategorematyczny – a zatem oznacza nieskończoność aktualną, sformułowanie zaś użyte w pierwszym z powyżej przytoczonych zdań: '*in infinitum aliqua pars A est minor*', wskazuje na sens synkategorematyczny terminu

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

W przypadku tego argumentu Kilvington udziela, co mu się niestety zdarza tylko wyjątkowo, całkowicie jasnej i jednoznacznej odpowiedzi. Stwierdza ostatecznie, że kąty styczności mogą być dzielone w nieskończoność za pomocą linii łukowych (zob. rys. 10). Dlatego też nie możemy uznawać ich za wielkości niepodzielne, co rozwiązuje wszystkie powyżej przedstawione trudności[103]. W ten sposób autor dokonuje także uzupełnienia czy też uściślenia pojęcia kąta styczności, które w pierwotnej postaci prowadziło do sprzeczności w ramach twierdzeń i dowodów zawartych w dziele Euklidesa.

III. 4.4. Pojęcie 'równości' w geometrii i w filozofii przyrody

W pierwszym argumencie zasadniczym kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* Ryszard Kilvington szczególnie często przywołuje *Elementy* Euklidesa. Co ciekawe, autor kwestii nie skupia się tutaj na pojęciu ciągłości. Nieskończony podział kontinuum jest natomiast dla niego pretekstem dla rozważań prowadzących do uściślenia rozumienia pojęcia 'równości'. W rozważaniach tych pobrzmiewają także echa, choć bardzo odległe, omówionych w poprzednim rozdziale geometrycznych argumentów Jana Dunsa Szkota i Wilhelma Ockhama.

Na początku argumentacji Ryszard Kilvington zauważa, że jeśli uznajemy prawdziwość twierdzenia o nieskończonej podzielności każdego kontinuum, to musimy przyznać, że również okrąg, jako wielkość ciągła, jest podzielny w nieskończoność[104]. Jest to już na pierwszy rzut oka oczywiste, jednak nie możemy zapominać, że stanowi to początek argumentu *quod non*. Ażeby wykazać fałszywość takiego twierdzenia, Kilvington buduje następujące rozumowanie:

> Skoro pewien okrąg jest dwakroć większy od swojej połowy, a nadto ten sam okrąg jest dwakroć większy od innego okręgu, którego średnica jest połową średnicy pierwszego okręgu, zatem połowa pierwszego okręgu jest równa całemu drugiemu okręgowi[105].

'*in infinitum*' – czyli rozumieć go tutaj należy jako 'dowolnie dużo'. Zob. Ricardus Kilvington, *Sophismata*, Sophisma 40[41]: *In infinitum facilius est facere C esse verum quam facere D esse verum*, s. 109. Zob. także przypis 102 powyżej. Z powyższego można także wnosić, iż wedle Kilvingtona nie można także mówić o istnieniu proporcji pomiędzy dowolną wielkością skończoną a wielkością aktualnie nieskończoną. Do tematu tego powrócimy w rozdziale IV. 2 niniejszej książki.

[103] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 174: *Ad undecimum principale concedo, quod angulus contingentiae est divisibilis in infinitum, sed hoc est per lineas circulares et non rectas*.

[104] Tamże, s. 123: *Et probo quod non quia tunc circumferentia circuli, cum sit continua, esset divisibilis in infinitum*.

[105] Tamże: *Et cum illa circumferentia sit dupla ad suam medietatem, et etiam eadem circumferentia est dupla ad aliam circumferentiam cuius diameter est subduplus ad diametrum primae circumferentiae; igitur medietas primae circumferentiae est aequalis toti alteri circumferentiae*.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Całe to wnioskowanie autor kwestii uzasadnia, odwołując się do odpowiedniego fragmentu *Elementów* Euklidesa oraz do jednego z twierdzeń *De curvis superficiebus*[106].

Wydawać by się mogło, że tak mocno ugruntowane twierdzenie jest nie do obalenia, a jednak Kilvington dowodzi, „że wniosek jest fałszywy, mianowicie, że połowa jednego okręgu będzie równa całemu innemu okręgowi". Ażeby wzmocnić tę opinię przywołuje autorytet Awerroesa, wedle którego: „jakości okręgów nie są porównywalne, o ile nie przynależą do tego samego koła"[107].

Jeden z argumentów Ockhama przeciwko współczesnym mu atomistom, jak pamiętamy, również sprowadzał się do porównywania długości obwodów dwóch kół współśrodkowych[108]. Co ciekawe, żaden z atomistów nie odwoływał się do zacytowanego przez Kilvingtona stwierdzenia Awerroesa, mimo że byłoby ono doskonałym argumentem przeciw konstrukcji Ockhama już z tego powodu, że jest to twierdzenie z autorytetu Komentatora. Odnalezienie i przywołanie tej opinii jest z jednej strony jednym z wielu świadectw dociekliwości i wnikliwości naszego autora, z drugiej zaś − oryginalności jego argumentacji.

Oryginalne, choć w nieco innym sensie, jest także rozwinięcie omawianego tutaj argumentu Ryszarda Kilvingtona. W toku dyskusji wydaje się on zapominać o podstawowym problemie kwestii, tj. możliwości nieskończonego podziału wielkości ciągłych, na rzecz uściślenia powszechnie używanego zarówno w matematyce, jak i w filozofii przyrody pojęcia 'równości'.

Autor nasz od razu odrzuca możliwość, by przyjęte na początku krzywe, czyli półokrąg i okrąg, były równe jako figury przystające. Fałsz takiego rozwiązania wydaje się oczywisty sam przez się, Kilvington jednak i tutaj przywołuje odpowiedni fragment komentarza Awerroesa do *Fizyki*[109]. Podobnie, odwołując się do autorytetu Euklidesa oraz przedkładając matematyczno-logiczną argumentację, Kilvington wykazuje, że w przedstawionym tutaj przypadku równość nie może być też rozumiana jako równość obejmowanych przez

---

[106] Tamże: *Consequentia patet per secundam partem 9 conclusionis V Euclidis, quae est ista: „aliquarum quantitatum ad unam <quantitatem> proportio una, ipsas esse aequales. Si vero unius ad illas ipsas esse aequales necesse est." Consequentia patet. Maior patet de se. Minor probatur, scilicet quod prima circumferentia sit dupla ad secundam per 3 conclusionem Archimedis „De curvis superficiebus", et secundum aliam quotationem est conclusio 5 et est ista: „cuiuslibet duorum circulorum circumferentiae suis diametris sunt proportionales." Ex qua sequitur, quod talis est proportio circumferentiae ad circumferentiam, qualis est proportio diametris ad diametrum*.

[107] Tamże, s. 124: *Et probo, quod primum consequens sit falsum, scilicet quod medietas unius circumferentiae sit aequalis toti alteri circumferentiae per Commentatorem III „Physicorum", commento 29 in fine, ubi dicit quod qualitates circumferentiarum non aequabuntur nisi fuerint eiusdem circuli*. Por. Averroes, *Comm. in Physicam*, VII, comm. 29, f. 333ra.

[108] Zob. rozdział II. 4 niniejszej książki.

[109] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 124: *Item, ponatur quod A sit medietas primi circuli et B sit secundus circulus. Tunc arguo sic: A et B sunt aequalia <per> suppositionem. Et hoc non <est>, quia est contra Aristotelem et Commentatorem V „Physicorum" commento 44 et 45, ubi dicunt quod linea recta non potest superponi lineae circulari vel curvae, etc*.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

te krzywe powierzchni. A to z tej przyczyny, że półkole zbudowane na danej średnicy będzie miało dwakroć większą powierzchnię niż koło o średnicy równej połowie tamtej[110]. Tym bardziej – dowodzi nadto nasz autor – nie może to być równość związana z równymi objętościami półsfery i sfery zbudowanych odpowiednio na tychże średnicach[111].

Ostatecznie Ryszard Kilvington poddaje dyskusji najbardziej, wydawać by się mogło, oczywistą możliwość, mianowicie taką, że półokrąg i okrąg o założonych pierwotnie średnicach mogą być równe w tym sensie, że „gdyby te krzywe wyprostować", wówczas byłyby takie[112]. Mówiąc prościej, że są one równe co do długości. Podobne zdanie odnaleźć można w *Expositio* Wilhelma Ockhama do *Fizyki*, gdzie ten zauważa, iż wyprostowana lina nie zmienia swojej długości kiedy zwiniemy ją spiralnie, a zatem przyrównywanie krzywych do prostych jest całkowicie dopuszczalne[113]. To jednak, co było oczywiste dla Ockhama (i dla nas), dla innych myślicieli czternastowiecznych, jak się okazuje, nie musiało być takie i to w dodatku z uzasadnionych powodów. Kiedy przypomnimy sobie, że wedle Arystotelesa oraz Awerroesa nie można przy-

[110] Tamże, s. 124: *Aliter sunt aequalia per continentiam. Et hoc falsum est, quia tota circumferentia, cuius A est medietas continet quadruplum ad B, hoc est ad secundam circumferentiam: igitur A continet in duplo plus quam B. Consequentia patet. Et probo antecedens per 2 conclusionem XII Euclidis, quae est ista: „omnium duorum circulorum est proportio alterius ad alterum sicut proportio quadrati sui diametri ad quadratum alterius diametri." Cum igitur <proportio> diametri A sit dupla ad diametrum, cuius B est circumferentia, sequitur quod quadratum pertractum ex quatuor costis aequalibus diametro A erit quadruplum ad quadratum pertractum ex quatuor costis aequalibus diametro, cuius B est circumferentia. Etiam probatum est, quod qualis <est> proportio quadrati ad quadratum, talis est proportio circuli ad circulum per conclusionem Euclidis prius allegatam. Ex quo sequitur, quod circumferentia cuius A est medietas est quadrupla ad circumferentiam B, quod fuit probandum*. Wniosek ten możemy potwierdzić, korzystając z ułatwienia, jakie daje symboliczny zapis matematyczny. Pole powierzchni półkola o średnicy D wynosić będzie:

$S_1 = ½\pi(D/2)^2 = (\pi D^2)/8;$

a pole powierzchni koła o średnicy D/2 wynosić będzie:

$S_2 = \pi(D/4)^2 = (\pi D^2)/16.$

Zatem stosunek tych pól:

$S_1:S_2 = ((\pi D^2)/8):((\pi D^2)/16) = 16:8 = 2:1.$

[111] Tamże, s 125: *Sed forte dicetur, quod A et B sunt aequalia, quia sphaera cuius B est circumferentia maxima, est subdupla ad sphaeram, cuius A est circumferentia maxima. Sed hoc est falsum et contra 15 conclusionem et ultimam XII Euclidis, quae est ista: „omnium duarum sphaerarum est proportio alterius ad alteram tamquam proportio sui diametri ad diametrum alterius quadrata." Igitur, cum diametris spherae B sit circumferentia subdupla ad sphaeram, cuius A est medietas circumferentiae, igitur proportio unius spherae ad aliam est proportio octupla. Consequentia patet, quia proportio dupla quadrata est proportio octupla*.

[112] Tamże: *Aliter dicitur quod A et B sunt aequalia, quia A et B si essent rectificata forent aequalia*.

[113] A. Goddu, *Ockham's Philosophy of Nature*, s. 153.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

równywać do siebie różnych linii krzywych ani tych do prostej, wówczas jasna się stanie przyczyna rezerwy, z jaką Kilvington podchodzi do tego sposobu rozumienia pojęcia równości[114].

Wyżej przytoczona uwaga Ockhama stanowi jeden z istotnych elementów przeprowadzonej przezeń krytyki Arystotelesowej koncepcji ruchu. Zdaniem Arystotelesa zróżnicowanie ruchów może być przeprowadzone także ze względu na kształty dróg, po których się one odbywają[115]. Dla Kilvingtona natomiast to spostrzeżenie Stagiryty staje się uzasadnieniem twierdzenia, iż nie można mówić o równości w odniesieniu do bytów przynależących do różnych rodzajów lub gatunków. W tym przypadku możemy oczywiście, jak wskazuje nasz autor, mówić o równości, lecz nie o równości *per se*, a co najwyżej *per accidens*, czyli o równych wymiarach. Prowadzi to jednak do stwierdzenia, że:

> jakieś wnioskowanie przeprowadzane przez matematyka nie jest prawdziwe *per se*, lecz [tylko] *per accidens* – to nie jest prawdą, ponieważ dowody matematyczne mają walor absolutnej konieczności i wynikają z koniecznych przesłanek[116].

Jeśli zaś zgodzimy się na takie rozumienie pojęcia równości – ciągnie swój wywód Kilvington – to znaczy, że odcinek, na przykład pewnej drogi, będziemy traktować tylko jako długość, to – ostatecznie – sprowadzimy substancję do kategorii wielkości[117]. W ten sposób, jak można się łatwo domyślić, dopuszczamy do pojawienia się wielu paradoksów czy raczej sprzeczności, które autor nasz, swoim zwyczajem, skwapliwie wylicza[118]. Pomijam je tutaj, jako że operują one raczej w dziedzinie metafizyki, a nie matematyki, w niniejszej zaś książce skupiam się wszakże na tej drugiej nauce.

Cała ta „żonglerka pojęciami", którą Kilvington przedstawia w pierwszym argumencie zasadniczym kwestii *Utrum continuum…*, nie jest tylko zabawą czy też popisem umiejętności budowania pokrętnych argumentacji (choć i tej motywacji nie możemy kategorycznie odrzucić w przypadku, nie zapominajmy,

---

[114] Arystoteles, *Fizyka*, VII, 4, 248b, s. 162. Averroes, *Comm. in Physicam*, VII, comm. 29, f. 333ra.

[115] Arystoteles, *Fizyka*, V, 4, 228b–229a, s. 126.

[116] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 125: *Nec potest dici quod Aristoteles et Commentator loquantur de aequalitate per se, et sic verum est, quod A et B non sunt aequalia, sed sunt aequalia per accidens. Contra, quia hoc dato sequitur, quod mathematicus concluderet unam conclusionem quae non est vera per se sed per accidens. <Hoc> non est verum, quia demonstrationes mathematicae sunt maxime necessarie et ex necessariis*.

[117] Tamże, s. 125–126: *Item arguitur: si A et B cum rectificatae fuerunt, sunt aequales, et cum non sint aequales nisi secundum longitudinem; igitur A et B erunt aequaliter longae. Et tunc linea esset longitudo, et longitudo longa, et quantitas quanta. Sed probo quod non, quia capio aliquod corpus quantum. Tunc, si quantitas illius corporis sit quanta, igitur aliquod quantum est illa quantitas, et aliquod quantum est illa substantia. Vel igitur idem quantum est substantia et quantitas vel aliud quantum est substantia et aliud quantum est quantitas, Si primo modo, sequitur quod substantia sit quantitas* (…), *si substantia sit quantitas, sequitur quod homo et asinus sunt eiusdem speciei specialissimae*.

[118] Zob. tamże, s. 126–127.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

autora zbioru *Sofizmatów*). Służy ona również, przedstawieniu różnic w treści pojęcia ‘równości’ w zależności od tego, czy posługuje się nim matematyk, czy scholastyczny filozof przyrody. Taki jest właśnie sens odpowiedzi Kilvingtona do tego argumentu, gdzie odróżnia on wyraźnie ścisłe od ogólnego rozumienia pojęcia ‘równości’[119]. Stwierdzenie tego faktu może nas z kolei prowadzić do wniosku ogólniejszej natury: o nieadekwatności języka matematyki w odniesieniu do filozofii przyrody[120].

III. 4.5. WIELKOŚCI NIESKOŃCZENIE DUŻE – *LINEA GIRATIVA*

Przechodzimy teraz do najbardziej logicznie i matematycznie wyrafinowanego rozumowania spośród zawartych w omawianej tutaj kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum*. Jest to także, jak się okazuje, najlepiej znana zarówno jemu współczesnym, jak późniejszym myślicielom średniowiecznym geometryczna, argumentacja Ryszarda Kilvingtona.

Piąty argument zasadniczy omawianej tutaj kwestii Kilvington rozpoczyna od stwierdzenia, że jeśli istnieje pewna linia nieskończona, to wówczas musimy przyjąć, że jako wielkość ciągła może być także dzielona w nieskończoność[121]. Wynikanie to jest niewątpliwie poprawne. Żeby jednak potwierdzić jego prawdziwość, musimy spełnić jeden już nie tak niewątpliwy warunek: mieć do dyspozycji nieskończenie długą linię.

Należy pamiętać, że zdaniem Arystotelesa, a więc także wszystkich myślicieli średniowiecznych – z wyjątkiem Mikołaja z Kuzy – istniejący wszechświat, a zatem i wszelkie zawarte w nim byty przygodne są ograniczone co do swoich wymiarów[122]. Dlatego też w wiekach średnich powszechnie przyjmowano, że nie może istnieć nic, co by posiadało aktualnie nieskończone wymiary[123]. Po cóż zatem nasz autor wprowadza tutaj niemożliwy do spełnienia warunek?

---

[119] Tamże, s. 159: *Et ideo, pro intellectu Aristotelis dico, quod illa non sunt aequalia accipiendo aequalitatem maxime proprie – sed sic intelligit – sed solum quod eaedem lineae, si essent lineae rectificatae, essent aequales* (…). *Et ideo concedo, quod non quodlibet continuum est divisibile in duo aequalia accipiendo aequalitatem precise* (…). *Et ideo sufficit pro intellectu Aristotelis, quod omne continuum dividatur et sit divisibile uno modo vel alio in duo aequalia communiter vel proprie. Et ad argumentum concedo quod motus rectus sit aequalis motui circulari communiter accipiendo aequalitatem* .

[120] Zob. rozdział III. 5. 1 niniejszej książki.

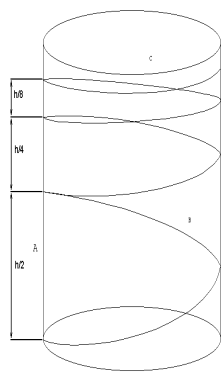
[121] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 136: *si quaestio sit vera, cum aliqua linea sit infinita et etiam sit continua, igitur illa erit divisibilis in infinitum*.

[122] Arystoteles, *O niebie*, I, 5–7, 271b–276a, s. 242–252; tenże, *Fizyka*, III, 7, 207b, s. 81; A. Koyré, *Od zamkniętego świata do nieskończonego wszechświata*, przeł. O. i W. Kubińscy, Gdańsk 1998, s. 19.

[123] Dla przykładu, Jan Burydan dowodzi, w swoim komentarzu do *Fizyki*, iż żadne ciało nie może posiadać nieskończonych wymiarów, ponieważ ilość materii w świecie jest skończona. Powołuje się przy tym na I księgę *De generatione et corruptione* Arystotelesa. Zob. Johannes Buridanus, *Tractatus de infinito (Quaestiones super libros Physicorum secundum ultimam lectu-*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Dalsza część omawianego argumentu ponownie ukazuje nam wyjątkową wyobraźnię i oryginalność myśli jej autora. Ryszard Kilvington przedstawia bowiem metodę konstrukcji linii o długości nieskończonej, którą można zmieścić w przestrzeni o skończonych, a nawet bardzo niewielkich wymiarach. Wyobraźmy sobie – proponuje – walec o pewnych, dowolnych, wysokości i średnicy. Na tymże walcu wyznaczmy linię, która rozciąga się od krawędzi podstawy bryły do połowy jej wysokości, jednocześnie obiegając walec dookoła, następnie niech linia ta obiega walec raz na połowie pozostałej wysokości, kolejny zaś obieg linii niech się odbywa na połowie pozostałej wysokości; i tak samo postępujmy dalej, dzieląc kolejne części wysokości walca na pół[124]. Ponieważ zaś, jak twierdzi Kilvington, z pewnego fragmentu komentarza Awerroesa do *Fizyki* jasno wynika, iż podział wielkości ciągłej na kolejne części pozostające względem siebie w takiej samej proporcji jest procesem nieskończonym, to możemy uznać, że w przyjętym walcu możemy wyróżnić nieskończenie wiele części proporcjonalnych (tj. połówek kolejnych połówek) w odniesieniu do jego wysokości[125]. Dlatego musimy się zgodzić, że da się wyznaczyć nieskończenie wiele kolejnych zwojów umieszczonej na tym walcu linii, a zatem musimy także przyjąć, iż cała ta linia jest nieskończenie długa (por. rys. 11)[126].



Rys. 11.

ram, Liber III, quaestiones 14–19), quaestio 14: *Utrum est aliquod corpus sensibile actu infinitum*, [w:] *John Buridan's „Tractatus de infinito"*, J.M.M.H. Thijssen (wyd.), Nijmegen 1991, s. 3–4. Por. Arystoteles, *O powstawaniu i niszczeniu*, I, 3, 318a, s. 366.

[124] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 136: *Capio aliquod corpus columnare quod sit A et rotundum, et suppono quod super omnes partes proportionales ducatur una linea girativa ducta super omnes partes proportionales, quae sit B. Et cum hoc super primam partem proportionalem ducatur linea circularis, quae sit C Tunc arguo sic: in B linea girativa ducta super omnes partes proportionales A convenit invenire conam lineam – id est C – cum <lineis> infinitis aliis non communicantem in toto nec in parte, quarum quaelibet est maior C; igitur B est linea infinita. Consequentia est manifesta et antecedens probo, quia convenit addere ipsi B lineam girativam secundae partis proportionalis, et tertiae, et sic deinceps – quarum quaelibet est maior C et quarum nulla pars unius est pars alterius. Consequentia patet, quia cuiuslibet partis proportionalis giratio est maior linea circulari, quia continue subcedit grosities corporis*.

[125] Tamże, s. 138.

[126] Tamże, s. 137: *Tunc illa linea est infinita cum habeat infinitas lineas suis partes proportionales, quarum quaelibet est maior linea circulari eiusdem columnae*.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Choć Kilvington nie mówi tego wprost, najwyraźniej uznaje, iż ilość części proporcjonalnych dowolnej wielkości ciągłej, a więc także danego walca, jest aktualnie nieskończona, co pozwala nam umieścić go pośród bezpośrednich intelektualnych spadkobierców Wilhelma Ockhama. Ockham zmienił, jak pamiętamy, sens określenia 'aktualna' w odniesieniu do nieskończoności. Jej aktualność nie polega, według niego, na pełnej realizacji (jak to pojęcie rozumiał Arystoteles[127]), lecz na rzeczywistym istnieniu bytów, co do których bez żadnych wątpliwości możemy stwierdzić, iż mogą być wyliczane bez końca i które są od siebie nawzajem odróżnialne[128]. To samo wydaje się mieć na myśli Ryszard Kilvington, kiedy w toku omawianego tutaj piątego argumentu zasadniczego kwestii konstruuje przykłady wielkości nieskończonych, wykorzystując podział walca na kolejne połowy ze względu na jego wysokość, lub gdy już odpowiada na ten argument i po raz kolejny powtarza następujący warunek: *quarum* [*quantitatum*] *nulla pars unius est pars alterius*[129].

Jak mówiliśmy powyżej, wymyślona przez Kilvingtona *linea girativa* jest przykładem wielkości aktualnie nieskończonej tylko wówczas, gdy przyjmiemy aktualnie nieskończoną ilość jej kolejnych zwojów. To zaś jest w ścisły sposób związane z ilością kolejnych części proporcjonalnych stanowiącego jej podstawę walca. Godny szczególnej uwagi jest tutaj fakt, że Kilvington nie tylko przejmuje pomysły swojego wielkiego poprzednika, lecz także potrafi je twórczo wykorzystać i rozwinąć. Przeprowadzając wszak opisaną powyżej konstrukcję linii spiralnie obiegającej kolejne części proporcjonalne dowolnego walca, przechodzi w prosty sposób od nieskończoności aktualnej „co do ilości" do nieskończoności aktualnej „co do wymiarów". Jeszcze dla Ockhama możliwość zaistnienia tej ostatniej była co najmniej wątpliwa[130].

W przypadku Wilhelma Ockhama rezerwa taka była uzasadniona o tyle, że miał on najprawdopodobniej świadomość konsekwencji, jakie pociągnęłoby za sobą uznanie istnienia aktualnie nieskończonej co do swoich wymiarów wielkości. Wówczas należałoby bowiem albo uznać, że nieskończoności nie można podzielić na części, ponieważ w przeciwnym wypadku każda z części byłaby nieskończona – a więc równa całości; albo też podważyć przyjmowany przez większość współczesnych mu myślicieli, aksjomat: „każda całość jest większa od swojej części"[131].

Ryszard Kilvington również dostrzega ten problem. Co więcej, znajduje nań odpowiedź. Tyle tylko, że proponuje on raczej wybieg lub dialektyczną sztuczkę niż satysfakcjonujące rozwiązanie, będąc najprawdopodobniej świadom rzeczywistej trudności. Odpowiedź do analizowanego tutaj piątego argu-

[127] Arystoteles, *Fizyka*, III, 6–8, 206a–208a, s. 77–82.
[128] Zob. rozdział II. 4 niniejszej książki.
[129] Zob., Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 136, 140, 165.
[130] P. Duhem, *Medieval Cosmology*, s. 86–87.
[131] J.E. Murdoch, *Infinity and Continuity*, s. 571; tenże, *Mathesis in philosophiam scholasticam…*, s. 223.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

mentu zasadniczego autor nasz rozpoczyna od uściślenia pojęcia linii nieskończonej. Pojęcie to, stwierdza, może dotyczyć albo linii, której krańce są nieskończenie od siebie odległe, a taka linia nie istnieje; albo może ono opisywać linię „zawierającą nieskończenie wiele części, których żadna część jednej nie jest częścią innej i spośród których każda jest równa lub większa od innej”[132]. Taki właśnie warunek spełnia opisana w omawianym tutaj argumencie *linea girativa*. Pomimo tego, że jest wielkością nieskończoną, możemy ją podzielić na dwie równe części – stwierdza Kilvington – dzieląc wysokość walca, na którym jest ona umieszczona, na dwie równe części:

> bowiem po dokonaniu takiego podziału taka jest odległość pomiędzy dwoma krańcami jednej części linii B, jaka jest pomiędzy dwoma krańcami drugiej części tej linii[133].

Ryszard Kilvington zauważa ponadto, że tak skonstruowaną linię nieskończoną możemy podzielić na nieskończenie wiele równych co do długości części. W ten sposób niejako zaprzecza jednocześnie dwóm wzajemnie powiązanym regułom ciągłości, przytoczonym przez Awerroesa w komentarzu do *Fizyki*. Według pierwszej z tych reguł, wielokrotne oddzielanie od pewnej wielkości równych części doprowadzić musi ostatecznie do jej wyczerpania. Druga to – przytaczana już wcześniej – formuła mówiąca, iż „kontinuum jest podzielne w nieskończoność stosownie do części proporcjonalnych, lecz nie równych”[134]. W odniesieniu do tej ostatniej trudności Kilvington oczywiście wykorzystuje ten sam sofistyczny wybieg co poprzednio, wskazując na podział na części proporcjonalne nie samej linii, lecz walca, na którego powierzchni bocznej jest ona poprowadzona[135].

Powyżej przedstawione argumentacje stanowią jednak tylko łagodne preludium do naprawdę poważnej analizy. Analizy, której ostateczna i jednoznaczna konkluzja była – jak się wydaje – poza zasięgiem nie tylko Kilvingtona, ale i wszystkich myślicieli czternastowiecznych. Autor nasz rozpoczyna tę część swojego rozumowania, występując z pozycji przeciwnika, tzn. twierdząc, że *linea girativa* nie jest nieskończona. Jeśli wyobrazimy sobie opisaną powyżej linię spiralną – zauważa – to musimy uznać, że w swoim kresie „górnym” styka się ona bezpośrednio (*est immediata*) z okręgiem stanowiącym obwód górnej podstawy danego walca. Znaczy to, że jest ograniczona, a więc nie jest nie-

---

[132] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 165: *Ad quintum principale dico, quod lineam esse infinitam potest accipi dupliciter. Vel sic, quod extrema eius distant per distantiam infinitam – et sic dico, quod nulla linea est infinita.* (…) *Alio modo sumitur infinitum pro eo, quod habet infinitas partes quarum nulla pars unius est pars alterius, et quarum una quaelibet sit aequalis, vel quarum una parte quaelibet sit maior*.

[133] Tamże, s. 166: *Quia diviso corpore extransfuso in duas medietates, erit B linea divisa in duo aequalia, quia facta tali divisione tanta est distantia inter duo extrema unius partis lineae B sicut inter duo extrema alterius partis.*

[134] Zob. tamże, s. 138.

[135] Tamże, s. 166: *Et etiam illo modo loquendo de finito concedo, quod B linea potest consumi per consumationem terminatam.*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

skończona. Do takiego samego wniosku dojdziemy także wtedy, gdy stwierdzimy, że linia spiralna nie styka się bezpośrednio z wspomnianym okręgiem. Wówczas bowiem musimy przyznać, że pomiędzy jej górnym kresem a górną podstawą walca można wskazać pewną część proporcjonalną tegoż walca, na której jeszcze nie wyznaczyliśmy kolejnego zwoju linii spiralnej. Stąd wynika, że wyznaczyliśmy tylko skończoną liczbę kolejnych takich zwojów, a więc linia, na którą się one składają, nie jest nieskończona. Dalej Kilvington rozwija pierwsze z przedstawionych powyżej rozumowań. Zauważa, iż niemożliwe jest wskazanie punktu na obwodzie podstawy górnej walca, z którym miałaby się stykać bezpośrednio linia spiralna w swoim kresie. Uzasadnione wręcz będzie stwierdzenie, że kres tejże linii stanowi nieskończenie wiele punktów[136].

Odpowiedź autora na powyższą argumentację ujawnia, że miał on świadomość nieadekwatności znanego mu systemu pojęć w odniesieniu do tego rodzaju przypadków. Co prawda, próbuje wprowadzić pojęcie granicy zewnętrznej, o czym świadczy następujący fragment: „twierdzę, że [linia spiralna] posiada dwa kresy, jeden wewnętrzny (*intrinsecum*), a drugi zewnętrzny (*extrinsecum*)”[137]. Wyraźnie jednak widać, iż było ono trudne do przyjęcia nawet dla niego, jako że w dalszej części swojej odpowiedzi powtórnie zauważa, że kresem zewnętrznym tejże linii może być dowolny punkt wyznaczony na obwodzie podstawy walca – a takich jest nieskończenie wiele. Sprzeczne z potoczną intuicją jest w przypadku tego pojęcia także to, że – jak słusznie zauważa Kilvington – chociaż linii spiralnej od obwodu podstawy nie dzieli żadna odległość, to jednak nie stykają się one ze sobą[138].

Podobne konsekwencje ma także kolejne rozumowanie zawarte w omawianym tutaj piątym argumencie zasadniczym kwestii *Utrum continuum sit divisi-*

[136] Tamże, s. 139: *Probo tunc, quod illa non sit linea infinita, et hoc arguo sic: quia aliqua talis sit – sit illa B. Capio tunc lineam circularem in extremo A corporis versus quod sit progressio partium proportionalium – quae linea sit C, tunc B est linea infinita; igitur est immediata C. Consequentia patet, quia si B et C distarent, aliqua esset <pars> proportionalis A inter B et C. Et sic sequitur, quod B componatur solum ex giris suarum partium proportionalium, et sic foret finita – quod est primum positum. Sed probo quod B et C non sunt immediata, quia si sic sequitur haec conclusio, quod B terminabitur ad aliquod punctis ipsius C. Et non est maior ratio quare magis ad unum quam ad aliud, igitur B terminabitur ad infinita puncta*.

[137] Tamże, s. 166: *ideo dico, quod habet duo extrema: unum sibi intrinsecum et aliud sibi extrinsecum*.

[138] Tamże: *Et extrinsecum voco illud quod est immediatum alicui, nec tamen est aliquid ipsius nec in ipso. Et sic habet extremum extrinsecum et non solum unum immo infinita. Quia sic loquendo de extremo quilibet punctus <C> lineae est extremum B lineae, quod probo sic: quia B linea est et C linea est, et C non distat a B nec econverso; igitur sunt immediata.* (…) *quia quacumque parte proportionali accepta inter illam et C lineam sunt infinitae partes proportionales, et in qualibet illarum est una pars B et nulla pars B lineae est propinquior C quam B; igitur etc. Et per idem argumentum concluderetur demonstrative, quod nullus punctus C distabit a B linea, et per consequens B linea est immediata cuilibet puncto C lineae*. (…) *Item, probo quod nullus punctus C lineae sit intrinsecus puncto B lineae, quia qua ratione unus punctus foret intrinsecus et quilibet foret. Sed non quilibet est intrinsecus probo, quia tunc cum quilibet punctus C lineae sit intrinsecus B lineae, igitur C linea foret intrinseca B lineae – quod est impossibile*.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

bile in infinitum. Kilvington proponuje, by wyznaczyć na pewnym walcu dwie linie spiralne, skonstruowane tak, jak to opisano na wstępie, jako ich początki przyjmując końce dowolnej średnicy podstawy tego walca. Dzięki temu – stwierdza – możemy dowieść, że powierzchnia boczna tego walca jest nieskończona[139]. Zastanówmy się bowiem, jak wielka powierzchnia zawierać się może pomiędzy takimi dwiema liniami nieskończonymi. Odwołując się do zdrowego rozsądku, odpowiemy: nieskończona. Kilvington przedstawia zresztą rozbudowaną argumentację, której celem jest powyższą konkluzję potwierdzić:

> Powierzchnia zawarta pomiędzy liniami nieskończonymi – czytamy – posiada nieskończenie wiele części, których żadna część jednej nie jest częścią drugiej i z których każda jest większa od powierzchni zawartej pomiędzy wspomnianymi liniami kołowymi [tj. wyznaczonymi na tym walcu liniami odległymi od siebie o tyle, o ile odległe są od siebie najbliższe siebie punkty (*puncta propinquissima*) linii nieskończonych], zatem powierzchnia ta jest nieskończona.

Skoro zaś powierzchnia boczna walca zawiera więcej niż tylko tę wyróżnioną powierzchnię, zatem musimy ją także uznać za nieskończoną[140].

Autor nasz pozostawia powyższą argumentację bez rozwiązania, w odpowiedzi na omawiany tutaj argument w ogóle nawet o niej nie wspominając. Czyni tak, choć byłby w stanie – jak sądzę – dowieść, iż powierzchnia ta jest równa połowie całej powierzchni bocznej przyjętego walca. Zbyt trudne, jak możemy przypuszczać, było dla niego zaakceptowanie faktu, że nieskończona suma pewnych wielkości może mieć skończoną wartość[141].

---

[139] Tamże, s. 139–140: *Item, si B terminetur in E puncto DE lineae, igitur fieret alia linea girativa infinita quae inciperet in G, et <illa> linea terminaretur ad F punctum – posito quod partes illarum linearum aeque distent. Et si sic, igitur illae girae infinitae distabunt in fine corporis in quolibet puncto circa finem. Igitur illae lineae distant et tamen distantia earum accendentur penes lineam brevissimam inter illas. Igitur aliqua est linea brevissima inter illas giras duas. Quod est falsum, quia tunc sequitur quod superficies extrema A corporis foret infinita.*

[140] Tamże: *superficies intercepta inter lineas infinitas est infinita, et illa est pars superficiei ipsius A; igitur superficies continua illius A est infinita. Maiorem probo, quia superficies intercepta inter lineas infinitas habet partes infinitas, quarum nulla pars unius est pars alterius <et> quarum quaelibet est maior superficie intercepta inter duas lineas circulares predictas.*

[141] Dla następców Kilvingtona: Ryszarda Swinesheada i Mikołaja Oresme'a, nie stanowiło to już problemu. Zob. C.B. Boyer, *The History of the Calculus…*, s. 76–78, 86; tenże, *A History of Mathematics*, New York 1997, s. 297–298. My mamy ten komfort, że możemy się tutaj wspomóc wykresem sformułowanej powyżej funkcji:

$$y=h(1-2^{(-x/2\pi)});$$

(zob. przypis 127 powyżej) oraz odpowiadającym drugiej z tych linii wykresem funkcji:

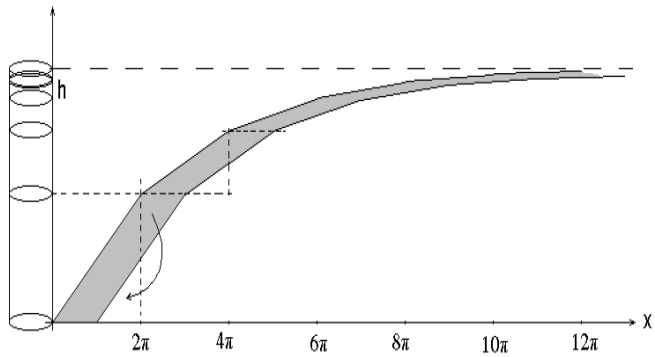
$$y=h(1-2^{-(x-\pi)/2\pi}).$$

Dokonując prostej analizy wykresów zauważymy, że wielkość powierzchni tego pola jest skończona i wynosi:

$$P=h\pi r \text{ (zob. rys. 12).}$$

Mimo to nadal mamy poczucie, że jest to sprzeczne ze zdrowym rozsądkiem. W matematyce nie jest to jednak nic nadzwyczajnego. Łatwo można, na przykład, wskazać figurę geometryczną o obwodzie o nieskończonej długości i skończonym polu powierzchni. Dla przykładu: boki takiej figury stanowić będą dodatnie części osi układu współrzędnych oraz zawarta w pierwszej ćwiartce

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664



Rys. 12.

Pomimo tej trudności Kilvington nie odrzuca całości argumentacji, uznając linię spiralną za przykład wielkości aktualnie nieskończonej. Autor nasz potwierdza to w jednej ze swoich kwestii do *Sentencji*, którą poświęca rozważaniom: *Czy jedna nieskończoność może być większa od drugiej?* (*Utrum unum infinitum potest esse maius alio*[142]). Do wspomnianej konstrukcji odwołuje się w następującym argumencie:

> Linia może być nieskończona w obydwu swoich kresach, jak się okazuje [w przypadku takiej] linii spiralnej na walcu, która w każdej swojej połowie obiega poszczególne części proporcjonalne w kierunku końców tego ciała. Oczywiste jest, że taka [linia] będzie nieskończona, ponieważ będziemy mieli łączenie w nieskończoność części równych, a więc mamy tutaj taką i aktualną nieskończoność[143].

Ryszard Kilvington nie tylko przywołuje, ale i rozbudowuje swój pomysł. Szczególnie godna uwagi jest lakoniczność opisu konstrukcji linii nieskończonej w powyżej przytoczonym fragmencie. Wydaje się wręcz, że zakładał on znajomość konstrukcji *linea girativa* przynajmniej wśród tych, którzy mogli i chcieli zapoznać się z jego kwestiami do *Sentencji*. Można by tutaj oczywiście przyjąć, że Kilvington po prostu wykorzystał wymyśloną dużo wcześniej przez kogoś innego i powszechnie znaną argumentację. Na korzyść postawionej na początku tego podrozdziału hipotezy, iż konstrukcja ta jest własnym pomysłem Ryszarda Kilvingtona, przemawia jednakże fakt, że żaden z badaczy myśli wcześniejszych filozofów średniowiecznych nie wspomina o takim, lub podob-

---

tego układu gałąź wykresu funkcji $y=1/x$. Obracając zaś wokół jednej z osi układu współrzędnych wykres tejże funkcji, uzyskamy bryłę o skończonej objętości i nieskończonym polu powierzchni.

[142] Zob. przypis 31 powyżej.

[143] Ricardus Kilvington, *Utrum unum infinitum potest esse maius alio*, f. 40r–v: *Linea sit infinita utroque extremo, ut patet de linea girativa in corpore columnari quae per utriusque suae medietatae girat singulas partes proportionales versus extrema illius corporis. Et quod talis sit infinita patet, quia additio fuit sibi per partes aequales in infinitum, igitur ibi est infinitum tale et in actu.*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

nym przykładzie. Natomiast w pismach myślicieli zarówno nieco od naszego autora młodszych, jak i dużo późniejszych problem nieskończenie długiej linii spiralnej jest wielokrotnie dyskutowany[144].

III. 4.6. „*TOTUM EST SUA PARTE MAIUS*"[145]

Jak już wcześniej wspominałem, zdaniem Wilhelma Ockhama ilość części proporcjonalnych dowolnego kontinuum była wzorcowym przykładem nieskończoności aktualnej[146]. Opinię tę Ryszard Kilvington w omawianej kwestii niewątpliwie podziela. Wielokrotnie, jak widzieliśmy, odwołuje się do procedury podziału na części proporcjonalne, mówiąc o takiej czy innej nieskończoności. Tę zależność najlepiej uwidacznia konstrukcja nieskończenie długiej linii spiralnej[147].

Jednak takie rozumienie struktury wielkości ciągłych ma dwie poważne konsekwencje, z którymi Kilvington musiał się zmierzyć. Kiedy bowiem uznamy, że w dowolnym kontinuum zawiera się aktualnie nieskończona ilość części proporcjonalnych, musimy także uznać, że w połowie tej wielkości jest ich tyle samo. Podważamy tym samym powszechnie przyjmowaną za Euklidesem jako oczywistą zasadę: „całość jest większa od swojej części"[148]. Ockham nie znalazł satysfakcjonującego rozwiązania tego problemu[149]. Ryszard Kilvington w kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* wydaje się jeszcze nie zauważać tej trudności. Podejmuje ją jednak i rozwiązuje w toku wspominanej już kwestii do *Sentencji*: *Czy jedna nieskończoność może być większa od drugiej?* (*Utrum unum infinitum potest esse maius alio*).

W kwestii tej Kilvington przyjmuje ilość części proporcjonalnych dowolnie przyjętej wielkości ciągłej (najczęściej są to kolejne części godziny) jako wzorzec czy też miarę nieskończoności. Pomiaru dokonuje poprzez proste przyporządkowanie: jeden do jednego. Z oczywistych względów procedura ta odbywać się może jedynie *secundum imaginationem*. Stosując tę procedurę Kilvington dochodzi do zaskakujących, a wręcz paradoksalnych obserwacji. Zauważa bowiem, że gdybyśmy spośród nieskończenie wielu przedmiotów odliczali co drugi, to i tak byłoby ich tyle samo, co wszystkich[150]. Podobnie, gdyby

---

[144] Zob. rozdziały IV.3. 2A i IV. 3. 2C niniejszej książki.

[145] <Euclides>, *Euclidis Elementorum libri priores…*, I, Axiomatum (Communis conceptio animi) IX, s. 5.

[146] Gullielmus de Ockham, *Expositio super libros Physicorum*, VI, 13, 3.

[147] Zob. rozdział III. 4. 5 powyżej.

[148] Zob. przypis 159 powyżej.

[149] Zob. A. Goddu, *The Physics of William of Ockham*, s. 169–170; J. E. Murdoch, *William of Ockham and the Logic…*, s. 174–175.

[150] Ricardus Kilvington, *Utrum unum infinitum…*, f. 39v–40r: *Sit A secundum quid infinitum terminatum ad B situm et sit C unum infnitum iuxtapositum A vel suppositum aequaliter sic, quod C nec excedat nec excedatur. Et pono quod Deus corrumpat in prima parte proportionali alicuius*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

od pewnej nieskończonej wielości odjąć jeden element, to i tak pozostanie tych elementów tyle samo, mianowicie nieskończenie wiele. Taki sam skutek, co więcej, miałoby odjęcie kilku, kilkunastu, a nawet dowolnie dużej – ale skończonej – liczby tychże elementów[151]. Warto zauważyć, że już w kwestii *Utrum continuum sit divisibile…* Kilvington wykorzystał tę samą metodę pomiaru. Widać to wyraźnie na przykładzie trzeciego argumentu zasadniczego, gdzie opisany jest podział stożka powietrza na kolejne części proporcjonalne w ciągu jednej godziny[152].

Procedura przyporządkowywania kolejnych nieskończonych części proporcjonalnych nie wydaje się jednak rozwiązywać trudności związanych z relacją całości do części w przypadku nieskończoności. Przeciwnie, jak się okazuje, rodzi nowe problemy, znacznie trudniejsze do zaakceptowania. Kilvington jednak i tutaj znajduje wyjście. Pomaga sobie rozpatrując dane nieskończoności już to 'pod względem ilości' (*discretive*), już to 'pod względem wymiarów' (*quantitative*)[153]. Wyżej przedstawione paradoksalne cechy wielości nieskończonych przyjmuje za dobrą monetę, uznając, że wszystkie nieskończoności są 'pod względem ilości' równe. Jeśli chodzi natomiast o wymiary przestrzenne, to takie być nie muszą. Dzięki temu rozróżnieniu możemy na przykład powiedzieć, że w pewnym odcinku jest tyle samo części proporcjonalnych, co w jego połowie, a jednocześnie twierdzić, że cały odcinek jest większy od swojej połowy. Podobnie będzie w przypadku nieskończenie długiej linii prostej – jakiej istnienie Kilvington w przywołanej tutaj kwestii do *Sentencji*

---

temporis primam pedalem quantitatem de A et in secunda parte proportionali eiusdem [temporis] secundam pedalem, et sic in infinitum, quod de C corpore corrumpat Deus quando corrumpit primam pedalem de A secundam de C, et quando corrumpit secundam de A corrumpat quartam de C, et sic quando tertiam de A sextam de C, et sic in infinitum, ita quod alternae partes de C pedalis quantitatis maneant. Tunc in fine temporis totum A corrumpetur (…) *et C non totaliter corrumpetur, sed* (…) *C est tantum quantum prius fuit*.

[151] Tamże, f. 41v: *Supponatur A, B; tunc capiantur partes proportionales in A, B secundum progressionem. Et patet, quod cuilibet parti proportionali unius correspondet una pars alterius et econtra. Et sine alia generatione novae partis proportionalis est possibile, quod primae parti proportionali ipsius A correspondent duae partes proportionales ipsius B, et tamen cuiuslibet ceterarum proportionalium partium A correspondet una ipsius B, et sic quantumcumque vis arguere, potest quis arguere in infinitum*.

[152] Zob. rozdział III. 5. 2 poniżej.

[153] Ściśle mówiąc, Kilvington wprowadza tutaj najpierw rozróżnienie na nieskończoności „po prostu" (*simpliciter*) i „pod pewnym względem" (*secundum quid*). Terminologię tę zapożyczył on najprawdopodobniej z dyskusji dotyczących paradoksów, zwanych *insolubilia*. Zob. P.V. Spade, *Insolubles*, [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2005 Edition), E.N. Zalta (red.), URL=<http://plato.stanford.edu/archives/fall2005/entries/insolubles/>.

Pierwszy rodzaj nieskończoności przysługuje jedynie Bogu i jest nieosiągalny dla stworzeń. W świecie stworzonym możemy mówić jedynie o nieskończonościach *secundum quid*, przy czym obok wymienionych w tekście podrodzajów Kilvington wyróżnia jeszcze nieskończoność „pod względem jakości" (*infinitum qualitative*). Twierdzi przy tym, że można wskazać reprezentację każdego z tych podrodzajów.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

uznaje za możliwe – i nieskończonej półprostej[154]. Pomysł ten był, jak można przypuszczać, zbyt oryginalny i nieortodoksyjny, by zyskać aprobatę innych myślicieli[155]. Został przeto szybko zapomniany, do czego prawdopodobnie przyczyniła się także krytyka wspominanego już w tej pracy konkurenta naszego autora, Tomasza Bradwardine'a[156].

III. 4.7. „*TOTUM EST MAIUS QUAM PARTES SUAE*"[157]

Uznanie nieskończonego podziału dowolnego kontinuum to także zgoda na to, że dzieli się ono na kolejne kontinua. „Zatem dzieli się na siebie samo", jak zauważa Ryszard Kilvington na początku szóstego z argumentów zasadniczych kwestii *Utrum continuum…*[158]. Wniosek ten możemy odwrócić i uznać, że dowolna wielkość ciągła złożona jest z mniejszych tego rodzaju wielkości. A przecież przynajmniej od czasów Platona i Arystotelesa wiadomo, że całość jest czymś więcej niż tylko prostą sumą części składowych[159].

Dzięki pismom polskiego filozofa Stanisława Leśniewskiego od roku 1916 problem relacji część-całość posiada status jednej z nauk matematycznych – mereologii[160]. Dlatego też należy tutaj pokrótce przedstawić i ten aspekt omawianej kwestii Ryszarda Kilvingtona. Szósty z argumentów zasadniczych kwestii *Utrum continuum…* Kilvington w całości poświęca bowiem problema-

---

[154] Ricardus Kilvington, *Utrum unum infinitum…*, f. 41r: *Sic in infinito ex sola mutatione situum ipsarum partium sic infinitarum poterit esse infinitum etiam secundum utrumque extremorum, quod fuit prius infinitum secundum alterum tantum*.

[155] Kilvington antycypuje tutaj niejako ustalenia twórcy nowoczesnej teorii nieskończoności, żyjącego na przełomie wieków dziewiętnastego i dwudziestego, Georga Cantora. Cantor zdefiniował zbiór nieskończony jako taki, który jest równoliczny (tzn. posiada tyle samo elementów) z każdym swoim nieskończonym podzbiorem. Równoliczność tę ustala się sprawdzając, czy każdemu elementowi danego zbioru da się przyporządkować dokładnie jeden element jego nieskończonego podzbioru. Zob. G. Cantor, *O pozaskończoności*, tłum. R. Murawski, [w:] *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych*, R. Murawski (opr.), Poznań 1994, s. 160. Zarówno dla Galileusza, jak i dla Leibniza był to paradoks i powód do odrzucenia możliwości istnienia nieskończoności aktualnej w świecie stworzonym. Zob. także: N. Bourbaki, *Elementy historii matematyki*, przeł. S. Dobrzycki, Warszawa 1980, s. 40; J. Dadaczyński, *Heurystyczne funkcje założeń filozoficznych w kontekście odkrycia teorii mnogości Georga Cantora*, Kraków 1994, s. 53, E. Knobloch, *Galileo and Leibniz: Different Approaches to Infinity*, „Archive for a History of Exact Sciences" 54(1999), s. 94.

[156] Zob. rozdział IV. 3. 1 niniejszej książki.

[157] Zob. Arystoteles. Metafizyka, ks. Δ (V), 25–26, 1023b–1024a, s. 708–709; tamże, ks. Z (VII), 17, 1041b, s. 745.

[158] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 140: *Si quaestio sit vera <tunc>, cum quodlibet continuum sit suae partes, igitur quodlibet continuum est divisibile in seipsum*.

[159] Na temat historii problemu, zob. M. Rosiak, *Analiza i formalizacja husserlowskiej teorii całości i części*, Łódź 1995, s. 23–25.

[160] Zob. A. Varzi, *Mereology*, [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2004 Edition), E.N. Zalta (red.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/fall2004/entries/mereology/>.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

tyce relacji część-całość, przy czym operuje głównie na gruncie fizyki bądź metafizyki. W tych zaś kilku rozumowaniach, które można nazwać matematycznymi, skupia się jedynie na analizie pojęcia nieskończoności.

Dobór tematyki i kolejność argumentacji przytoczonych w tej części kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* szczególnie wskazuje na roboczy charakter zachowanych kopii tekstu. Ażeby bardziej uwidocznić sposób prowadzenia dyskusji zamieszczonych w tej sekcji, zapoznamy się z trzema kolejno po sobie następującymi argumentacjami, które nieco przypominają te zawarte w *Sofizmatach*, pierwszym dziele Kilvingtona.

Na początku pierwszego argumentu autor zauważa, iż założenie prawdziwości twierdzenia „całość jest swoimi częściami" prowadzi do uznania prawdziwości zdania „nieskończonych kategorematycznie jest skończenie wiele" (*infinita cathegorematice sunt finita*). Dowodzi zaś tego następująco:

> Jeśli [przyjmiemy, że] całość jest swoimi częściami, wówczas będzie [ona] swoimi dwiema połowami i swoimi trzecimi, i swoimi ćwiartkami, i tak w nieskończoność; a zatem [w] całości będzie nieskończoność [części] i całość jest swoimi dwiema połowami, których jest skończenie wiele, więc nieskończonych jest skończenie wiele[161].

Kolejny argument w tej sekcji jest zaś taki:

> Jeśli [przyjmiemy, że] całość jest swoimi częściami, wówczas całość składa się z siebie samej. Wnioskowanie [jest poprawne, czego] dowodzę na podstawie poprawności następującego wynikania: na 'to oto' (*hoc*) składają się [jego] dwie połowy, i są one [takie same] jak 'to oto', zatem na 'to oto' składa się 'to oto'[162].

Co należy odczytać: całość jest częścią siebie samej.
W następnym akapicie natomiast czytamy:

> Jeśli [przyjmiemy, że] całość jest swoimi częściami, zatem [musimy przyznać, że] całość ożywiona jest swoimi częściami. Zakładam [więc], że A jest to ciało Sokratesa bez palca, natomiast B to palec i przyjmujemy, że B – palec zostanie dzisiaj zniszczony (*corrumpatur*), a Sokrates jutro [nadal] będzie żył. Wobec tego dowodzę następująco: Sokrates będzie jutro i Sokrates składa się z A i B, zatem A i B będą jutro, gdy B będzie jutro zniszczone[163].

Tego rodzaju zróżnicowanie i brak ścisłego powiązania pomiędzy przytaczanymi kolejno argumentacjami jest charakterystyczne dla całości szóstego argu-

---

[161] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 140: *Huic dicitur primo, quod nullum totum sit suae partes et hoc propter multas rationes, quarum prima est haec: si totum sit suae partes, igitur infinita categorematice sint finita. Consequentia patet, quia si totum sit suae partes, tunc esset suae duae medietates et suae tres, et suae quatuor, et sic in infinitum; igitur totum esset infinitum. Et totum est suae duae medietates quae sunt finitae, igitur infinita sunt finita*.

[162] Tamże, s. 141: *Item, si totum sit suae partes, igitur totum componitur ex se ipso. Consequentiam probo, quia illa consequentia est bona: duae medietates componunt hoc, et illae sunt hoc; igitur hoc componit hoc*.

[163] Tamże: *Item, si totum est suae partes, igitur totum animatum est suae partes. Pono, quod A sit corpus Socratis praeter digitum et B digitus. Et ponamus quod B digitus corrumpatur hodie et quod Socrates vivat cras. Tunc arguo sic: Socrates erit cras et Socrates est A et B; igitur A et B erunt cras. Sed B erit cras corruptum, igitur A et B erunt quando B erit corruptum*.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

mentu zasadniczego omawianej tutaj kwestii. Dlatego też pozwalam sobie na jedynie pobieżne przedstawienie tej części kwestii *Utrum continuum…*. Jest to tym bardziej uzasadnione, że w odpowiedziach do poszczególnych argumentacji zamieszczonych w tej sekcji nie odnajdziemy nic oryginalnego, co wystarczająco dobrze potwierdzą rozwiązania przytoczonych powyżej przykładów.

W przypadku pierwszego z nich Kilvington zauważa jedynie, iż z powyższego wnioskowania nie wynika poprawność twierdzenia: „nieskończonych kategorematycznie jest skończenie wiele”[164]. Podobnie lakoniczne jest rozwiązanie drugiej z przedstawionych argumentacji. Autor stwierdza w nim jedynie, iż całość nie składa się ze swoich wszystkich części w sensie złożenia[165]. Znaczy to, że całość można rozłożyć na wszystkie jej części, natomiast same części nie ukonstytuują całości. Kilvington rozumie zatem tutaj status części w sposób chyba najbardziej oczywisty − jako czegoś wtórnego względem całości[166]

Rozwiązanie ostatniego z przytoczonych powyżej argumentów jest równie krótkie i banalne. Kilvington zwraca uwagę czytelnika na sprzeczność zawartą w założeniach – przyjmujemy wszak na początku, iż cały Sokrates, tj. całość złożona z A i B, będzie jutro istnieć, i konsekwentnie, że zarówno A, jak i B będą jutro istniały[167].

Tak samo oczywiste jest ogólne rozwiązanie poruszonego tutaj problemu relacji część-całość. Ryszard Kilvington ostatecznie stwierdza po prostu, że gdy bierzemy pod uwagę części w sensie wymiarów, wówczas całość możemy sprowadzać do sumy jej części. Kiedy natomiast termin ‘części’ odnosimy do jakości zrealizowanych w danym ciele, całość nie będzie równa ich sumie[168].

---

[164] Tamże, s. 169: *Ad primum argumentum dico, quod non sequitur: „totum est suae partes quantitativae, igitur infinita cathegorematice sunt finita”, quia ‘infinita’ debet exponi sicut exponitur in principali*.

[165] Tamże: *Nec etiam sequitur, quod totum componitur ex seipso, quia totum non componitur ex omnibus suis partibus in sensu compositionis sed in sensu divisionis*. Nieco mylące może być podobieństwo użytego w tym miejscu sformułowania ‘*in sensu composito*’ do powszechnego w rozważaniach czternastowiecznych rozróżnienia: ‘*in sensu composito*’ – ‘*in sensu diviso*’. To ostatnie jednak odnoszono głównie do zdań złożonych w formie koniunkcji, zaś w tym przypadku Kilvington żadnego takiego zdania nie przytacza. Zob. J. Longeway, *William Heytesbury*.

[166] Każdy, kto kiedykolwiek w dzieciństwie rozmontował np. zegarek, przyzna, że łatwiej jest go rozłożyć na części niż z tych części złożyć. Ponadto, te same części mogą być wykorzystane do skonstruowania czegoś innego, np. arytmometru.

[167] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 169: *Aliter tamen potest respondere concedendo istam: “A et B erunt quando B erit corruptum”, accipiendo illam consequentiam in sensu composito et non in sensu diviso unde istae duae conclusiones convertuntur: “A et B erunt cras, igitur B erit cras” et “Compositio ex A et B erit cras; igitur B erit cras”; sed secunda conclusio non valet, igitur nec prima.*

[168] Tamże, s. 169: *Ad sextum principale dico, quod partes sunt duplices scilicet quantitativae et qualitativae. Unde dico, quod totum est suae partes quantitativae sed non qualitativae*. Norman Kretzmann twierdzi, że Kilvington w 42 sofizmacie: *In infinitum facilius est B facere quod ista propositio sit vera – ‘infinitae partes A sunt pertransitae’ – quam facere quod ista propositio sit vera – ‘totum A est pertransitum’* dokonuje rozróżnienia na części proporcjonalne i integralne

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

III. 5. Związki matematyki z filozofią przyrody w kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum*

Ryszard Kilvington w kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* ani razu nie przywołuje z nazwiska, ani nie odwołuje się do opinii któregokolwiek z atomistów czternastowiecznych. Wydaje się wręcz, że dla Kilvingtona spór z atomistami był już zakończony lub przynajmniej niezbyt inspirujący. Spośród myślicieli, którym przypisuje się teorie atomistyczne, Kilvington tylko raz cytuje Roberta Grosseteste'a, lecz fragment ten służy mu jedynie jako uzasadnienie z autorytetu i jest przedmiotem krytyki[169]. Na tej podstawie nie można oczywiście stwierdzić, że Kilvington był zwolennikiem atomistycznej koncepcji struktury rzeczywistości. Przeciw temu świadczy chociażby konsekwentne odrzucanie istnienia wielkości niepodzielnych nawet, a raczej: szczególnie, w przypadku bytów matematycznych. Mam tu na myśli dyskusję poświęconą kątom styczności, w toku której Kilvington definitywnie odrzuca zaakceptowaną nawet przez współczesnych mu matematyków nieskończenie małą wielkość niepodzielną[170]. Ten sam cel przyświecał mu najprawdopodobniej również wtedy, gdy przedstawiał konstrukcję „stożka cienia" czy nieskończenie długiej linii spiralnej[171].

Wątpliwości może budzić to, że Kilvington wielokrotnie używa takich pojęć, jak 'punkt' czy 'chwila' (*instans*). Co więcej, nigdzie ich nie definiuje. Na podstawie wyżej omówionych dyskusji wiemy, że nie uznawał on punktów za byty jako takie i używał tego pojęcia z przyzwyczajenia jedynie w sensie przenośnym. Pojęcie 'chwili' natomiast, chociaż w większości przypadków pojawia się w sensie początku lub końca pewnego odcinka czasu, to stanowi też część terminu 'chwila wewnątrz' (*instans intrinsecum*), stosowanego niekiedy przez Kilvingtona[172]. To również, jak się wydaje, możemy złożyć na karb zwyczaju językowego naszego autora lub też braku odpowiedniego terminu zamiennego.

---

oraz stwierdza, że części integralne składają się na daną wielkość ciągłą, natomiast proporcjonalne nie. O tych ostatnich można co najwyżej powiedzieć, że znajdują się w danej wielkości ciągłej. Opinia ta wydaje się jednak być nadinterpretacją. Kilvington w toku dyskusji stwierdza jedynie: *Nec sequitur 'infinitae partes proportionales in A sunt pertransitae; igitur infinitae partes in A sunt pertransitae', quia arguitur ab inferiori ad superius cum distributione*. Wskazuje zatem, zresztą słusznie, iż przytoczone wynikanie nie jest poprawne, ponieważ w poprzedniku mówi się o częściach proporcjonalnych, w następniku zaś o częściach w ogóle. Warto w tym kontekście zauważyć, że w ramach tej samej dyskusji kilka zdań wcześniej Kilvington uznaje, iż całość jest tożsama ze swoimi częściami: *et hoc si totum est suae partes, quod ad praesens suppono; et alio loco est probatum.* Zob. Ricardus Kilvington, *Sophismata*, Sophisma 42[43], s. 114. Zob. N. Kretzmann, *Commentary to Sophisma 42*, [w:] *The Sophismata of Richard Kilvington*. *Introduction, Translation and Commentary*, s. 300–307.

[169] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 157: *Item, si angulus contingentiae sit divisibilis per lineas circulares, igitur angulus contingentiae habeat proportionem ad angulum rectum. Consequens est falsum, quia angulus contingentiae est infima pars anguli recti, sicut punctus infima pars lineae rectae, sicut dicit <Lincolniensis> in textu suo de lineis*.

[170] Zob. rozdział III. 4. 3 powyżej.

[171] Zob. rozdziały III. 4. 2 i III. 4. 4 powyżej.

[172] Por. Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 127–128, 144–145, 160–161, 172. Tamże,

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

W swojej kolejnej pracy, kwestiach do *Fizyki*, poświęconych głównie dyskusjom na temat ruchu, Kilvington często używa pojęcia ‘chwili’. Nie definiuje go tam, lecz dzięki analizom Elżbiety Jung wiemy, że nie rozumie chwili jako wielkości niepodzielnej:

> Chwila mierzy jedynie początek i koniec poszczególnych zmian, a nie czas jako taki (…). Chwila jest częścią czasu tylko o tyle, o ile określa zakres zmian, i tylko w tym sensie jest niepodzielna, tak jak niepodzielna jest prawda zdania. Jednakże czas składa się z chwil, które są również podzielne w nieskończoność i – tak jak tego chce Arystoteles – dwie chwile nie stoją obok siebie, ponieważ między nimi jest nieskończona ilość chwil[173].

O ile zatem przyjmiemy, że Ryszard Kilvington był konsekwentny, możemy uznać, że nie dopuszczał on złożenia wielkości ciągłych z jakichkolwiek elementów niepodzielnych[174].

W omówionej tutaj kwestii, co widać z przedstawionych powyżej przykładów, Ryszard Kilvington ukazał ogrom swojej wiedzy i wyobraźni matematycznej. Podziwu godne jest szczególnie to, że każde z tych rozumowań jest wytworem jego własnej pomysłowości i inteligencji. Nawet w przypadkach, w których jesteśmy w stanie odnaleźć najbardziej prawdopodobne źródło inspiracji dla danego argumentu, podobieństwa są bardzo odległe i jedynie powierzchowne. Również cel, któremu służyć miały przedstawione tutaj rozważania Kilvingtona, wydaje się całkowicie odmienny od zamierzeń innych czternastowiecznych filozofów, wykorzystujących argumenty matematyczne.

Roger Bacon, Jan Duns Szkot i Wilhelm Ockham niewątpliwie uznawali wnioski wynikające z dowodów i twierdzeń matematycznych za wiążące w odniesieniu do problemów z dziedziny filozofii przyrody, przynajmniej w przypadku struktury rzeczywistości. To właśnie dzięki temu możemy każdego z nich uznawać za intelektualnego spadkobiercę Roberta Grosseteste’a, który twierdził, że:

> Użyteczność zastanowienia się nad liniami, kątami i figurami jest niezwykle wielkiej wagi, gdyż bez nich niepodobna zrozumieć filozofii przyrody. Mają one bowiem duże znaczenie w całym wszechświecie i znaczą też bezwzględnie w każdej jego części. Mają również znaczenie w odniesieniu do właściwości pochodnych[175].

---

s. 156–157: *Item, capio aliquod instans intrinsecum huius temporis in quo exceditur motus A, tunc in illo instanti movetur aliqua velocitate. Igitur illa velocitas provenit ex aliquo certo excessu potentiae motivae super potentiam resistivam, et numquam ante fuit tantus excessus quantus nunc est – ut suppono. Sed ab illo excessu, qui nunc est primo, non est aliquis motus in instanti hoc; igitur velocitas qua movetur in hoc instanti provenit ex aliquo excessu praehabito, et per consequens omnis alius motus sive velocitas quae praecessit adhuc manet, et eadem ratione quaelibet manebit per totum tempus sequens*.

[173] E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody…*, s. 157.

[174] Opinia taka pojawia się już w jednym z sofizmatów Kilvingtona, mianowicie w przywoływanym powyżej sofizmacie 42, w którym stwierdza autorytatywnie: *ex pluribus punctis non fit aliquod unum sicut ex multis partibus fit una pars*. Zob. Ricardus Kilvington, *Sophismata*, Sophisma 42[43], s. 114.

[175] Robert Grosseteste, *O liniach, kątach i figurach…*, s. 140.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Ryszard Kilvington natomiast nie dostrzega w prawach matematyki uniwersalnych i pierwotnych zasad przyrody. W tym aspekcie swojej koncepcji wzorem Ockhama odróżnia przygodny świat bytów stworzonych od świata matematyki, w którym rządzi absolutna pewność i konieczność. Taki sens można wszak odczytać z jego wspominanej już tutaj uwagi, że „dowody matematyczne mają walor absolutnej konieczności i wynikają z koniecznych przesłanek"[176].

Taki sam wydźwięk ma rozwiązanie kwestii *Utrum continuum sit divisibile…* Kilvington po raz kolejny dokonuje w nim rozróżnienia i ustala znaczenie pewnych pojęć, mianowicie pojęcia 'wielkości ciągłej' czy 'kontinuum' oraz 'tego, co podzielne' (*divisibile*).

> Twierdzę – pisze nasz autor – że wielkość ciągła jest dwojakiego rodzaju, tak jak wielkość, ponieważ inne jest *kontinuum per se* i inne *per accidens*. Wielkość ciągła *per se* to taka, która *per se* jest wielkością i jest ona takiego rodzaju, że dotyczą jej podziały, które są jej przypadłościami. Inaczej rozumie się wielkość ciągłą *per accidens*, i tak mówimy, że [na przykład] biel jest *kontinuum*. 'To co, podzielne' także rozumie się dwojako. Na pierwszy sposób, w odniesieniu do tego, czego części mogą być aktualnie podzielone lub dzięki temu podziałowi od siebie oddzielone. Na drugi sposób, w odniesieniu do tego, co posiada części które mogą być od siebie oddzielone poprzez podział lub nie, i tak mówimy, że niebo jest kontinuum i niepodzielne, ponieważ jego części nie można od siebie oddzielić. Na pierwszy sposób rozumiejąc 'wielkość ciągłą' i 'to, co podzielne', jakkolwiek będzie się rozumieć kwestię, jest ona zawsze fałszywa, gdy zaś przyjmiemy drugi sposób [rozumienia], kwestia jest prawdziwa[177].

Kilvington zatem wyraźnie odróżnia aspekt kwantytatywny przedmiotów od ich jakości. Co więcej, wskazuje na to, że nieskończona podzielność dotyczy każdej wielkości ciągłej tylko teoretycznie. Jedynie wielkości posiadają aktualnie nieskończenie wiele części proporcjonalnych i to tylko *secundum imaginationem*. Rzeczywisty nieskończony podział jest kategorycznie odrzucony.

III. 5.1. NIEADEKWATNOŚĆ PRAW MATEMATYKI WOBEC SCHOLASTYCZNEJ FILOZOFII PRZYRODY

W pierwszym z argumentów zasadniczych omawianej kwestii odnajdziemy fragment, w którym Ryszard Kilvington wydaje się poddawać w wątpliwość adekwatność wyjaśnień matematycznych wobec filozofii przyrody[178]. Wskazuje

[176] Zob. przypis 117 powyżej.

[177] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 159: *Ad rationem, quando quaeritur etc., dico quod continuum est duplex sicut quantum, quia aliquod est continuum per se, et aliquod est continuum per accidens. Continuum per se est illud, quod per se est quantum, et illud est tale quod habet divisiones quae sunt accidentia sua. Alio modo sumitur continuum per accidens, et sicut dicimus quod albedo est continuum. Divisibile etiam accipitur dupliciter. Uno modo pro illo cuius partes possunt actualiter dividi sive separari per divisionem. Alio modo pro eo quod habet partes, quae possunt separari ab invicem sive per divisionem sive non – et sicut dicimus quod coelum est continuum et non divisibile, quia partes eius non possunt ab invicem separari. Sed primo modo accipiendo divisibile secundum hunc modum continuum qualitercumque intelligendo quaestionem universaliter quaestio est falsa, sed accipiendo secundo modo quaestio est vera*.

[178] Por. rozdział III. 4. 4 powyżej.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

tam, że pojęcie równości inaczej jest rozumiane przez matematyka, inaczej przez przyrodnika. Filozof przyrody zwraca uwagę na tożsamość w odniesieniu do wszystkich kategorii, matematyk natomiast powie, że pomiędzy dwoma ciałami zachodzi równość, kiedy tylko będą tej samej, chociażby, długości[179]. Matematyka nakazuje nam zatem sprowadzać substancję do jej wymiarów, a to jest, jak sugeruje Kilvington, zbyt daleko idące uproszczenie. Taki punkt widzenia jest, po pierwsze, sprzeczny z podstawowymi założeniami arystotelizmu. Po drugie, gdyby nawet filozof przyrody zgodził się na takie rozwiązanie, wówczas dopuściłby do zaistnienia innych sprzeczności. Musiałby chociażby przyjmować, że „coś istnieje pomimo tego, iż zostało zniszczone". Po zniszczeniu (tj. transmutacji) pewnej ilości, na przykład, wody – stwierdza Kilvington – pozostaną wszakże jej wymiary, a one, jak zakładałby ów filozof, wystarczą, by mówić o substancji[180]. Podobnie rozumując, filozof ów powinien przyjąć, że człowiek i osioł przynależą do tego samego gatunku, jako że mają porównywalne wymiary[181]. Nie powinien nas tutaj zwodzić lekko prześmiewczy ton tych argumentacji. Myśl w nich ukrytą Kilvington traktuje zupełnie poważnie. W odpowiedzi do tego argumentu wskazuje, że pojęcie 'równości' można rozumieć różnorako i wyróżnia dwa sposoby: 'ogólnie' (*communiter*) lub 'ściśle' (*proprie*)[182].

W piątym z argumentów zasadniczych kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* Kilvington, przywołując autorytet Komentatora, ponownie

[179] Zob. Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 123–127.

[180] Tamże, s. 126: *Item, arguo per rationem, si substantia sit quantitas, igitur aliquid est postquam fuit corruptum. Consequentiam probo, quia posito quod ex aqua generetur aer, tunc vel aqua est quantitas suamet et quantitas aquae etiam manebit post corruptionem aquae – sicut dicit Commentator I „De generatione", ubi dicit quod in generatione ignis, aeris ex aqua manebit corporeitas et diafonitas in aere quae praefuit in aqua*. Nie sposób tutaj uniknąć wrażenia, iż Ryszard Kilvington w przedstawionej powyżej argumentacji nawiązuje do jednej z kwestii kwodlibetalnych Henryka z Gandawy: *Czy może zachodzić jakaś przemiana nie mająca podłoża w materii?* Gandawczyk stwierdza w jej toku, że w cudzie Eucharystii wymiary istnieją bez podległej im materii, i ostatecznie przypisuje wymiarom pewne własności – oczywiście *ex potentia Dei* – te same mianowicie, które zazwyczaj przysługują materii. Zob. Henryk z Gandawy, *Czy może zachodzić jakaś przemiana nie mająca podłoża w materii?*, przeł. M. Gensler, D. Gwis, E. Jung-Palczewska, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIII wieku*, K. Krauze-Błachowicz (red.), s. 385–386. Ryszard Kilvington na pewno znał poglądy filozoficzne Henryka z Gandawy. W tekstach Kilvingtona odnaleźć można bezpośrednie odwołania do twierdzeń tego myśliciela. Zob. Ricardus Kilvington, *Utrum unum infinitum…*, Vat. lat. 4353, f. 42r; E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody…*, s. 44.

[181] Zob. Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 126.

[182] Tamże, s. 159: *Et ideo concedo, quod non quodlibet continuum est divisibile in duo aequalia accipiendo aequalitatem praecise* (…)*. Et ideo sufficit pro intellectu Aristotelis, quod omne continuum dividatur et sit divisibile uno modo vel alio in duo aequalia communiter vel proprie. Et ad argumentum concedo quod motus rectus sit aequalis motui circulari communiter accipiendo aequalitatem*.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

wykazuje nieadekwatność matematyki wobec filozofii przyrody. Ponieważ matematycy rozważają, powtarza nasz autor za Awerroesem, odcinki jako abstrakty, mogą mówić o linii większej od każdej innej. Filozofia przyrody natomiast, jeżeli zajmuje się odcinkami, to zawsze tylko zrealizowanymi w pewnej materii. Dlatego też przyrodnik nie może uznać ani możliwości nieskończonego podziału, ani też istnienia linii nieskończonej[183]. Zdanie to autor nasz pozostawia bez komentarza.

W zamian za to w odpowiedzi na trzeci argument zasadniczy Kilvington stwierdza, że podział pewnej (ale w domyśle i każdej) wielkości ciągłej na nieskończenie wiele części proporcjonalnych jest możliwy *per se*, lecz jest niemożliwy *per accidens*, bowiem dzielący nie posiada takich zdolności poznawczych, dzięki którym wiedziałby, jak poprowadzić narzędzie[184]. Ten „głos rozsądku" ostatecznie upewnia nas, że zdaniem Kilvingtona argumenty i twierdzenia matematyczne nie muszą opisywać rzeczywistości fizycznej w sposób adekwatny. Nie znaczy to jednak, że nie widział on w filozofii miejsca dla matematyki.

III. 5.2. UŻYTECZNOŚĆ MATEMATYKI DLA FILOZOFII PRZYRODY

Stwierdzenie faktu, że matematyka nie odnosi się w sposób adekwatny do rzeczywistości fizykalnej, nie nakazuje jednak Kilvingtonowi wyłączyć jej ze swoich rozważań filozoficznych. Wyraźnie świadczą o tym wszystkie omówione w poprzednich podrozdziałach argumentacje. W świetle tego trzeba ponownie rozpatrzyć, jaki cel i jakie znaczenie dla podjętego problemu miały przywołane przezeń argumenty z dziedziny matematyki.

Nietrudno zauważyć, że Ryszard Kilvington posługuje się konstrukcjami i twierdzeniami matematycznymi dość swobodnie. Z jednej strony widzimy nie-

---

[183] Tamże, s. 138: *Item, contra haec est Commentator III „Physicorum" commento 60, ubi movet dubitationem quare mathematicus accipit ultra omnem lineam maiorem lineam et ita dicit quod mathematicus imaginatur lineam abstractam alia. Sed naturalis non sic imaginatur, quia considerat lineam secundum quod est in materia. Et ideo dicit Commentator, quod naturalis dicens, quod linea potest dividi in infinitum dicit falsum. Sed si sic, igitur in materia naturali nulla est linea infinita*.

[184] Tamże, s. 161–162: *Ad tertium principale dico, quod accepto hoc corpore piramidali satis possibile est per se, quod ipsum dividatur secundum medietates proportionales. Est tamen impossibile per accidens, quia dividens non habet cognitionem partium per quam scit dirigere instrumentum respectu talis divisionis*. Bertrand Russell wygłosił podobną opinię stwierdzając, że niemożliwość przeliczenia zbioru wszystkich liczb naturalnych jest jedynie niemożliwością medyczną, za: T. Placek, *Paradoksy ruchu Zenona z Elei a labirynt kontinuum: „Achilles i żółw", „Strzała", „Stadion"*, „Filozofia Nauki" Nr 1(17), Rok V, 1997, s. 68. Filozofowie średniowieczni w tym przypadku mogli zawsze przywołać „zdolności poznawcze" Boga. Wierzyli oni bowiem – używając słów św. Augustyna – iż „nieskończoność liczby, aczkolwiek żadna liczba nie może wyrazić liczb nieskończonych, nie jest niepojęta dla Tego, którego zdolność pojmowania wykracza poza wszelką liczbę". św. Augustyn, *O Państwie Bożym*, ks. XII, rozdz. 19, t. II, s. 107.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

bywałą znajomość zarówno dzieła Euklidesa, jak i innych dostępnych mu tekstów matematycznych oraz biegłość w tworzeniu na ich podstawie rozumowań. Z drugiej strony, można odnieść wrażenie, że w większości przypadków tego rodzaju rozważania nie stanowią fundamentu danej argumentacji, lecz są raczej jej uzupełnieniem[185]. Wyjątkiem jest tutaj, może ktoś zauważyć, przykład nieskończenie długiej linii spiralnej. Warto się jednak zastanowić, czy rzeczywiście pozostaje on jeszcze w dziedzinie filozofii przyrody, czy też nie powinniśmy mówić już tylko o konstrukcji geometrycznej[186]. Z geometrią w formie czystej mamy na pewno do czynienia w argumencie dotyczącym kąta styczności[187]. W pozostałych jednak przypadkach Kilvington przywołuje twierdzenia i dowody matematyczne tylko pomocniczo.

W trzecim, nieomawianym tutaj jeszcze argumencie zasadniczym kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* szczególnie wyraźnie ukazuje się zadanie, jakie Kilvington przeznaczył matematyce w odniesieniu do filozofii przyrody. Autor nasz najpierw wskazuje, że założenie o podziale kontinuum w nieskończoność może nas doprowadzić do stwierdzenia, że to samo może być jednocześnie w możności i w akcie. Następnie konstruuje przykład, który ma nas do tego wniosku doprowadzić. Weźmy – mówi Kilvington – jednorodny stożek powietrza. Nie ulega wątpliwości, że ciało to można podzielić na kolejne części proporcjonalne ze względu na jego wysokość. Możemy bowiem wyobrazić sobie, że w następujących po sobie częściach proporcjonalnych jednej godziny (tzn. półgodzinie, kwadransie, połowie kwadransa itd.) zaczynając od podstawy stożka oddzielamy po kolei pierwszą jego połowę, następnie połowę pozostałej połowy i tak dalej. Jest to możliwe dlatego, że kolejne powierzchnie podziału są coraz mniejsze, więc coraz łatwiej byłoby dokonywać kolejnych przecięć, a zatem zajmowałyby one coraz mniej czasu. Ryszard Kilvington w tym miejscu wykazuje nawet, że kolejne powierzchnie podziału są względem siebie w stałej proporcji: każda jest o dwakroć mniejsza (*in duplo minor*) od poprzedniej. W tym celu rozważa trójkąt utworzony przez dwa odcinki poprowadzone od obu końców jednej ze średnic podstawy stożka do jego wierzchołka i wykazuje, że średnice podstaw kolejnych stożków w nim zawartych będą odpowiednio krótsze o połowę. Stąd, powierzchnia podstawy kolejnego stożka będzie stanowiła czwartą część podstawy poprzedniego. W konstrukcji tej Kilvington przywołuje aż trzy różne twierdzenia zaczerpnięte z *Elementów* Euklidesa[188]. Dzięki nim i opartym na nich obliczeniom może twierdzić, iż kolejne

[185] Warto tutaj podkreślić, że Ryszard Kilvington, przywołując *Elementy* Euklidesa, cytuje zupełnie inne ich fragmenty niż Jan Duns Szkot.

[186] Zob. rozdział III. 4. 5 powyżej.

[187] Zob. rozdział III. 4. 3 powyżej.

[188] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 130–131: *Tertio ad principale: si quaestio sit vera, sequitur quod idem esset in potentia et in actu <sed> non sic dicunt Aristoteles et Commentator I De generatione. Sed probo quod non, quia capio aliquam partem aeris uniformis piramidalis figurae per totum et rotundam – quae pars sit A. Tunc A est divisibile in infinitum in actu, quod probo, et volo, quod aliquid pertranseat illud in una hora et continue sicut pertransit dividit partes proportionales ita, quod incipiat a basi, <et> in prima parte proportionali horae*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

podziały założonego na początku stożka powietrza będą dwakroć szybsze, a zatem kolejne odcinki czasu, w których dokonywać się mają podziały, będą o dwakroć krótsze. Uzyskujemy w ten sposób wzajemnie jednoznaczne przyporządkowanie kolejnych, nieskończonych co do ilości podziałów i kolejnych, także nieskończonych, części proporcjonalnych danego odcinka czasu.

Przykład ten uwidacznia nam wyraźnie metodę, jaką przyjął Kilvington. Tworzy on tutaj, jak widzimy, całkowicie teoretyczną konstrukcję myślową, w której dąży do maksymalnego uproszczenia. Osiąga to w ten sposób ustalając warunki wstępne rozważanego przypadku, by były one jak najprostsze i pozwalały na dalsze analizy, co w powyższym przykładzie Kilvington uzyskuje poprzez wybór substancji w formie stożka charakteryzującej się jednorodną strukturą wewnętrzną. Postępowanie takie pozwala mu z kolei odwołać się do matematyki, a w efekcie osiągnąć założony na wstępie cel: udowodnić możliwość dokonania nieskończonego podziału pewnego ciała.

Dalsze części argumentacji służą natomiast wprowadzaniu kolejnych stopni komplikacji do omawianego przypadku. W omawianym tutaj przykładzie uwzględniony zostaje czas, w którym narzędzie przemieszcza się do kolejnej powierzchni podziału[189]. Ostatecznie, w odpowiedzi do tego argumentu Kilvington stwierdza fizyczną niemożność dokonania takiego podziału[190].

---

dividat primam partem proportionalem A, et in secunda parte secundam, et in tertia tertiam, et sic in infinitum. Quod autem hoc sit possibile probo, quia in duplo facilius est dividere secundam <partem proportionalem> a tertia quam secundam a prima, et in triplo facilius est dividere tertiam a quarta quam secundam a prima; igitur in duplo minori tempore potest idem agens dividere secundam a tertia quam dividere primam a secunda. Et etiam in triplo minori quartam a tertia quam secundam a prima. Consequentia patet et probo antecedens, quia basis terminans primam partem proportionalem est in duplo minor base totius A, et basis terminans tertiam partem est in duplo minor base terminante secundam, et basis quartae in duplo minor base tertiae, et sic in infinitum. Probo consequens, et capio diametrum per quem incipit prima pars illius proportionalis, et a terminis illius diametri ducantur duae lineae rectae usque ad conum piramidis, quae duae lineae cum praedicto diametro causant unum triangulum qui sit BCD, ut patet in figura. Capio tunc aliam lineam rectam secantem BD <et> CD per latera aequalia quae linea est EF. Quo posito arguo sic: BC linea est dupla ad EF lineam, quod probo sic: quia EF linea secat duo latera BD <et> CD de triangulo BCD per aequalia, igitur est aeque distans BC. Consequentia patet per secundam partem 2 conclusionis VI Euclidis quae est ista: si linea recta alicuius trianguli latera secans reliquo lateri fuerit aeque distans, illa duo latera proportionaliter secare necesse est. Si vero proportionaliter secat reliquo latere aeque distante necesse est. Et tunc ultra per secundam partem 29 conclusionis I Euclidis erit angulus E trianguli EFD aequalis angulo B trianguli BCD, et etiam angulus F aequalis angulo C, et cum D sit communis utroque, sequitur quod anguli EFD sunt aequales angulis BCD. Ex quo cum 4 VI Euclidis sequitur, quod qualis est proportio BD ad ED talis est proportio BC ad EF. Sed BD ad ED dupla est per casum igitur, BC duplum est ad EF, quod est probandum. Et eadem ratione potest probare quod EF sit duplum ad GH, et sic sine fine. Vel aliter sic: in principio superficies cuius BC est diameter est quadrupla ad superficiem cuius EF est diameter, et superficies cuius EF est diameter est quadrupla ad superficiem cuius GH est diameter et sic in infinitum; igitur etc. Et quaelibet pars antecedentis sequitur ex iam probatis cum 2 conclusione XII Euclidis.

[189] Zob. Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 131–132.

[190] Zob. przypis 202 powyżej.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Mimo to nadal podtrzymuje i uzasadnia on twierdzenie, że w wielkości ciągłej jest aktualnie nieskończenie wiele części proporcjonalnych. Co więcej, podobnie jak w przypadku omówionego powyżej argumentu z linią spiralną, stara się tak przedefiniować pojęcie 'stykania się' (*tactus*), by uwzględnić nieskończenie małe wielkości ciągłe, tj. nadal podzielne w nieskończoność. Kolejny raz próbuje więc ustalić cechy czegoś, co my nazwalibyśmy granicą zewnętrzną. Czyni to najprawdopodobniej w celu uniknięcia zarzutu, że podzieliwszy dowolną wielkość ciągłą na wszystkie części proporcjonalne, można by wskazać ostatnią z tychże u jednego z jej krańców – co prowadziłoby do oczywistej sprzeczności: istnienia ostatniego elementu mnogości nieskończonej. Kilvington stwierdza, że stykanie się rozumieć można dwojako: albo tak, że kresy stykających się przedmiotów łączą się ze sobą (*ultima earum sunt simul*); albo tak, że mówiąc o stykaniu się pomijamy wszystkie elementy pośredniczące:

> A to nie jest niespójne – wyjaśnia – ponieważ, gdyby wyznaczyć wszystkie punkty pewnego odcinka poza ostatnim punktem, wówczas one [wszystkie] stykają się z ostatnim punktem – rozumiejąc stykanie się na drugi sposób – a jednak w taki sposób ostatni punkt nie dotyka czegokolwiek[191].

Ryszard Kilvington stara się więc wprowadzać do swoich rozważań przykłady jak najbardziej uproszczone, można wręcz powiedzieć: wyidealizowane. Dzięki temu z jednej strony osiągnąć może zamierzony cel, tj. wykazać poprawność forsowanej przez siebie tezy, z drugiej zaś znajduje w toku argumentacji miejsce na uzasadnienia natury *stricte* matematycznej. Tak samo wszak zbudowany jest argument z linią spiralną[192]. Również w omówionym wyżej przypadku cienia o wysokości jednego punktu Kilvington posługuje się geometrią tylko pomocniczo i odwołuje się do niej dopiero wówczas, gdy stopień uproszczenia argumentu na to pozwala[193]. Nie inaczej postępuje w przykładzie opisującym dwa ciała stykające się ze sobą tylko w jednym punkcie[194].

Warto zatem zastanowić się, jakie kryterium poprawności argumentacji przyjmuje tutaj Ryszard Kilvington. Na pewno nie jest to klasyczna definicja prawdy odwołująca się do zgodności wniosku z rzeczywistością, chociażby dlatego, że wszystkie ukazane w kwestii *Utrum continuum…* przykłady są bar-

---

[191] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 162: *Ad aliam formam, quando arguitur quod si hic sit numerus, sequitur quod si esset aliquod corpus immediatum piramidi, sequitur quod illud corpus tangeret numerum partium proportionalium, et tamen in tangendo numerum nihil tangeret – dico, quod tactus potest accipi dupliciter, videlicet pro illis qui tangunt se sicut ultima earum <quae> sunt simul. Et sic dico, quod illud corpus non tangit illum numerum, quia nihil est ultimum huiusmodi versus partem piramidalem. Alio modo accipitur tactus pro omnibus immediatis, et sic dico quod illud corpus tangit illum numerum, et tamen nihil tangit illum vel huius numerum. Et hoc non est inconveniens, quia determinatis omnibus punctis alicuius lineae praeter ultimum punctum, tunc illa tangant ultimum punctum secundo modo loquendo de tactu, et tamen punctus ultimus non tangit aliquid huiusmodi*.

[192] Zob. rozdział III. 4. 5 powyżej.

[193] Zob. rozdział III. 4. 2 powyżej.

[194] Zob. Ricardus Kilvington, *Utrum continuum…*, s. 70.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

dziej lub mniej hipotetyczne. Pozostaje nam zatem koherencyjna koncepcja prawdy, oparta na braku logicznej sprzeczności zarówno w obrębie samej tezy, jak i jej logicznych konsekwencji. Autor nasz akceptuje i stosuje w swoich rozważaniach tę właśnie koncepcję, ponownie potwierdzając tym samym wpływ filozofii Wilhelma Ockhama na przyjętą przez siebie metodę[195]. W toku każdego z omówionych powyżej argumentów, zauważmy, Ryszard Kilvington tak prowadzi wnioskowanie, aby dojść już to do wewnętrznej sprzeczności, już to do wniosku przeciwnego wobec powszechnie przyjmowanych opinii. Natomiast odpowiedzi do tych argumentów zazwyczaj zawierają rozwiązanie tych sprzeczności, przy czym autor nasz albo wykazuje ich pozorny charakter, albo proponuje rozszerzenie czy też przesunięcie zakresu występującego w danej argumentacji terminu. W tym aspekcie możemy także mówić o ockhamistycznym charakterze jego metody uprawiania nauki jako dziedziny ściśle rozumowej, teoretycznej, operującej tylko w dziedzinie pojęć[196].

Przyjęcie koherencyjnego kryterium prawdy pozwala Kilvingtonowi wprowadzić rozważania matematyczne w dziedzinę filozofii przyrody. Konieczny i absolutny charakter wnioskowań i konstrukcji matematycznych pozwala wszak na wykorzystywanie ich analogicznie do logiki wszędzie tam, gdzie jest to możliwe. W ten sposób autor nasz daje sobie i następnym pokoleniom przyrodników kolejne narzędzie analizy. O ile zaś konstrukcje geometryczne w jego późniejszych pismach filozoficznych nie pojawią się nigdy (poza wspomnianym powyżej fragmentem komentarza do *Sentencji*), o tyle stałym komponentem rozważań Ryszarda Kilvingtona stanie się ostatecznie rachunek proporcji, który w omawianym tutaj tekście użyty został tylko akcydentalnie. Przedstawiona w niniejszym rozdziale kwestia *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* wyznacza zatem – można rzec – punkt zwrotny w filozoficznym rozwoju teorii Ryszarda Kilvingtona[197]. Autor nasz z pełną świadomością odrzuca bowiem metody *stricte* geometryczne jako całkowicie nieadekwatne narzędzia analizy[198]. Z drugiej strony, we wszystkich swoich późniejszych dziełach dostrzega użyteczność teorii proporcji rozumianej arytmetycznie jako rachunki na stosunkach liczbowych. Kontynuuje tym samym myśl Rogera Bacona, który szczególną wartość przypisywał twierdzeniom zawartym w V księdze *Elementów* – poświęconej właśnie teorii proporcji[199]. Co więcej, jak się okazuje, Ry-

[195] Takie samo kryterium prawdy przyświeca Kilvingtonowi w jego kolejnym dziele: kwestiach do *Fizyki* Arystotelesa. Zob. E. Jung-Palczewska, *Procedura „secundum imaginationem"…*, s. 69.

[196] Zob. E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody…*, s. 18–21.

[197] Warto tutaj zauważyć, że w napisanych przed kwestiami do *'De generatione' Sofizmatach* Ryszard Kilvington nie odwołuje się do matematyki ani razu. Por. E. Sylla, *The Oxford Calculators*, s. 548.

[198] Na tle jego koncepcji jest to bardzo logiczne posunięcie, skoro w geometrii konieczne jest założenie istnienia przynajmniej jednego rodzaju bytów niepodzielnych, tj. punktów, które to nie mają swoich odpowiedników w świecie przyrody.

[199] Zob. Roger Bacon, *Communia mathematica*, R. Steele (wyd.), Oxford 1940, s. 125.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

szard Kilvington i tej metody nie używa bezkrytycznie, dogłębnie analizując zakres wykorzystania poszczególnych rodzajów proporcji w odniesieniu do konkretnych problemów zarówno z dziedziny filozofii przyrody, jak i etyki czy teologii[200].

III. 6. PODSUMOWANIE

W przedstawionej tutaj kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* Ryszard Kilvington dokonuje przełomu w tradycji filozofii oksfordzkiej. Ostatecznie negując przydatność analiz i wyjaśnień geometrycznych na gruncie filozofii przyrody, porzuca pochodzące jeszcze od Roberta Grosseteste'a przekonanie o geometrycznej strukturze świata natury. W zamian jako pierwszy konsekwentnie i świadomie wprowadza w zakres filozofii metody arytmetyczne w postaci operacji na stosunkach liczbowych[201] Począwszy od Kilvingtona, a ściślej od czasu powstania jego kwestii do *Fizyki* Arystotelesa, filozofowie przyrody coraz śmielej wykorzystują rachunek proporcji, tzw. *calculationes*, jako narzędzie swoich analiz filozoficznych, szczególnie w odniesieniu do problematyki ruchu lokalnego.

Wśród historyków nauki średniowiecznej powszechnym do niedawna było przekonanie, że za wprowadzenie rachunku proporcji do oksfordzkiej filozofii przyrody odpowiedzialny był, wspominany już wcześniej niejednokrotnie, współczesny Kilvingtonowi myśliciel, Tomasz Bradwardine. Na to przekonanie składało się wiele przyczyn. Po pierwsze, około roku 1328 Bradwardine ukończył swój *Tractatus proportionum seu de proportionibus velocitatum in motibus* (*Traktat [poświęcony] proporcjom, albo o proporcjach prędkości w ruchach*), w którym to zaprezentował analizy ruchu lokalnego posługując się metodą *calculationes*. Tekst tego dzieła jest przejrzysty, kolejne zagadnienia szczegółowe poprzedzone są obszernym rozdziałem wstępnym, rekapitulującym wiedzę na temat rachunku proporcji[202]. Autor konsekwentnie wprowadza czytelnika w coraz trudniejsze zagadnienia, bazując na przedstawionych wcześniej informacjach. Inaczej ma się sprawa z datowanymi na lata 1324–1325 kwestiami Ryszarda Kilvingtona do *Fizyki*, nazywanymi również *Kwestiami o ruchu* (*Quaestiones de motu*)[203]. Noszą one piętno indywidualnego stylu myślenia Ryszarda Kilvingtona, jakiego przykład ukazany został powyżej. Poszczególne śmiałe i oryginalne pomysły oraz konkluzje najczęściej uwikłane są w dyskusje nad szczegółowymi przypadkami rozważanymi w ramach argumentów zasadniczych

[200] Zob. E. Jung, R. Podkoński, *Richard Kilvington on Proportions*, [w:] *Mathématiques et théorie du mouvement (XIV^e – XVI^e siècles)*, J. Biard, S. Rommevaux (red.), Villeneuve d'Ascq 2008, s. 81–101.

[201] Zob. E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody…*, s. 93–100.

[202] Zob. Thomas Bradwardine, *Tractatus proportionum seu de proportionibus velocitatum in motibus*, H.L. Crosby, Jr. (wyd.), [w:] *Thomas of Bradwardine, His "Tractatus de Proportionibus". Its Significance for the Development of Mathematical Physics*, Madison 1955.

[203] Zob. E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody…*, s. 42.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

– tj. formułowanych przeciw opinii przyjmowanej ostatecznie jako właściwa[204]. Nie powinno zatem nikogo dziwić, że to traktat Tomasza Bradwardine'a cieszył się znacznie większą popularnością wśród kolejnych pokoleń filozofów, nie tylko oksfordzkich, nawet pomimo tego, że jest on wtórny wobec kwestii Ryszarda Kilvingtona[205]. Wystarczy wspomnieć, że *Tractatus de proportionibus* przetrwał do naszych czasów w 33 kopiach rękopiśmiennych, a nadto był co najmniej dwukrotnie drukowany. Niedawno odnalezione kwestie Kilvingtona *De motu* w całości zachowały się zaś tylko w jednym rękopisie[206]. Tomasz Bradwardine, co więcej, we wstępie do swojego *Traktatu* stwierdza, że nikt przed nim nie potraktował zagadnienia zastosowania rachunku proporcji do problematyki ruchu z należytą uwagą, tym samym przypisując sobie absolutne pierwszeństwo[207].

Elżbieta Jung jednoznacznie wykazuje jednak, że to Ryszarda Kilvingtona należy uznawać za myśliciela, który *de facto* zapoczątkował tradycję *calculationes*. Znajdujące się w pracach Bradwardine'a zapożyczenia pomysłów Kilvingtona, podobnie jak daty powstania dzieł obydwu wspomnianych myślicieli potwierdzają ten fakt wystarczająco dobrze[208]. Można zatem zaryzykować stwierdzenie, że dzięki odwadze i oryginalności pomysłów Ryszarda Kilvingtona zaistniał nie tylko *Tractatus proportionum* Tomasza Bradwardine'a, lecz także takie słynne dzieła, jak *Liber calculationum* Ryszarda Swinesheada (od którego przydomka: *Calculator*, ukuto później nazwę szkoły Oksfordzkich Kalkulatorów) czy *De proportionibus proportionum* Mikołaja z Oresme[209]. Ryszard Kilvington był także, jak się okazuje, faktycznym autorem słynnej tzw. „nowej reguły ruchu", której sformułowanie przypisywano wcześniej Bradwardine'owi[210].

Jeśli chodzi o problematykę interesującą nas tutaj najbardziej, czyli wykorzystanie matematyki w filozofii, Elżbieta Jung w swoich pracach bardzo szczegółowo przeanalizowała i przedstawiła zastosowanie przez Kilvingtona rachunku proporcji w odniesieniu nie tylko do problematyki ruchu przestrzennego, lecz także kwestii etycznych, a nawet teologicznych[211]. John Murdoch

---

[204] Zob. rozdział III. 4 powyżej. Zob. także: E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody…*, s. 37–38.

[205] Zob. E. Jung-Palczewska, *Works by Richard Kilvington*, s. 207–214.

[206] Zob. tejże, *Między filozofią przyrody…*, s. 42, 100–101.

[207] Thomas Bradwardine, *Tractatus proportionum…*, s. 38: *Omnem motum successivum alteri in velocitate proportionari contingit; quapropter philosophia naturalis, quae de motu considerat, proportionem motuum et velocitatum in motibus ignorare non debet. Et quia cognitio illius est necessaria et multum difficilis, nec in aliqua parte philosophia tradita est ad plenum, ideo de proportione velocitatum in motibus facimus istud opus.*

[208] Zob. E. Jung-Palczewska, *Works by Richard Kilvington*, s. 207–214; tejże, *Między filozofią przyrody…*, s. 100–101.

[209] Zob. M. Clagett, *Richard Swineshead and Late Medieval Physics*, „Osiris" 9 (1950), s. 131–161; J.E. Murdoch, *Mathesis in philosophiam scholasticam…*, *passim*; E. Sylla, *The Oxford Calculators*, s. 540–563; Nicole Oresme, *De proportionibus proportionum. Ad pauca respicientes*, E. Grant (wyd.), Madison 1966.

[210] E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody…*, s. 98–100.

[211] Tamże, s. 90–100, a także: E. Jung-Palczewska, R. Podkoński, *Richard Kilvington on Proportions*.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

i Edith Sylla natomiast w wielu artykułach ukazali całą późniejszą tradycję rachunku proporcji w filozofii przyrody, począwszy od pierwszej połowy czternastego wieku, a na pierwszym wydaniu *Philosophiae naturalis principia mathematica* Newtona kończąc[212].

Pozostaje nam zatem zbadać, w jakim stopniu poszczególne, przedstawione powyżej pomysły i konstrukcje geometryczne Ryszarda Kilvingtona zafunkcjonowały w pismach innych, zarówno jemu współczesnych, jak i późniejszych filozofów średniowiecznych, czemu poświęcony jest następny rozdział. Pokazuję w nim także to, jakie reakcje wywołała wypracowana przezeń koncepcja nieskończoności. Najpierw jednak omówione zostaną dwa dzieła, powstałe niemal równocześnie z kwestiami Kilvingtona do *O powstawaniu i niszczeniu*, w których także dyskutowany jest problem struktury wielkości ciągłych: *Traktat o wielkościach niepodzielnych* (*Tractatus de indivisibilibus*) Adama Wodehama oraz, wspomniany na początku tego rozdziału, *Traktat o wielkościach ciągłych* (*Tractatus de continuo*) Tomasza Bradwardine'a. Dzięki temu jeszcze wyraźniej ukaże się nam oryginalność omówionych w niniejszym rozdziale rozważań i konstrukcji dowodowych Ryszarda Kilvingtona. Zarówno pierwszy, jak i drugi traktat bowiem należy uznać – w odróżnieniu od *Utrum continuum…* Kilvingtona – za dzieła reprezentujące kolejny etap krytyki czternastowiecznego atomizmu, przy czym Wodeham, można rzec, podąża szlakiem wyznaczonym przez Wilhelma z Alnwick, natomiast Bradwardine idzie w ślady Jana Dunsa Szkota.

[212] Zob. np. J.E. Murdoch, *The Medieval Language of Proportions*, s. 237–271; tenże, *Mathesis in philosophiam scholasticam introducta*, s. 215–254. Warto tutaj zauważyć, iż do czasu wynalezienia przez Leibniza i Newtona rachunku różniczkowego, rachunek proporcji był jedynym narzędziem matematycznym wykorzystywanym w ramach filozofii przyrody. Zob. E. Sylla, *Compounding Ratios. Bradwardine, Oresme…*, s. 11–43.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Rozdział IV

ROZWIĄZANIA PROBLEMU STRUKTURY KONTINUUM WYPRACOWANE PRZEZ AUTORÓW WSPÓŁCZESNYCH KILVINGTONOWI

IV. 1. TRAKTAT *DE INDIVISIBILIBUS* ADAMA WODEHAMA

Adam Wodeham jest jednym z niewielu, o ile nie jedynym średniowiecznym myślicielem, z nazwiska przywołującym w swoich pismach Wilhelma Ockhama. W napisanym pomiędzy 1323 a 1331 rokiem *Traktacie o wielkościach niepodzielnych* (*Tractatus de indivisibilibus*) Wodeham z dumą głosząc, że logiki uczył go Ockham, podejmuje się między innymi obrony opinii swojego mistrza przed zarzutami jednego z ówczesnych atomistów, Waltera Chattona[1]. Zresztą całe dzieło Wodehama – jak wskazują badacze – pozostaje pod silnym wpływem idei głoszonych przez brata Wilhelma[2]. Adam Wodeham przyjmuje za nim, dla przykładu, że punkty, linie, powierzchnie, chwile itp. nie istnieją jako samodzielne, odrębne byty. Uznaje również, że w dowolnej wielkości ciągłej znajduje się aktualnie nieskończenie wiele części[3].

Ostrze krytyki Wodehama, tak jak w wypadku większości współczesnych mu przeciwników atomizmu, wymierzone jest w pierwszym rzędzie w koncepcje głoszone przez Henryka z Harclay. Przy czym, jak zauważa Edith Sylla, sformułowania twierdzeń przypisywanych temu ostatniemu w traktacie *De indivisibilibus* wyraźnie świadczą o tym, że Wodeham poznał je raczej za pośrednictwem wcześniejszych krytyk Wilhelma z Alnwick, a nie bezpośrednio z pism Henryka[4]. Alnwick – jak pamiętamy – jako narzędzie analizy wykorzystywał jedynie logikę. Wykazywał, że Henryk z Harclay postępuje w nieuprawniony sposób, kiedy uznaje pewne twierdzenie za prawdziwe, rozpoznając je jako równoważne innemu twierdzeniu prawdziwemu. Według Alnwicka – przypomnijmy – to błędnie uznane twierdzenie brzmiało tak:

---

[1] R. Wood, *Wodeham Adam*, s. 773.

[2] Piętnastowieczny filozof Jan Maior twierdził ponoć, że Wodeham zasługuje na opinię wielkiego filozofa bardziej niż Wilhelm Ockham, którego sława ufundowała się głownie na jego pismach politycznych. Zob. tamże, s. 775.

[3] Tamże. Zob. także rozdział II. 4 niniejszej książki.

[4] Zob. E.D. Sylla, *God, Indivisibles, and Logic…*, s. 75. Zob. także rozdział II. 4 niniejszej książki.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

(A) Znajduje się [pewien] odcinek między punktem początkowym a każdym innym punktem danego odcinka widzianym przez Boga.

Natomiast to drugie – prawdziwe – twierdzenie było następujące:

(B) Między punktem początkowym [danego] odcinka a każdym innym punktem tego odcinka widzianym przez Boga znajduje się pewien odcinek[5].

Zdaniem Wilhelma z Alnwick twierdzenia te nie powinny być utożsamiane, ponieważ w zdaniu (B) termin 'pewien odcinek', będąc w supozycji zupełnie nieokreślonej (*confusa tantum*), nie określa jednego odcinka, ale odnosi się do każdego, który da się wyznaczyć wewnątrz danego. Natomiast w pierwszym z przytoczonych powyżej zdań (A) termin 'pewien odcinek' jest w supozycji określonej (*determinata*) i wskazuje na tylko jeden odcinek – którego zresztą nie można skonstruować[6].

Adam Wodeham zauważa, że krytyka ta jest nietrafiona. Rozpatrując argumentację przedstawioną przez Alnwicka, zastanawia się, czy między punktem początkowym a każdym innym punktem danego odcinka znajduje się jakiś punkt, czy też nie – co jest właściwie zmodyfikowanym sformułowaniem zdania (B). Po czym natychmiast stwierdza, że między punktem początkowym a każdym innym punktem danego odcinka z konieczności nie mieści się żaden punkt[7]. Nie znaczy to jednak, zauważa nieco dalej, że pewne punkty danego odcinka następują po sobie bezpośrednio lub – inaczej mówiąc – są ze sobą bezpośrednio styczne. Ten ostatni wniosek Adam Wodeham uzasadnia, odwołując się do dwóch różnych przykładów: odcinków, które na siebie zachodzą, oraz „linii" złożonej z trzech punktów oddzielonych od siebie pustą przestrzenią[8]. Rzeczywiście, w obydwu tych przypadkach mamy do czynienia z bytami,

[5] Gullielmus de Alnwick, *Determinatio*, 2, MS Vat. Pal. lat 1805, f. 14r–v. (Zob. rozdział II. 4 niniejszej książki, przypis 115).

[6] Zob. rozdział II. 4 niniejszej książki.

[7] Adam de Wodeham, *Tractatus de indivisibilibus. A Critical Edition with Introduction, Translation and Textual Notes*, R. Wood (red. i przekł.), Dordrecht 1988, s. 102–104: *Ideo fulciendo falsam opinionem que ponit huiusmodi indivisibilia, concedendum esset quod Deus videt omnia puncta in linea data, et quod videt [primum] punctum eius, et quod inter illum et quemlibet punctum alium huius lineae intercipitur punctum aliquod et linea aliqua. Nam haec est universalis ex una parte et singularis ex alia, nec aliqua singularis ipsius falsa est. Unde ly 'punctum' et ly 'linea' sequentia mediate signum positum a parte subiecti supponunt confuse tantum. Sed haec que infertur et supponitur haberi ex iam concessa in posteriori deductione, scilicet aliquod punctum est medium, vel aliqua linea est media inter primum punctum lineae et quodlibet eius punctum; haec, inquam, falsa est. Et ex hoc* [*non*] *possent inferi quaedam inconvenientia ad quae deducit argumentum.* (…) *Sed aliter posset fieri argmentum in plurali, et tunc esset taediosus. Quaero enim aut inter a punctum et omnia alia puncta huius lineae sunt aliqua puncta vel nullum. Si nullum, et omnia alia puncta huius lineae sunt aliqua puncta, ergo inter a et alia puncta huius lineae nullum est medium, et per consequens sunt immediata. Et a et omnia alia puncta huius lineae sunt aliqua puncta, ergo inter aliqua puncta huius lineae nullum est medium, et per consequens aliqua puncta huius lineae sunt immediata.*

[8] Tamże, s. 106–107: *Aliter igitur dico breviter quod non sequitur: Inter ista* [*et a*] *non est medium demonstratis omnibus residuis ab a, ergo ista* [*et a*] *sunt immediata, demonstratis a et residuis. Secundo, concedo ulteriorem conclusionem, scilicet quod inter aliqua puncta huius*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

które nie następują bezpośrednio po sobie i nie są bezpośrednio styczne, chociaż nic się pomiędzy nimi nie mieści.

Adam Wodeham wskazuje także, iż termin ‘każdy inny [od początkowego] punkt danego odcinka’ można traktować jako termin zbiorowy w znaczeniu: ‘wszystkie pozostałe punkty danego odcinka [poza punktem początkowym]’, ujmowane łącznie. W ten sposób unikamy tutaj supozycji zupełnie nieokreślonej. Takie rozumienie terminu: ‘każdy inny punkt danego odcinka’ jest ponadto ostatecznym uzasadnieniem uznania przezeń za prawdziwe zdania: „Między punktem początkowym a każdym innym punktem danego odcinka nie mieści się żaden punkt”. Możemy je wszakże utożsamiać ze zdaniem: „Między punktem początkowym a wszystkimi pozostałymi punktami danego odcinka [ujmowanymi łącznie] nie mieści się żaden punkt”[9].

Z prawdziwości tego ostatniego zdania, wskazuje Wodeham, nie wynika jednak w sposób konieczny twierdzenie: „Między punktem początkowym a jednym spośród pozostałych punktów danego odcinka nie mieści się żaden punkt”. Prowadziłoby ono oczywiście do uznania, że w danym odcinku znajdują się pewne dwa punkty stykające się ze sobą bezpośrednio. Twierdzenie takie – należy pamiętać – było wszak fundamentem atomizmu Henryka z Harclay[10]. Z większości zdań ogólnych, wyjaśnia Wodeham, możemy w sposób całkowicie uprawniony wyprowadzać prawdziwe zdania odnoszące się do przedmiotów jednostkowych, na przykład: „Wszystkie wrony są czarne”, zatem „Ta wrona jest czarna i tamta wrona jest czarna itd.”. Są jednak zdania, do których ta prawidłowość się nie stosuje, a powyżej przytoczone zdanie dotyczące punktów w odcinku jest tego znakomitym przykładem. By się o tym przekonać, wystarczy rozłożyć je na koniunkcję zdań szczegółowych: „Między punktem początkowym a tym oto punktem danego odcinka nie mieści się żaden punkt, i między punktem początkowym a tamtym punktem danego odcinka nie mieści

---

lineae, si ponantur, nullum est medium; nec sequitur propter hoc, ut iam dixi, quod sint immediata. Primum patet, secundum te [*et*] *etiam secundum opinionem ponentium puncta, de partibus omnibus incipientibus ab alio termino lineae et procedentibus versus a, sed terminatis citra a. Omnes enim tales partes – demonstrando singulas – Deus distinctissime videt. Verum est quod inter istas et a, vel partem cui omnes immediate continuantur, nullum est medium, quia medietas illius medii esset de demonstratis, et ita idem mediaret inter se et alia. Nec tamen videtur quod sint immediate ipsi a, cum per casum nulla demonstrentur nisi talia inter quorum quodlibet et a aliquod indivisibile mediat. Et ne aliquis habeat hoc pro inconvenienti – quod sint entia inter quae non est medium, et tamen quod non sint immediata – do exemplum de duabus lineis quarum pars unius est situaliter simul cum parte alterius. Sicut patet exemplum de duabus lineis quarum pars unius est situaliter simul cum parte alterius. Sicut patet exemplum de lineis ab et cd, quarum duae partes sunt simul, quarum utraque vocetur db* [*cum*] *sint in eodem situ adaequato. Inter a et b, et c et d nullum est medium constat, et tamen non sunt immediata, quia non disponuntur immediate secundum situm, de qua immediatione tantum est sermo in proximis sitibus totaliter distinctis. Item, ponendo puncta indivisibilia, de tribus punctis lineae quorum duo sunt extremitates lineae et tertium sit punctus medius lineae: Inter ista tria puncta nullum est medium – licet inter quaevis duo eorum puncta sit medium – et tamen ista tria puncta non sunt immediata*.

[9] Zob. E.D. Sylla, *God, Indivisibles, and Logic…*, s. 78–79.

[10] Zob. rozdział II. 3 niniejszej książki.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

się żaden punkt itd.". Koniunkcja ta jest w oczywisty sposób fałszywa, wchodzące w jej skład zdania jednostkowe z konieczności bowiem nie mogą być jednocześnie prawdziwe[11]. Zatem, według Wodehama, Henryk z Harclay buduje swoją atomistyczną teorię na błędnie wyprowadzonych twiedzeniach, co oczywiście nakazuje uznać ją za fałszywą.

Adam Wodeham krytykuje założenia atomizmu na jeszcze jeden sposób. Wyraźnie zadeklarowawszy, że odrzuca istnienie jakichkolwiek bytów niepodzielnych, rozważa on argumentacje Henryka z Harclay, zastępując w nich punkty „możliwymi przecięciami". Zastanawia się więc, czy kiedy przetniemy pewną linię, możemy dokonać kolejnego cięcia bezpośrednio obok poprzedniego, czy też zawsze między przecięciami musi znajdować się pewien odcinek. Wniosek, że przecięcia nie mogą się stykać ze sobą bezpośrednio, jest tak bardzo oczywisty, że Wodeham nawet go tutaj nie wypowiada[12]. Adam Wodeham przyjmuje za swoim mistrzem, Wilhelmem Ockhamem, że każda wielkość ciągła zawiera w sobie aktualnie nieskończenie wiele części. Wodeham zaprzecza przy tym, jakoby możliwe było dokonanie podziału kontinuum na aktualnie nieskończenie wiele odrębnych części – w czym także idzie za Ockhamem[13]. W traktacie *O wielkościach niepodzielnych* przedstawia własne, interesujące uzasadnienie tej opinii. Otóż – dowodzi – jest oczywiście nieskończenie wiele możliwych podziałów danej wielkości ciągłej na odrębne części. Możemy przecież podzielić ją na kolejne połowy, albo też na tysięczne jej części. Jednakże nie możemy jednocześnie podzielić danej wielkości ciągłej odrębnie na połowy i odrębnie na jej tysięczne części. Wszak nie można rozpatrywać połówek danej wielkości ciągłej i jej tysięcznych jako części wzajemnie od siebie odrębnych[14].

---

[11] Zob. E.D. Sylla, *God, Indivisibles, and Logic…*, s. 80.

[12] Zob. Adam de Wodeham, *dz. cyt.*, s. 104–106: *Attamen aliam difficultatem incurro, sicut illi qui ponunt puncta: quia constat quod linea ubicumque placuerit est incisibilis, ita quod hic est incisibilis – facta alicubi assignatione – et alibi infinities, sumpto ly 'infinities' pro adverbio loci et non temporis. Nec est assignare primam incisionem possibilem signatam vel primam – ut ita loquar – posteriorem possibilitatem incisionis, post datam aliquam possibilitatem; ut sit sensus quod si hic possit fieri incisio alicuius continui, non est assignare ubi primo et postea, posterioritate magnitudinis non temporis, possit fieri divisio. Tunc arguam, sicut prius si ponantur puncta: Aut inter hanc possibilitatem incisionis et omnes possibilitates alias incisionum huius lineae vel partium suarum, est possibilitas ad aliam incisionem in hac linea vel in aliqua parte eius, vel non. Sive sic sive sic, arguitur ut supra in argumento de punctis. Dicendum ergo cum quaeritur de punctis vel de divisionibus seu incisionibus possibilibus: aut inter datam possibilem et omnes alias possibiles ad eandem partem sit aliqua possibilis media, vel non. Dicitur quod ly 'omnes' potest teneri collective vel divisive. Si divisive, dicendum est quod sic, de omnibus finitis et multis etiam infinitis, quia de omnibus illis quae non inchoantur ab a exclusive sed alibi determinate, - sit a prima signata. Sed si sumatur collective, ita quod distribuat pro omnibus simul sumptis praeter quam pro a, tunc est difficilius. Aliqui tamen dicunt quod nullae* [*incisiones*] *sunt 'omnes', nec aliqua puncta* [*sunt 'omnia'*] *praeter a. Haec tamen responsio mihi non placet.*

[13] Zob. rozdział II. 4 niniejszej książki.

[14] Zob. Adam de Wodeham, *dz. cyt.*, s. 224–226: *Dico igitur quod praeponendo 'distinctae' huic verbo 'potest' omnes partes suas multitudine finitas totaliter ab invicem distinctas potest continuum simul dividi et divisum esse, ad intellectum Philosophi loquendo. Quia haec est una universalis cuius quaelibet particularis est vera. Valet enim illa quae vera est omnes partes*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Ostatecznie zatem potwierdzona zostaje opinia, że niemożliwe jest dokonanie podziału dowolnej wielkości ciągłej na wszystkie części jednocześnie.

Mimo, że przedstawiona w poprzednim rozdziale kwestia Ryszarda Kilvingtona *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* powstała mniej więcej w tym samym czasie, co *Tractatus de indivisibilibus* Wodehama, nie odnajdziemy bezpośrednich powiązań pomiędzy tymi dwoma tekstami. Co prawda, każdy z wymienionych tutaj myślicieli zaprzecza istnieniu jakichkolwiek bytów niepodzielnych oraz uznaje, że ilość części dowolnego kontinuum jest aktualnie nieskończona[15]. Zgadzają się oni ponadto w kwestii relacji części do całości. Zarówno Kilvington, jak i Wodeham przyjmują, że z punktu widzenia istoty rzeczy całość jest czymś więcej niż prostą sumą części składowych[16]. Zbieżności te są jednak, jak można przypuszczać, związane z wpływem koncepcji Wilhelma Ockhama na poglądy każdego z tych filozofów[17].

Autorka współczesnego wydania traktatu Wodehama, Rega Wood, oraz Edith Sylla wskazują zgodnie, że jedynym wykorzystywanym przez tego myśliciela narzędziem analiz jest logika[18]. Trudno się z tą opinią nie zgodzić, zapoznawszy się chociażby z przedstawionymi powyżej przykładami drobiazgowości i zaawansowania zawartych tam argumentacji. Adam Wodeham jest zatem dużo bliższy swojemu mistrzowi, Wilhelmowi Ockhamowi, niż Ryszard Kilvington. Ockham bowiem, jak mówiłem wcześniej, krytykował współczesnych atomistów głównie za pomocą logiki, w swoich analizach pomijając właściwie *rationes mathematicae*[19]. Wystąpienie Wodehama, w odróżnieniu od omówio-

---

continui secundum multitudinem [*finitae*] *totaliter ab invicem "distinctae" possunt simul ab invicem dividi et divisae esse, sic etiam quod quaelibet a qualibet est totaliter distincta. Nec haec* [*propositio*] *infert oppositum praecedentis plus quam haec 'omnem asinum videt homo, ergo homo videt omnem asinum', ubi tamen antecedens est verum et consequens falsum, posito casu possibili quod multi sint asini et quod quilibet eorum videatur ab aliquo homine et quod nemo videat multos asinos sed quilibet unicum tantum. Secundo dico quod non obstantibus dictis praecedentibus, ad intellectum Philosophi loquendo, continuum potest simul dividi et simul etiam divisum esse in partes totaliter ab invicem distinctas multitudine infinitas et categorematice sumendo ly 'infinitas': id est infinitae partes continui, totaliter ab invicem distinctae, possunt ab invicem dividi et esse divisae, immo infinities infinitae. Tertia conclusio: quod nullum continuum simul dividi possit seu* [*habere*] *partes ab invicem divisas, sicut superius est argutum. Quia ut supra, non staretur ad indivisibilia: et si* [*staretur*] *ad divisibilia, non omnes partes simul ab invicem totaliter distinctae essent ab invicem divisae. Iuxta hoc etiam dico quod nec praeponendo signum huic verbo 'potest' est verum dicere quod in omnes partes suas totaliter distinctas ab invicem potest continuum dividi vel divisum esse, id est non omnes tales partes continui possunt simul ab invicem totaliter dividi, nec esse divisae*.

[15] Zob. rozdział III. 5 niniejszej książki.

[16] Zob. Adam de Wodeham, *dz. cyt.*, s. 266. Zob. rozdział III. 4. 7 niniejszej książki.

[17] Warto tutaj zauważyć, że Adam Wodeham w swoim komentarzu do *Sentencji* przywołuje Kilvingtona z nazwiska. Odpowiednie fragmenty tego tekstu cytuje E. Jung-Palczewska w: *Works by Richard Kilvington*, s. 194. William Courtenay twierdzi, że dla odmiany Kilvington, w czasie gdy komentował *Sentencje*, znał teologiczne twierdzenia Wodehama. Zob. W. J. Courtenay, *Schools and Scholars in Fourteenth Century England*, Princeton 1987, s. 270.

[18] Zob. E.D. Sylla, *dz. cyt.*, s. 73, 87; R. Wood, *Wodeham Adam*, s. 775.

[19] Zob. rozdział II. 4 niniejszej książki.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

nej wcześniej kwestii Kilvingtona, doskonale mieści się w głównym nurcie wielowiekowych dyskusji dotyczących struktury wielkości ciągłych. W traktacie *De indivisibilibus* napotkamy większość klasycznych logicznych argumentacji, za pomocą których od czasów Arystotelesa próbowano jednoznacznie rozwiązać ten problem – łącznie z paradoksami Zenona z Elei[20]. Znajdziemy tam również mniej lub bardziej bezpośrednie nawiązania do twierdzeń Henryka z Harclay, Wilhelma z Alnwick, a także – wspomnianych powyżej – Wilhelma Ockhama i Waltera Chattona[21].

IV. 2. *TRACTATUS DE CONTINUO* TOMASZA BRADWARDINE'A

Wspominany już tutaj *Traktat o wielkościach ciągłych* (*Tractatus de continuo*) Tomasza Bradwardine'a − w odróżnieniu od omówionego powyżej dzieła Adama Wodehama − wpisuje się w tradycję wykorzystania dowodów geometrycznych w celu wykazania fałszu idei głoszonych przez średniowiecznych atomistów. Według Johna Murdocha, Bradwardine napisał ten traktat pomiędzy 1328 a 1335 rokiem, a zatem jest to dzieło powstałe nieco później niż omówiona wyżej kwestia Ryszarda Kilvingtona[22]. Nie znaczy to jednak, że koniecznie musimy się natknąć w tekście *De continuo* na jakiekolwiek bezpośrednie nawiązania do *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* Kilvingtona.

Badacze myśli Tomasza Bradwardine'a nie są zgodni co do charakteru *Traktatu o wielkościach ciągłych*. John Murdoch postrzega go jako dzieło zasadniczo z zakresu matematyki, a ściślej: geometrii[23]. Edith Sylla natomiast wykazuje, że *De continuo* dotyczy raczej problemów z dziedziny filozofii przyrody, a w pewnym sensie nawet i teologii[24]. Wystarczy jednak rzut oka na główne twierdzenia *Traktatu*, aby skłonić się ku pierwszej opinii[25]. Rzeczywiście, pośród składających się na ten traktat twierdzeń odnajdziemy i takie, które wskazywać mogą na problematykę ruchu lokalnego czy nawet harmonikę, lecz ich liczba jest stosunkowo niewielka w porównaniu do tych *stricte* matematycznych[26]. Kwestia struktury wielkości ciągłych była oczywiście przez myślicieli średniowiecznych uznawana za problem filozoficzny i w tym sensie *Tractatus*

[20] Zob. Adam de Wodeham, *dz. cyt.*, s. 170–182.
[21] Zob. E.D. Sylla, *dz. cyt.*, s. 75. Zob. także przypis 4 powyżej.
[22] Zob. J.E. Murdoch, *Thomas Bradwardine: mathematics…*, s. 104.
[23] Tamże, s. 103, 110–114.
[24] Zob. E.D. Sylla, *Thomas Bradwardine's 'De continuo'…*, s. 153. Zdaniem Sylli dzieło to można nazwać teologicznym, ponieważ odnajdziemy w nim krytyki twierdzeń, które średniowieczni atomiści głosili w ramach swoich komentarzy do *Sentencji*. Sama jednak przyznaje, że teologiczny charakter *De continuo* jest w nim niewidoczny.
[25] Zob. J.E. Murdoch, *Thomas Bradwardine: mathematics…*, s. 119–130.
[26] Zob. Thomas Bradwardine, *Tractatus de continuo*, 52, s. 59* {397}: *SI SIC [I. E. SI ATHOMA IN CONTINUO IMMEDIATA PONANTUR], ALIQUEM TARDISSIMUM MOTUM ESSE*; 62, s. 71* {409}: *SI SIC [I. E. SI CONTINUUM EX FINITIS ATHOMIS COMPONITUR], OMNIS DYAPASON EX DYATESSERON CUM DYAPENTE <NON> COMPONITUR*.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

de continuo jest dziełem dotyczącym filozofii przyrody. Jeśli jednak porównać go do przedstawionej powyżej kwestii Kilvingtona *Utrum continuum…*, nie ma wątpliwości, że mamy do czynienia z tekstem operującym w dziedzinie geometrii.

Do tego wniosku skłania już sama struktura dzieła, którą John Murdoch opisuje terminem 'aksjomatyczna'. Tomasz Bradwardine przedstawia kolejno definicje, podstawowe założenia, a następnie poszczególne wnioski w formie mniej lub bardziej skrótowo uzasadnionych twierdzeń, po których następują argumenty przemawiające przeciw tym wnioskom[27]. Wszystkie twierdzenia uzasadnia, odwołując się już to do założeń i definicji, już to do poprzedzających dane twierdzenie wniosków – dzięki czemu *Traktat o wielkościach ciągłych* do złudzenia przypomina *Elementy* Euklidesa.

W swoim dziele Tomasz Bradwardine podejmuje się krytyki wszystkich typów atomizmu, zarówno opinii o istnieniu nieskończonej liczby elementów niepodzielnych w danej wielkości, jak i twierdzenia, że jest ich jedynie skończenie wiele. Osobno poddaje krytyce także twierdzenie, że *indivisibilia* łączą się ze sobą bezpośrednio[28]. Nie ma tutaj większego znaczenia, czy zwieńczył on swój ambitny zamiar sukcesem – co zresztą także jest przedmiotem sporu pomiędzy badaczami jego myśli[29]. Podkreślić raczej należy, że jeśli chodzi o budowane przezeń argumenty natury geometrycznej, Bradwardine do ostatecznych granic eksploatuje konstrukcje swoich wielkich poprzedników: Rogera Bacona i Jana Dunsa Szkota. Większość argumentów w *De continuo* sprowadzić można do porównywania ilości atomów zawartych w dwóch różnych wielkościach za pomocą wykreślania albo odcinków prostych rozchodzą-

[27] Zob. J.E. Murdoch, *Thomas Bradwardine: Mathematics...*, s. 105–107, 108.

[28] Co Bradwardine deklaruje w twierdzeniu 31 swojego *Traktatu*. Zob. Thomas Bradwardine, *dz. cyt.*, s. 41*–43* {379–381}: *Si unum continuum ex indivisibilibus componatur secundum aliquem modum, et quodlibet sic componi; et si unum non componitur ex athomis, nec ullum. Pro intellectu huius conclusionis est sciendum, quod circa compositionem continui sunt 5 opiniones famose inter veteres philosophos et modernos. Ponunt enim quidam, ut Aristoteles et Averroys et Algazel plurimique moderni, continuum non componi ex athomis, sed ex partibus divisibilibus sine fine. Alii autem dicunt ipsum componi ex indivisibilibus dupliciter variantes, quoniam Democritus ponit continuum ex corporibus indivisibilibus. Alii autem dicunt ex punctis, et hii dupliciter, quia Pythagoras, pater huius secte, et Plato ac Waltherus modernus, ponunt ipsum componi ex finitis indivisibilibus. Alii autem ex infinitis, et sunt bipartiti, quia quidem eorum, ut Henricus modernus, dicit ipsum componi ex infinitis indivisibilibus immediate coniunctis; alii autem, ut Lyncuf, ex infinitis ad invicem mediatis. Et ideo dicit conclusio: 'Si unum continuum componatur ex indivisibilibus secundum aliquem modum', includendo per 'modum' aliquem precedentorum modorum; tunc sequitur: 'quodlibet continuum sic componi ex indivisibilibus secundum similem modum'. Hec conclusio satis patet per suppositionem tertiam, potest tamen aliter demonstrari hoc modo: Si linea componatur ex punctis immediatis, igitur per proximam quodlibet aliud continuum; et si linea componatur ex punctis finitis, igitur per 26 tempus quo pertransitur linea componitur ex instantibus finitis. Et si unum componitur ex indivisibilibus mediatis igitur quodlibet, quia si aliquod componitur ex indivisibilibus immediatis, igitur quodlibet per proximam precedentem. Secunda pars huius patet per primam*. Zob. także J.E. Murdoch, *Thomas Bradwardine: Mathematics...*, s. 105–107.

[29] Zob. J.E. Murdoch, *Thomas Bradwardine: Mathematics*..., s. 119; E. Sylla, *Thomas Bradwardine's "De continuo"...*, s. 162.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

cych się promieniście z pewnego punktu, albo też wzajemnie równoległych odcinków prostych przecinających dane wielkości. Za pomocą drugiej z tych technik, na przykład, Bradwardine wykazuje, że zwolennicy atomizmu muszą uznać, iż tyle samo elementów niepodzielnych składa się na dowolny półokrąg i jego średnicę – a zatem, że są one równej długości[30]. Jest to oczywiście prosta modyfikacja argumentu, w którym porównuje się długość boku i przekątnej pewnego kwadratu[31]. Ten dowód zresztą także został zawarty w omawianym tutaj traktacie[32]. Pierwsza natomiast z wymienionych technik to po prostu – jak się łatwo domyślić – rozwinięcie argumentu przedstawionego m.in. przez Ockhama, w którym porównuje się długości obwodów dwóch okręgów współśrodkowych o średnicach różnej długości[33]. Widzimy zatem, że swoim dziełem

[30] Thomas Bradwardine, *dz. cyt.*, 73, s. 75*–76* {413–414}: *SI SIC, PERIFERIAM CIRCULI ESSE DUPLAM DYAMETRO. Nam medietas peryferie est equalis dyameter; ducantur enim a singulis punctis <dyametri>, que sunt 10, perpendiculares 10 immediate sibi ad singula puncta medietatis circumferentie, que puncta medietatis circumferentie sequitur esse 10, quia cuilibet perpendiculari correspondet tantum unum punctum in medietate circumferentie; igitur tot equaliter sunt puncta in medietate circumferentie quot sunt in dyametro; igitur per 2^{am} conclusionem medietas circumferentie et dyameter sunt equales. Hic respondet Waltherus dicendo, multa puncta circumferentie esse in una perpendiculari quia aliqua talis perpendicularis non perpendiculariter secat circumferentiam, sed oblique; et ideo dicit puncta in medietate circumferentie esse plura illis perpendicularibus, et similiter plura puncta dyametro. Sed sibi per corollarium 6^{e} faciliter obicitur. Aliter respondet Henricus dicendo, quod cuilibet istarum perpendicularium correspondet tantum unum punctum in circumferentia, sed inter 2 perpendiculares immediatas potest aliquod punctum vel aliqua puncta circumferentie intercipi oblique, quare probatio non procedit. Sed ista responsio propter 8 ^{am} conclusionem stare non potest. Ex hac igitur conclusione sine impedimente concluditur 'medietatem circumferentie esse equalem dyametro', ex quo sequitur 'totam circumferentiam esse duplam dyametro', quod fuit propositum.* Warto tutaj zwrócić uwagę na nawiązania do przedstawionych w rozdziale II niniejszej pracy argumentacji Henryka z Harclay i Jana Dunsa Szkota. Zob. rozdziały II. 3 i II. 5 tej książki.

[31] Zob. rozdziały II. 3, II. 4 i II. 5 niniejszej książki.

[32] Thomas Bradwardine, *dz. cyt.*, 87, s. 85*–87* {423–425}: *SI SIC, OMNIS QUADRATI DYAMETER SUI LATERI EST EQUALIS. Hec patet quia due coste, cum omnibus lineis rectis equedistantibus inclusis, sunt equales omnibus punctis coniunctis in aliquo latere quod secat orthogonaliter, et eedem sunt equales omnibus punctis dyametri et cetera, quod in probatione 82^{e} est ostensum. Item hic respondet Waltherus dicendo, quod tales linee oblique secant dyametrum in pluribus uno puncto, et sic puncta dyametri sunt plura illis lineis, et similiter punctis coste. Sed illud 14^{a} non permittit. Ad idem sic sit ABCD quadratum, cuius latus habeat 3^{a} puncta, tunc totum quadratub habet novem puncta, quorum 8 sunt in lateribus, ut patet calculanti; igitur tantum est unum infra latera quadrati, per quod si ducatur AD dyameter habebit tantum 3^{a} puncta. Si autem dicatur AD dyameter habebit plura puncta quam unum in AB latere, hoc falsum est, quia eadem ratione sic haberet in AC latere et in illo angulo,* [*et*] *de BD et CD similiter. Et tunc haberet latitudinem et esset superficies; et hoc rursus est contra 5^{am} conclusionem si AD ex parte D ulterius protrahatur in continuum et directum. Est igitur AD equalis AC, et eadem ratio est in omnibus aliis. Aliter respondet Henricus dicendo, ad primum argumentum quod quia due linee superposite equedistantes lateribus quadrati secant oblique dyametrum, igitur inter eas mediat oblique aliquod punctum dyametri, et mediant forte plura*. Zob. przypis 32 powyżej.

[33] Zob. rozdział II. 4 niniejszej książki. Zob. Thomas Bradwardine, *dz. cyt.*, 79, s. 79* {417}: *SI SIC, OMNES BASES TRIANGULORUM SUBTENSE EODEM ANGULO SUNT EQUALES. Unde manifestum est: OMNES RECTAS LINEAS EQUALES ESSE. Postquam adduxit conclusiones supradictas ex parte circuli hic adducit alias demonstrationes ex parte trianguli. Sint AB et CD bases triangulorum subtense*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Bradwardine wnosi niewiele nowego, jeśli chodzi o argumenty natury matematycznej, będąc w tym aspekcie jedynie naśladowcą Rogera Bacona i Jana Dunsa Szkota.

Szczególna wartość traktatu Tomasza Bradwardine'a leży raczej w tym, że w jego zakończeniu dostrzega on i rozważa problem, czy wykorzystując argumenty geometryczne, by zaprzeczyć złożeniu wielkości ciągłych z jakiegokolwiek rodzaju elementów niepodzielnych, nie popełniamy błędu *petitio principii*[34]. W geometrii wszakże, jak się wydaje, zawsze zakłada się *a priori*, że każda wielkość jest nieskończenie podzielna. Budując zatem argumentacje geometryczne dowodzimy tego, co przez samo odwołanie się do tego rodzaju konstrukcji jest już założone. Bradwardine broni się jednak przed takim zarzutem, wskazując, że wszystkie dowody zawarte w *Elementach* Euklidesa można by przeprowadzić także przy przyjęciu złożenia kontinuum z nieskończonej liczby atomów stykających się ze sobą pośrednio (*mediate*), a tylko niektórych nie dałoby się zbudować, zakładając skończoną ilość elementów niepodzielnych w ramach danych wielkości. Podobnie, sprzeczne z kilkoma spośród dowodów Euklidesa jest twierdzenie, że *indivisibilia* stykają się ze sobą bezpośrednio. Geometria zatem *a priori* odrzuca tylko szczególne rodzaje atomizmu. Błędność tychże można wykazać – stwierdza ostatecznie Bradwardine – na gruncie filozofii przyrody bądź też za pomocą logiki, nie odwołując się do geometrii[35]. Z sukcesem odpierając wspomniany wyżej zarzut, jak pisze John Murdoch, myśliciel ten uprawomocnia wykorzystanie konstrukcji geometrycznych w ramach analiz z zakresu filozofii przyrody[36]. Co ważne, *Tractatus de continuo* Tomasza Bradwardine'a był w średniowiecznym Oksfordzie ostatnim dziełem, w którym atomizm został poddany krytyce za pomocą geometrii[37].

W świetle powyższego jeszcze wyraźniejsza staje się oryginalność analiz Ryszarda Kilvingtona. Żadna z przedstawionych przezeń argumentacji geometrycznych nie była prostym rozwinięciem tradycyjnych konstrukcji Rogera Bacona czy Jana Dunsa Szkota. Co więcej, trudno jest nawet odnaleźć podobieństwa pomiędzy tymi konstrukcjami a dowodami zbudowanymi przez Kilvingtona[38]. W omówionej tutaj kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* przywoływał on, co więcej, konstrukcje geometryczne tylko w ramach argumentów *quod non*. Przynajmniej z założenia miały one zatem służyć wykazaniu fałszywości twierdzenia, że wielkości ciągłe są nieskończenie podzielne, czyli – *per consequens* – dowiedzeniu tego, że pewnego rodzaju atomy istnieją. Osta-

---

AEB angulo, et a singulis punctis AB ducantur recte ad E. Tunc puncta AB sunt equalia illis rectis, et punctis CD similiter, igitur sicud in probatione 74^e. Corollarium sequitur ex hac; Zob. także: tamże, 84, s. 83*–84* {421–422}: *SI SIC, ALIQUIS TRIANGULUS EST CIRCULARIS*; 88, s. 87* {425}: *SI SIC, ALIQUOD QUADRATUM EST CIRCULUS*.

[34] J.E. Murdoch, *Thomas Bradwardine: Mathematics*..., s. 117–118.

[35] Tamże, s. 118–119.

[36] Tamże, s. 119.

[37] Tamże, s. 104.

[38] Zob. rozdziały III. 4. 1 i III. 4. 2 niniejszej książki.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

tecznie Kilvington odrzuca istnienie jakichkolwiek bytów niepodzielnych, ale i ten aspekt jego kwestii ukazuje nam jego wyjątkową umysłowość. Nie znaczy to jednak, że nie ma żadnych podobieństw pomiędzy *Tractatus de continuo* Bradwardine'a i *Utrum continuum*... Kilvingtona. Byłoby to szczególnie dziwne, biorąc pod uwagę, że teksty te dotyczą tego samego problemu i że powstały w tych samych czasach i w tej samej atmosferze intelektualnej uniwersytetu oksfordzkiego, zwłaszcza że obydwaj autorzy uznają Euklidesa za autorytet równy Arystotelesowi i Awerroesowi[39].

Jeden z wniosków wstępnych *Traktatu o kontinuum* Bradwardine'a brzmi: *Omnis inceptio vel desinitio non mensuratur tempore, sed instanti* (*Żadnego początku i końca nie mierzy się czasem lecz chwilą*). W następującej po nim argumentacji autor operuje, co prawda, jedynie rozróżnieniami typu *immediate ante – immediate post*, odwołując się do sformułowanych na początku traktatu definicji pojęć: 'zaczynać' (*incipere*) i 'kończyć' (*desinire*)[40]. Jednak, gdy dołączyć do tego dziesiątą z przedstawionych przez Tomasza Bradwardine'a definicji: *Instans est certus athomus temporis* (*Chwila to pewien niepodzielny [odcinek] czasu*)[41], pojawić się może wątpliwość, czy autor ten uznaje istnienie niepodzielnych elementów czasu, popadając tym samym w niekonsekwencję, czy raczej – wzorem Kilvingtona – używa pojęcia *instans* tylko w sensie zewnętrznej granicy pewnego procesu[42]. Jak pamiętamy, Ryszard Kilvington ilustruje tę trudność na przykładzie ciągłego procesu pomniejszania się pewnej powierzchni, pozostawiając ją bez jednoznacznego rozwiązania[43]. Jest to o tyle zastanawiające, że obydwaj myśliciele wyraźnie zaprzeczają istnieniu jakichkolwiek bytów niepodzielnych[44].

Kolejnym problemem przedyskutowanym przez Kilvingtona, który przywołuje w swoim traktacie Tomasz Bradwardine, jest podzielność, a raczej: niepodzielność kąta styczności. Bradwardine rozważa go jednak w odmienny sposób.

---

[39] Zob. J.E. Murdoch, *Thomas Bradwardine: Mathematics*..., s. 108, a także rozdział III. 3 niniejszej książki.

[40] Zob. Thomas Bradwardine, *dz. cyt.*, 27, s. 40* {378}: *OMNIS INCEPTIO VEL DESINITIO NON MENSURATUR TEMPORE, SED INSTANTI. Patet per diffinitiones 'incipere' et 'desinere' prius datas. Si igitur instat falsigraphus et dicat quod non sequitur ex illis eo quod prima illarum diffinitionum, que dicit incipere esse per affirmationem de presenti et negationem de preterito, que est nunc esse et immediate ante hoc non fuisse, per 'nunc' non intelligit instans sed tempus presens, et ita de aliis; hoc est falsum, quia tunc omne quod est in tempore presenti, et aliquando non fuit, et omne quod non est in tempore presenti, et erit aliquando, inciperet esse. Et similia sequitur de 'desinere esse' que impossibilia sunt manifeste*; Zob. tamże, Definitiones, s. 2*–3* {340–341}: 19 – *Incipere esse per affirmationem de presenti et negationem de preterito est nunc esse et immediate ante hoc non fuisse*. 20 – *Incipere esse per negationem de presenti et affirmationem de futuro est nunc non esse et immediate post hoc fore*. 21 – *Desinere esse per negationem de presenti et affirmationem de preterito est nunc non esse et immediate ante hoc fuisse*. 22 – *Desinere esse per affirmationem de presenti et negationem de futuro est nunc esse et immediate post hoc non fore*.

[41] Tamże, s. 1* {339}.

[42] Zob. rozdział III. 5 niniejszej książki.

[43] Zob. rozdział III. 4. 2 niniejszej książki.

[44] Zob. rozdział III. 5 niniejszej książki.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

W jednej ze swoich analiz Bradwardine wychodzi od założenia, że kąt styczności nie może być dzielony za pomocą prostych. Dzięki temu może wykazać, że fałszywa jest hipoteza o istnieniu skończonej liczby atomów w danej wielkości ciągłej[45]. Oczywiste jest przy tym dla niego, że dowolny kąt styczności można dzielić w nieskończoność za pomocą linii łukowych[46]. Ryszard Kilvington, jak pamiętamy, analizował problem, czy kąt styczności jest wielkością niepodzielną[47].

Warto w tym miejscu zauważyć, iż Tomasz Bradwardine zmagał się z problemem podzielności tego rodzaju kątów w jednej ze swoich wcześniejszych prac: w datowanej na lata 1323–1325 *Geometrii teoretycznej* (*Geometria speculativa*)[48]. Nie jest to zaskakujące, kiedy wziąć pod uwagę, że problem ten zauważył w swoim komentarzu do *Elementów* Johannes Campanus z Novary, a zarówno Bradwardine, jak i Kilvington korzystali najprawdopodobniej właśnie z dokonanego przezeń przekładu dzieła Euklidesa[49]. Campanus w swoim komentarzu stwierdza, że dowolny kąt prostoliniowy jest większy niż nieskończona liczba kątów styczności[50]. Tomasz Bradwardine natomiast zmienia sens tego twierdzenia, głosząc, że każdy kąt prostoliniowy jest nieskończenie większy od kąta styczności[51]. Tym samym sugeruje czytelnikowi, że na dowolny kąt prostoliniowy może złożyć się nieskończenie wiele kątów styczności i, *per consequens*, że kąty styczności pozostają w pewnej, nieskończonej, proporcji do kątów prostoliniowych. Łatwo dojść do takiego wniosku, gdy uzna się istnienie tylko potencjalnych nieskończoności, które – jak pamiętamy – dla myślicieli średniowiecznych były *de facto* bardzo dużymi wielkościami (lub zbiorami) skończonymi[52]. Zresztą w swojej *Geometrii teoretycznej* Bradwardine wprost uznaje istnienie proporcji pomiędzy wielkością nieskończoną a skończoną[53].

---

[45] Zob. Thomas Bradwardine, *dz. cyt.*, 78, s. 78*–79* {416–417}: *Si sic, angulus contingentie dividi per rectam. Sit abc angulus contingentie et punctus contingentie b; tunc per 67^am abc potest dividi in infinitos angulos contingentie; et in quoscumque dividitur tot habet puncta immediata b inter bc rectam et circumferentie portionem, quia quilibet angulus contingentie in quem dividitur vel potest dividi, habet suum proprium punctum immediatum b; igitur infinita sunt puncta immediata b inter bc et ac, igitur ibi potest optime duci recta ad b non secando, nec tangendo, bc vel ab. Et hoc consequens est contra 15^am 3^ii Elementorum Euclidis.*

[46] Zob. tamże, 17, s. 26*–27* {364–365}: *Angulum contingentie quamlibet in angulum contingentie et angulum periferie super rectam, quoque basim trianguli contingentie oppositam angulo contingentie in duas rectas, et totum triangulum contingentie in triangulum contingentie minorem et triangulum a portionibus circumferentiarum et rectam contentam per circulum maiorem secare*. Zob. także: tamże, 67, s. 72*–73* {410–411}: *Omnem angulum rectilineum sive contingentie in tales angulos dividi infinitos.*

[47] Zob. rozdział III. 4. 3 niniejszej książki.

[48] E.D. Sylla, *Bradwardine Thomas*, s. 864.

[49] Zob. rozdział III. 3 oraz III. 4. 3 niniejszej książki. Zob. A.G. Molland, *An Examination of Bradwardine's Geometry*, s. 150.

[50] Zob. J.E. Murdoch, *The Medieval Language of Proportions*, s. 243.

[51] Zob. Thomas Bradwardine, *Geometria Speculativa*, 2.306, 2.307; A.G. Molland, *An Examination…*, s. 163.

[52] Zob. rozdział III. 4. 5 niniejszej książki.

[53] Thomas Bradwardine, *Geometria Speculativa*, 3.35, s. 98: *Ex ista potest sumi argumentum ad probandum quod unum infinitum non sit maius alio, quoniam omnium infinitorum ad unam*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Ryszard Kilvington, jak się wydaje, nawiązał bezpośrednio do przedstawionych powyżej twierdzeń z *Geometria speculativa* Bradwardine'a, gdy w kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* przeprowadzał analizę relacji pomiędzy kątami styczności a kątami prostoliniowymi. Twierdził on, przypomnijmy, że „kąt styczności jest nieskończenie małą częścią kata prostego", i konsekwentnie, że kąt styczności pozostaje w pewnej proporcji do kąta prostego[54]. Ostatecznie, na podstawie tych twierdzeń Kilvington dochodzi do absurdalnego wniosku, że kąt prosty jest w pewnym sensie nieskończony i żaden kąt nie może być od niego większy. Tym samym podtrzymuje opinię o nieistnieniu jakiejkolwiek proporcji pomiędzy tym, co skończone, a nieskończonością i wykazuje fałszywość jednego z twierdzeń zawartych w *Geometria speculativa* Tomasza Bradwardine'a[55].

Przedstawiona powyżej Kilvingtona krytyka opinii Bradwardine'a mogła stać się zalążkiem sporu pomiędzy tymi dwoma filozofami. Nie możemy, oczywiście, być absolutnie pewni, że taki spór zaistniał, jednak niektóre twierdzenia omawianego tutaj *De continuo* Tomasza Bradwardine'a, podobnie jak polemiczne fragmenty jego najsłynniejszego dzieła, *De causa Dei*, wydają się wymierzone wprost przeciwko koncepcji nieskończoności wypracowanej przez Ryszarda Kilvingtona we wspominanej tutaj kwestii: *Utrum unum infinitum potest esse maius alio*, zawartej w jego komentarzu do *Sentencji* Piotra Lombarda[56].

Dwudziesta trzecia, przedostatnia definicja spośród stanowiących pierwszą część *Traktatu o wielkościach ciągłych* Tomasza Bradwardine'a brzmi następująco:

> *INFINITUM CATHEGOREMATICE ET SIMPLICITER est quantum sine fine* (*Nieskończoność* [*rozumiana*] *kategorematycznie i 'po prostu' to wielkość, która nie posiada końca*),

ostatnia zaś (24):

> *INFINITUM SINKATHEGOREMATICE ET SECUNDUM QUID est quantum finitum, et finitum maius isto, et finitum maius isto maiori, et sic sine fine ultimo terminante; et hoc est quantum, et*

---

quantitatem finitam est equalis excessus, quia infinitus, et per consequens equalis proportio (podkreślenie moje – R. P.).

[54] Ricardus Kilvington, *Utrum continuum sit divisibile in infinitum*, s. 158: *Et istam consequentiam probo, quia si angulus contingentiae non haberet proportionem ad angulum rectum, sequitur quod nullus angulus esset maior angulo recto. Probo consequentiam, quia secundum istam positionem sequitur, quod angulus rectus sit infinitus, cum habeat infinitas partes proportionales, quarum nulla pars unius est pars alterius, et quaelibet est maior angulo contingentiae. Igitur, tunc angulus rectus est infinitus, et cum unum infinitum non sit maius alio infinito – sicut patet III „Physicorum"; igitur nullus angulus est maior angulo recto, quod est probandum*.

[55] Zob. rozdział III. 4. 3 niniejszej książki. O niemożliwości istnienia proporcji pomiędzy wielkościami skończonymi i nieskończonoscią był również przekonany *Calculator* – Ryszard Swineshead. W jego *Liber calculationum* czytamy: *Infinita quasi sophismata possunt fieri de infinito que omnia si diligenter inspexeris quod nullius partis ad totum infinitum est aliqua proportio faciliter dissolvere poteris per predicta* (podkreślenie moje – R. P.); Ricardus Swineshead, *Liber calculationum*, Venetiis (Wenecja) 1520, f. 8v, col. 2.

[56] Zob. rozdział III. 4. 6 niniejszej książki.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

NON TANTUM QUIN MAIUS (*Nieskończoność* [*rozumiana*] *synkategorematycznie i 'pod pewnym względem' to* [*pewna*] *wielkość skończona i inna skończona od tej większa, i inna skończona większa od tej większej, i tak bez końca* [*,bez wskazywania*] *ostatniej; i jest ona nie tak wielka, żeby nie mogło być odeń większej*)[57].

Konstruując swoją koncepcję nieskończoności, Ryszard Kilvington wprowadził rozróżnienie nieskończoności *simpliciter* ('po prostu') i nieskończoności *secundum quid* ('pod pewnym względem'). Nieskończoności zarówno pierwszego, jak i drugiego rodzaju są w jego koncepcji pojmowane jako aktualne, według terminologii arystotelesowskiej[58]. Warto także podkreślić, że Kilvington nie wykorzystuje nigdzie określenia *infinitum cathegorematice* ani *infinitum sinkathegorematice*, ani też, ówcześnie powszechnie stosowanej, procedury zamiany kolejności terminu 'nieskończenie wiele' i określanego nim rzeczownika w zdaniach[59].

Tomasz Bradwardine natomiast w powyżej przedstawionych definicjach jednoznacznie łączy terminy *infinitum simpliciter* i *infinitum secundum quid* z tradycyjnym podziałem nieskończoności na – odpowiednio – aktualną i potencjalną. Należy tutaj ponadto podkreślić, że żaden filozof oksfordzki przed Ryszardem Kilvingtonem i Tomaszem Bradwardinem nie użył terminu *infinitum secundum quid*[60].Pozostaje tajemnicą historii, który z nich pierwszy wprowadził to rozróżnienie, jako że *Traktat o wielkościach ciągłych* powstał pomiędzy 1328 a 1335 rokiem, a kwestie Kilvingtona do *Sentencji* datowane są na lata 1333–1334[61].Nawet jeśli ten ostatni tekst jest późniejszy, nie możemy przecież wykluczyć, że Bradwardine zapoznał się z koncepcją nieskończoności Ryszarda Kilvingtona przy okazji mniej lub bardziej nieformalnych uniwersyteckich dyskusji. Trudno wszak znaleźć inne uzasadnienie dla wprowadzenia przez autora *De continuo* nowej nomenklatury poza takim, że chciał on w ten sposób skorygo-

[57] Thomas Bradwardine, *Tractatus de continuo*, s. 3* {341} (Podkreślenia moje – R. P.).

[58] Zob. rozdział III. 4. 5 niniejszej książki.

[59] Zob. rozdział III. 4. 3 niniejszej książki.

[60] Anna Davenport sugeruje, że terminu tego używa już Roger Bacon. Jednak w dostępnych dziełach tego filozofa nigdzie go nie odnalazłem. Zob. A.A. Davenport, *Measure of a Different Greatness. The Intensive Infinite 1250–1650*, Leiden−Boston−Köln 1999, s. 263. Zob. Roger Bacon, *Quaestiones supra librum De causis*, Robert Steele (wyd.), [w:] *Opera hactenus inedita Rogeri Baconi*, Londini (Londyn) 1935, s. 82–88. Terminy *infinitum simpliciter – infinitum secundum quid* odnalazłem w zawartej w kodeksie Bibliotheque Nationale, fonds latins 15888, f. 41va–44ra, anonimowej kwestii: *Utrum unum infinitum sit maius alio infinito*. *Item arguo quod nullum infinitum sit alio maius (...)*. Kwestia ta powstała najprawdopodobniej w czasach Kilvingtona i Bradwardine'a. Konstanty Michalski wskazuje bowiem, że w tym samym kodeksie znajdują się kwestie autorstwa Tomasza Buckinghama, myśliciela współczesnego tymże dwóm, zob. K. Michalski, *Prądy filozoficzne w Oksfordzie i w Paryżu w XIV w.*, [w:] *Filozofia wieków średnich*, Kraków 1997, s. 140. Zob. także przypis 66 poniżej. Wspomnianymi terminami posługiwał się także paryski franciszkanin Nicolas Bonet (zm. ok. 1343), przy czym warto zauważyć, że zarówno *infinitum simpliciter*, jak i *secundum quid* pojmował on tak jak Kilvington – jako nieskończoności aktualne. Zob. P. Duhem, *Medieval Cosmology*, s. 108, 558.

[61] Zob. E. Jung-Palczewska, *Works by Richard Kilvington*, s. 198.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

wać i zapobiec rozprzestrzenieniu się błędnych w jego opinii poglądów Kilvingtona co do możliwości odnalezienia mnogości czy wielkości nieskończonych w świecie stworzeń[62].

IV. 3. Zwolennicy i oponenci koncepcji struktury kontinuum i nieskończoności Ryszarda Kilvingtona

IV. 3.1. Krytyka koncepcji nieskończoności Ryszarda Kilvingtona w *De causa Dei* Tomasza Bradwardine'a

Traktat *De continuo* Tomasza Bradwardine'a łączy z wypracowaną przez Kilvingtona koncepcją nieskończoności jedynie użycie terminów *infinitum simpliciter − infinitum secundum quid*. W najsłynniejszym dziele Bradwardine'a, datowanym na 1344 traktacie *De causa Dei contra Pelagium*, odnajdziemy natomiast obszerne fragmenty polemiczne, które wydają się być wymierzone wprost przeciwko nowatorskim pomysłom Ryszarda Kilvingtona[63].

Jak wspominałem, Kilvington akceptuje poglądy Wilhelma Ockhama w odniesieniu do możliwości zaistnienia nieskończoności aktualnej. Za Ockhamem uznaje ilość części proporcjonalnych dowolnej wielkości ciągłej za wzorcowy przykład takiej nieskończoności[64]. Opinia ta pociąga jednak za sobą trudności, których Ockham nie zdołał przezwyciężyć[65]. Otóż, jeśli uznamy wyżej przedsta-

[62] Tomasz Bradwardine, co prawda, nieco dalej w swoim traktacie zamieszcza pewne wyjaśnienia, są one jednak niejasne i mało wiarygodne, biorąc pod uwagę ugruntowaną już w jego czasach tradycję dyskusji na temat możliwości zaistnienia nieskończoności aktualnej w świecie. Por. Thomas Bradwardine, *Tractatus de continuo*, s. 3* {341}: *Hic 24 diffinitiones ponuntur quarum 22 priores manifeste sunt satis. Pro duabus vero reliquis est sciendum, quod infinitum privative simpliciter est illud quod communiter infinitum cathegorematice solet dici. Reliquum vero infinitum sinkathegorematice communiter apellatur. Sed proprietas greci sermonis latinis non innotescit, adeo ut latini malint diffinire per latinum notum quam grecum ignotum.* Warto jednak zauważyć, że w innym miejscu swojego dzieła Bradwardine odnosi się do bliżej nieokreślonych filozofów, uznających *infinita secundum quid* za nieskończoności aktualne. Zob. tamże, s. 6* {344}: *Ex hac igitur diffinitione patet error quorundam volentium faciliter vitare difficultates accidentes qui dicunt infinitum numquam sinkathegorematice, sed cathegorematice. Sed illi multa dicta physica salvare non possunt, videlicet: „continuum divisibile esse In infinitum", „medium potest subtiliare in infinitum", „motus potest velocitari in infinitum"; quia hic ly 'infinitum' non potest exponi cathegorematice, quia sic continuum non est divisibile, et sic de aliis.*

[63] Bradwardine w swoim dziele nie przywołuje, co prawda, Kilvingtona z nazwiska czy z imienia. Autora krytykowanych pomysłów opisuje natomiast enigmatycznym mianem: *falsigraphus*. Określenie to pojawia się także w innych pracach Bradwardine'a i dlatego nie może być jednoznacznie przyporządkowywane określonej osobie. Zob. na przykład, <Thomas Bradwardine>, *Thomae Bradwardini Archiepiscopi olim Cantuariensis De causa Dei contra Pelagium et de virtute causarum ad suos Mertonienses*, Londini (Londyn) 1618, s. 123C, 131D; tenże, *Tractatus de continuo*, s. 122* {460}.

[64] Zob. rozdziały II. 4 i III. 4. 5 niniejszej książki.

[65] Zob. A. Goddu, *The Physics of William of Ockham…*, s. 169–170, J.E. Murdoch, *William of Ockham and the Logic…*, s. 174–175.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

wiony wzorzec nieskończoności, tj. będziemy utrzymywać, że w danym odcinku zawiera się aktualnie nieskończenie wiele jego części proporcjonalnych, musimy się jednocześnie zgodzić, że w połowie tego odcinka także zawiera się nieskończenie wiele jego części proporcjonalnych. Konsekwentnie, musimy uznać, że całość jest w pewnym sensie równa swojej części, choć jest wyraźnie od niej większa[66].

Rozważania Ryszarda Kilvingtona zawarte w przywoływanej tutaj wielokrotnie kwestii: *Utrum unum infinitum potest esse maius alio* pozwalają stwierdzić, że podjął się on powyższą trudność przezwyciężyć i że próba ta została zwieńczona sukcesem. W toku dyskusji Kilvington wprowadza rozróżnienie na nieskończoności 'pod względem wymiarów' (*infinitum quantitative*) i nieskończoności 'pod względem ilości' (*infinitum discretive*). Uznaje ponadto, że 'pod względem ilości' części wszystkie nieskończoności występujące (lub możliwe do wyobrażenia) w świecie stworzonym są równe[67]. Dzięki temu rozróżnieniu może utrzymywać, że części proporcjonalnych w danym odcinku jest tyle samo, co w jego połowie, a jednocześnie twierdzić, że cały odcinek jest większy od swojej połowy. Używając nowoczesnej nomenklatury możemy powiedzieć, że Kilvington uznaje wszystkie zbiory nieskończone za równoliczne, niezależnie od zachodzących pomiędzy nimi zależności typu „zbiór-podzbiór"[68]. Udaje mu się zatem pogodzić powszechne w średniowieczu przekonanie, że wszystkie nieskończoności aktualne – o ile zaistnieją – będą takie same, z równie oczywistym dla wszystkich twierdzeniem, że „całość jest większa od swojej części"[69].

Ryszard Kilvington, co prawda, nie wypowiada powyższych twierdzeń wprost, lecz wynikają one w sposób oczywisty z dyskusji i przykładów zawartych w kwestii *Utrum unum infinitum potest esse maius alio*. Argumentuje on, na przykład, następująco: przyjmijmy istnienie dwóch jednakowych półprostych: A i C, rozpoczynających się w tym samym punkcie B, na których wyznaczymy takiej samej długości odcinki. Gdy następnie *secundum imaginationem* będziemy odejmować od nich te odcinki w ten sposób, że od A odejmujemy je po kolei, a równocześnie od C odejmujemy co drugi odcinek, półprosta A osta-

[66] Rozbudowując ten przykład dalej możemy postawić pytanie, czy nieskończone wielości części proporcjonalnych zawartych w obydwu połowach tego odcinka wzięte łącznie będą większą nieskończonością od nieskończoności części proporcjonalnych całego odcinka, czy raczej będą one równe?

[67] Zob. rozdział III. 5. 2 niniejszej książki.

[68] Własność ta obowiązuje – co należy podkreślić – tylko w odniesieniu do nieskończoności *secundum quid*. Nieskończoność *simpliciter* Ryszard Kilvington przypisywał jedynie Bogu i była ona pod każdym względem większa od nieskończoności zrealizowanych lub możliwych do zrealizowania w stworzeniu. Zob. Ricardus Kilvington, *Utrum unum infinitum potest esse maius alio*, ms. Vat. lat. 4353, f. 41r: *[Deus] non possit facere simpliciter infinitum, quod undique secundum omnes suas partes quantitativas et qualitativas – si quas habet – foret infinitum*; Tamże, f. 41v: *Licet omnino oporteat quod Deus possit facere aliquod infinitum in omni virtute, sic tamen quod in omni virtute foret infinitum secundum quid – potest concedi; nec ex hoc sequitur quod esset Deus.*

[69] Zob. rozdziały III. 4. 6 i III. 4. 7 niniejszej książki.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

tecznie będzie zaczynać się w miejscu nieskończenie odległym od B, natomiast C pozostanie w pewnym sensie taka sama – pozostanie bowiem nieskończenie wiele wyciętych z niej odcinków[70].

Podobnie paradoksalne wydaje się inne rozumowanie Kilvingtona zawarte w tej samej kwestii:

> Załóżmy – argumentuje nasz autor – istnienie [dwóch ciał równej wielkości] A i B. Następnie wyznaczmy kolejne [ich] części proporcjonalne. Okazuje się, że każdej części proporcjonalnej jednego [ciała] odpowiada jedna część drugiego i na odwrót; i możliwe jest, że – bez stwarzania jakiejkolwiek nowej części proporcjonalnej – pierwszej części proporcjonalnej założonego [ciała] A odpowiadają dwie części proporcjonalne założonego [ciała] B, a mimo to każdej z pozostałych części proporcjonalnych [ciała] A odpowiada jedna [z pozostałych części] założonego [ciała] B, i tak samo [byłoby,] gdyby ktoś chciał założyć [, że pierwszej części proporcjonalnej ciała A odpowiada] dowolnie dużo [części proporcjonalnych ciała B][71].

W obydwu rozumowaniach autor nasz wykorzystuje metodę przyporządkowywania elementów zbiorów nieskończonych jeden do jednego, a zatem odwołuje się do najbardziej chyba intuicyjnego i naturalnego sposobu przeliczania dowolnych mnogości[72]. Przy tym nie stanowi dla niego problemu fakt, że nieskończony zbiór może mieć tyle samo elementów, co jego właściwy podzbiór. Rozważmy wszakże powyżej przedstawione argumentacje posiłkując się prostszymi metodami.

Niech kolejne elementy zbioru A: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,…} oznaczają kolejne odcinki takiej samej długości wyznaczone na półprostej A z pierwszego z powyższych przykładów; kolejne zaś elementy zbioru B: {I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, …} oznaczają odcinki wyznaczone na półprostej C. Zatem przedstawione w tym argumencie odejmowanie odcinków możemy przedstawić jako następujące przyporządkowanie: 1 – II; 2 – IV; 3 – VI; 4 – VIII itd. Zbiór A można zatem w końcu wyczerpać, podczas gdy ze zbioru B pozostaną następujące, nieskończone co do liczby, elementy: I, III, V, VII, IX… Wynika stąd jednoznacznie, że nieskończony zbiór może zawierać nieskończone ‘pod względem ilości’ równe sobie podzbiory.

Podobnie, posługując się tymi samymi oznaczeniami, możemy rozważyć drugi z przedstawionych przykładów. Tym razem niech elementy zbioru A oznaczają kolejne części proporcjonalne ciała A, natomiast elementy zbioru B kolejne części ciała B. Możemy dokonać prostego przyporządkowania: 1 – I; 2 – II; 3 – III; 4 – IV… wykazując, że ilość części proporcjonalnych w każdym kontinuum jest dokładnie taka sama. Możemy również wykazać, że tyle części proporcjonalnych zawiera się w części danej wielkości ciągłej, ile w niej całej. Wniosek taki sugeruje wszak dalsza część tego przykładu, gdzie Kilvington dokonuje następującego przyporządkowania: 1 – {I, II}; 2 – III; 3 – IV; 4 – V

[70] Ricardus Kilvington, *Utrum unum infinitum…*, f. 39v–40r (Zob. rozdział III. 4. 6 niniejszej pracy, przypis 150).

[71] Tamże, f. 41v (Zob. tamże, przypis 158).

[72] Zob. R. Morris, *Krótka historia nieskończoności*, s. 19.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

itd. Także w tym wypadku bowiem, jak zauważa nasz autor, każdemu elementowi (począwszy od drugiego) zbioru A odpowiada jeden element zbioru B pomimo tego, że zbiór B posiada jak gdyby o jeden element mniej niż zbiór A, czyli może być uznany za jego podzbiór. Co więcej, sytuacja taka zachodzić będzie niezależnie od tego, jak wiele elementów zbioru B przyporządkujemy do pierwszego elementu zbioru A.

Na tych samych podstawach, co powyżej przedstawione argumentacje, zbudowane jest inne rozumowanie Ryszarda Kilvingtona zawarte w kwestii *Utrum unum infnitum potest esse maius alio*. Przyjmijmy, dowodzi nasz autor, że w kolejnych częściach proporcjonalnych jednej godziny dajemy kolejno każdemu z nieskończonej mnogości ludzi po jednej koronie. Nieskończona ilość części proporcjonalnych danego przedziału czasowego (zwykle jednej godziny) jest dla Kilvingtona stałym wzorcem nieskończoności[73]. Dzięki temu jest pewne, że każdy z tych ludzi po upływie tej godziny będzie posiadał jedną koronę. Następnie, odpowiednio w każdej części proporcjonalnej kolejnej godziny niszczymy po kolei korony. Mimo to, wskazuje Kilvington, po upływie tej drugiej godziny każdy z ludzi może nadal posiadać po jednej koronie. Gdy bowiem zniszczona zostanie pierwsza korona, człowiek, który ją posiadał może zabrać koronę swojemu sąsiadowi, ten następnemu i tak w nieskończoność[74]. Choć na pierwszy rzut oka wydaje się to paradoksalne, w świetle powyżej przedstawionych własności zbiorów nieskończonych już takie nie jest. Kilvington, co prawda, ostatecznie stwierdza, że „w końcu drugiej godziny wszystkie [korony] będą zniszczone”[75]. Potwierdza tym samym jedynie to, że w jego koncepcji ilość części proporcjonalnej dowolnej wielkości ciągłej (szczególnie danego odcinka czasu) jest wzorcem aktualnej nieskończoności ‘pod względem ilości’.

Tomasz Bradwardine w *De causa Dei…* prezentuje argumentacje bardzo podobne do powyżej przedstawionych rozumowań Ryszarda Kilvingtona w kontekście dyskusji na temat wieczności świata. Założywszy, na przykład, istnienie nieskończonych mnogości dusz i ciał ludzkich, dowodzi następująco:

> Niech zbiór A zawiera wszystkie dusze, a zbiór B wszystkie ciała, zatem każdej z osobna jednostce ze zbioru A odpowiada dokładnie tylko jedna ze zbioru B i na odwrót, i cały [zbiór A jest równy] całemu [zbiorowi B] (…). A to jest łatwo wykazać przyporządkowując dusze – odwołując się już to do wszechmocy Boga, już to do wyobraźni – następująco:

[73] Zob. rozdział III. 5. 2 niniejszej książki.

[74] Ricardus Kilvington, *Utrum unum infinitum…*, f. 40r: *Dando primi homini primam coronam et secundi homini secundam coronam et sic deinceps secundum omnes partes proportionales unius horae. Et ita econtra posset adnihilari numerus infinitus coronarum per consimiles adnihilationes coronarum secundum partes proportionales in aliquo tempore, sic videlicet quod in prima parte corrumpatur vel adnihiletur unius* [*hominis*] *corona et in secunda secunda corona et sic deinceps. Sed probatur quod non, quia adnihilata prima corona ponatur quod primus homo capiat coronam secundi homini et secundus capiat coronam tertii et sic deinceps, et sequitur quod per totam horam et in fine horae erunt tot coronae quot in principio.*

[75] Tamże, f. 42r: *Concedo quod numerus coronarum potest adnihilari et concedo quod in fine secundae horae erunt omnes corruptae.*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

> pierwsza dusza do pierwszego ciała, druga do drugiego i tak dalej; dzięki czemu każda dusza będzie miała swoje jedynie ciało i każde ciało swoją jedynie duszę[76].

Uznaje zatem, że zbiory nieskończone są równe ‘pod względem ilości’ swoich elementów. Dalej jednak pisze:

> Przyjmując te same co poprzednio [zbiory] A i B, dajmy drugą duszę pierwszemu ciału, czwartą zaś drugiemu, szóstą trzeciemu i tak dalej, aż wykorzystamy całą mnogość dusz, biorąc ze zbioru A co drugi [element], a ze zbioru B po kolei. Ostatecznie każde ciało będzie posiadało duszę, a jednak pozostanie nieskończenie wiele dusz [pozbawionych swoich ciał][77].

Dalej dowodzi, że: „na tej podstawie nadto można by łatwo wykazać, że mnogość [dusz w zbiorze] A wystarcza, by ożywić mnogość [ciał ze zbioru] B lub dwakroć [większą], lub czterokrotnie i tak dalej bez końca”[78]. Ostatecznie, wykorzystując konsekwentnie metodę przyporządkowywania jeden do jednego, Bradwardine wykazuje, że na podstawie powyższych założeń bezzasadne byłoby istnienie jakichkolwiek innych dusz poza należącymi do papieży, których byłoby zresztą również nieskończenie wielu[79].

---

[76] Thomas Bradwardine, *De causa Dei…*, 121B–121E: *Si igitur infinitae sint animae, habuerunt vel habent vel habebunt corpora propria infinita* (...). *Ponantur igitur illa corpora infinita* (...). *Sit A tota multitudo omnium animarum et B tota corporum multitudo; A igitur multitudinis singulae unitates; B singulis unitatibus, et omnes omnibus, et econtra, aequaliter correspondent* (...). *Quod et ut patule demonstretur, his ita dispositis distribuantur animae per Dei omnipotentiam, vel per imaginationem hoc modo: Prima primo corpori; secunda secundo, et ita deinceps, qua distributione quaelibet anima unicum corpus habebit et quodlibet corpus unicam animam.*

[77] Tamże, s. 122B: *Dispositis A et B ut prius, detur secunda anima primo corpori, et quarta secundo, sextaque tertio, et ita deinceps, quamdiu multitudo sufficit animarum, semper in A multitudine alternando, in B vero multitudine continue procedendo; et sic in fine erunt singula et omnia corpora B multitudinis animata et adhuc supererunt animae infinitae.*

[78] Tamże, s. 123A: *Ex his quoque ulterius luculenter infertur quod A multitudo sufficit animare B multitudinem, et duplam, et quadruplam, et deinceps sine termino, sine statu. Quod et patet fortassis expressius, si B multitudini addatur C multitudo aequalis mixtis unitatibus alternatim hinc inde, secundum ordinem praetaxatum, vel etiam C unitatibus positis separatim correspondenter B unitatibus singillatim, et fiat distributio animarum continua isto modo. Da primam primo corpori B, secundam primo C, tertiam secundo B, quartam secundo C, et sic deinceps, quamdiu habueris sufficientiam animarum: qua distributione hoc modo completa, nulla anima sine corpore, nec ullum corpus sine anima remanebit.*

[79] Tamże, s. 121E, 123A: *Adhuc autem ut ratio dilucidetur apertius, ponatur quod sicut mundus et species humana sunt aeterni anterius, ita aeternaliter habuerit unicum principem omnium, puta Imperatorem vel Papam, qui et omnes exempli causa Papae vocentur. Sicut igitur secundum hypothesin infiniti homines praecesserunt, sic et Papae similiter infiniti; quare et nunc sunt solorum Paparum animae infinitae, quae si distribuantur corporibus modo praedicto, sufficiunt ad singula et omnia corpora animanda; immo et sufficiunt ut corporibus singulis mille animae, et plures quotcunque volueris tribuantur, quod potest demonstrari clarissime sicut supra* (...). *Si autem volueris ut omnibus istis corporibus plenarie animatis, remaneant animae infinitae ut prius fiat alterna distributio animarum sicut superius tangebatur, secundum ordinem tamen corporum proximo praelibatum; et fiat anterioratio remanentium animarum, et habebis certissime quod volebas, et secundum hunc modum potes adhuc similiter addere D aliam multitudinem, et E et F et quotcunque volueris, et ipsas ex A similiter animare: Quod et potest demonstrari similiter de Papalibus animabus. Simili quoque modo potest ostendi, quod quantalibet multitudo corporum*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Zaskakuje sprawność, z jaką Bradwardine operuje na zbiorach nieskończonych. Podkreślić jednak trzeba tutaj fakt, że rozumowania te − z punktu widzenia współczesnej nam koncepcji nieskończoności jak najbardziej poprawne − buduje on w celu wykazania fałszywości koncepcji odwiecznego istnienia świata. Oznacza to, że zdaniem Tomasza Bradwardine'a równoliczność zbiorów nieskończonych i ich właściwych podzbiorów była absurdalna i stać się mogła kolejnym argumentem przeciwko istnieniu aktualnych nieskończoności. Z drugiej jednak strony, jak widzimy, nie wahał się on przyjmować tej własności zbiorów nieskończonych w rozważaniach *secundum imaginationem*. Warto nadto zauważyć, że za pomocą przywołanej przez niego procedury równie dobrze można obalić jeden z klasycznych argumentów wysuwanych przeciw odwiecznemu istnieniu świata: różnicy pomiędzy nieskończonymi, a jednocześnie różnymi ilościami obiegów Słońca i Księżyca[80]. Zastanawiające jest zatem, dlaczego Bradwardine zdecydował się odwołać do tak oryginalnej i wyrafinowanej z jednej strony, z drugiej zaś niekonkluzywnej argumentacji, odnosząc się do kwestii, która *de facto* była już zamknięta.

Odpowiedzi może tutaj dostarczyć podobieństwo między przedstawionymi wyżej argumentacjami Tomasza Bradwardine'a z *De causa Dei…* a omówionymi wcześniej rozumowaniami Ryszarda Kilvingtona z *Utrum unum infinitum potest esse maius alio*. Warto wspomnieć, że w dziele Tomasza Bradwardine'a odnajdziemy dużo więcej fragmentów wyraźnie nawiązujących do tekstu kwestii Kilvingtona. Szczególnie godna uwagi jest tutaj argumentacja Bradwardine'a, w której odwołuje się on powtórnie do przytoczonych twierdzeń o istnieniu nieskończonej mnogości ludzi. Przykład rozpoczyna od założenia, że Bóg daje każdemu człowiekowi po jednym denarze w nagrodę za całodzienną pracę. Z jednej strony możliwe jest – wykazuje na podstawie wcześniejszych ustaleń – aby jeden z ludzi dostał tysiąc denarów, a i tak wystarczy pieniędzy dla wszystkich pozostałych ludzi. Z drugiej jednak, przy tych samych założeniach, można tak rozdzielić denary, ażeby w boskim skarbcu pozostało ich nieskończenie wiele. „Któż zatem tak oszukałby i wyrządził tak wielką szkodę Bogu?" – zapytuje na koniec Bradwardine[81]. W tym wypadku trudno

---

communium, et etiam Papalium correspondet singulis unitatibus animarum. Sed quis inconvenientias et repugnantias tantas feret? ut quid etiam, quaeso, tanta, et tam excessiva superfluitas animarum pro tot corporibus seu hominibus animandis, quando plene sufficiunt pauciores, etiam animae Papales, et adhuc quantumlibet pauciores, sicut praemissa demonstrant? ut quid ibi superfluunt animae infinitae, et infinities infinitae, ut patet perspicue de praemissis? ut quid etiam (insuper) tanta et tam excessiva superfluitas corporum, pro tot spiritibus hospitandis, pro tot hominibus componendis, quando plene sufficerent pauciora, etiam corpora Papalia, et adhuc quantumlibet pauciora? ut quid ergo ibi superfluunt corpora infinita, et infinities infinita, sicut ex prioribus clare patet?

[80] Zob. rozdziały II. 2 i II. 3 niniejszej książki.

[81] Thomas Bradwardine, *De causa Dei…*, 123C–124B: *Amplius autem si isti homines infiniti pro opere suo diurno ex conventione cum Deo reciperent vespere singuli singulos denarios, quomodo secundum praemissa reciperent superfluos denarios, immo denarios infinitos? Quis enim habet, vel qui habent denarios illos superfluos infinitos, cum nullus habeat nisi unum*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

mieć jeszcze wątpliwości zarówno co do źródła inspiracji, jak i celu krytyki Tomasza Bradwardine'a – wystarczy tylko zamienić denary na korony[82].

Biorąc pod uwagę ujawniające się w przedstawionych argumentacjach umiejętności retoryczne Tomasza Bradwardine'a oraz autorytet, jakim jego pisma cieszyły się przez kolejne lata nie tylko w Oksfordzie, nie powinno nas dziwić, że koncepcja nieskończoności Ryszarda Kilvingtona została na tak długo wymazana z historii filozofii. W świetle powyższych faktów nie powinno być dla nas zaskoczeniem także i to, że trzysta lat później Galileusz za paradoksalny uznał fakt, że kwadratów liczb naturalnych jest tyle samo, co liczb naturalnych, choć jednocześnie zbiór kwadratów liczb naturalnych jest właściwym podzbiorem zbioru liczb naturalnych[83].

IV. 3.2. Spadkobiercy pomysłów Ryszarda Kilvingtona

Najprawdopodobniej to właśnie przeprowadzona przez Tomasza Bradwardine'a krytyka koncepcji Kilvingtona sprawiła, że koncepcja równoliczności zbiorów nieskończonych była obca kolejnym pokoleniom filozofów. Błędem byłoby jednak mniemać, że inne pomysły naszego autora pozostały niezauważone lub zapomniane[84]. Zainteresowaniem wielu myślicieli cieszyła się

---

denarium; nec aliqui eorum, nec omnes habent aliquos denarios, aliquemve denarium in communi; quomodo posset quilibet istorum secundum praemissa habere ex istis solis denariis non multiplicatis, non auctis, mille denarios, immo decem millia et quotcunque voluerit, etiam infinitos? (...) *Posset namque secundum praemissa ex istis solis denariis non multiplicatis, non auctis, quos per suos iustos labores communiter meruerunt, tradere uni eorum mille, vel quotcunque denarios etiam infinitos, et ita alteri, ac deinceps singulis singillatim, vel omnibus illis simul. Sed quis imposuerit fraudem vel malitiam ullam Deo?*

[82] Zob. przypis 76 powyżej.

[83] Zob. R. Morris, *dz. cyt.*, s. 20.

[84] Należy w tym miejscu zauważyć, że w – przywoływanej już tutaj – anonimowej kwestii *Utrum unum infinitum sit maius alio infinito* (zob. przypis 62 powyżej) zawarta jest dyskusja przypominająca jeden z przytoczonych powyżej argumentów Ryszarda Kilvingtona dotyczących równoliczności zbiorów nieskończonych, mianowicie przykład, w którym każdy z nieskończonej mnogości ludzi otrzymuje po jednej koronie. Fragment ten przypomina jednocześnie krytykę tego argumentu, przeprowadzoną przez Tomasza Bradwardine'a w *De causa Dei,* a to z tego powodu, że równoliczność zbiorów nieskończonych jest w nim sprowadzona do sprzeczności: ilość koron może jednocześnie być taka sama, jak ilość ludzi, a jednocześnie dwa razy większa. Możemy zatem przypuszczać, że Bradwardine nie był osamotniony w krytyce koncepcji nieskończoności Kilvingtona. Tym bardziej zrozumiały jest fakt, że została ona tak szybko zapomniana. Zob. <Anonim>, *Utrum unum infinitum sit maius alio infinito*, MS, Paryż, Bibl. Nat., fonds latins 15888, f. 42rb: *sunt infiniti homines versus orientem quorum quilibet habet coronam; tunc numerus coronarum est aequalis numero hominum et est maior. Et sic ex numero isto infinito posito sequatur contradictio quod atque numerus coronarum sit aequalis numero hominis patet per positum, quod sit maior. Patet, quia aufertur coronae a capitibus et ponatur coram eis et capiat primus homo secundam et secundus quartam et sic in infinitum alternatim, tunc coronae acceptae sunt aequales* [*numero*] *hominibus et tot quot sunt acceptae remanebunt; igitur primus numerus coronarum fuit maior quam hominum. Similiter hanc quilibet homo quatuor vel quinque coronas sic potest capere ex numero isto cum numquam sit status.* Zob. przypisy 76 oraz 84 powyżej.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

szczególnie jedna spośród konstrukcji zamieszczonych w kwestii: *Utrum continuum sit divisibile in infinitum*. Rozważania dotyczące własności opisanej przez Kilvingtona *linea girativa* – o tym argumencie bowiem tutaj mowa – odnajdziemy jeszcze w szesnastowiecznych tekstach filozoficznych[85].

IV. 3.2A. „GEOMETRIA NIESKOŃCZONOŚCI" – *LINEA GIRATIVA* W KWESTIACH DO *SENTENCJI* ROGERA ROSETHA

Pierwszym znanym nam z nazwiska autorem średniowiecznym, który w swoich rozważaniach dyskutuje wymyślony przez Ryszarda Kilvingtona przykład linii o nieskończonej długości, jest Roger Roseth (*fl. ca.* 1335), także oksfordczyk[86]. O filozofie tym wiemy niewiele, na pewno jednak można go zaliczyć w poczet myślicieli współczesnych Adamowi Wodehamowi, Ryszardowi Kilvingtonowi i Tomaszowi Bradwardine'owi, choć fakt, że komentując *Sentencje* przywołał już z nazwiska Wodehama i Bradwardine'a sugeruje, iż był od nich nieco młodszy[87]. Poza omówionym dalej przykładem linii spiralnej, odnajdziemy także u Rosetha fragment bez wątpienia inspirowany jednym z *Sofizmatów* Ryszarda Kilvingtona.

W drugim artykule czwartej kwestii do *Sentencji* Lombarda Roger Roseth rozważa wyimaginowany przypadek jednoczesnego wzrastania intensywności łaski, którą zostają obdarzeni Platon i Sokrates, przy czym wzrost intensywności jest mierzony stosownie do typowego także dla Kilvingtona wzorca, jakim są kolejne części proporcjonalne jednej godziny. Roseth przyjmuje ponadto, że intensywność łaski, którą otrzymuje Sokrates, wzrasta dwakroć szybciej niż intensywność łaski, którą obdarzany jest Platon, i że Sokrates przestaje istnieć w chwili kończącej dany odcinek czasu, tj. jedną godzinę. Pytanie, jakie stawia tutaj Roseth, brzmi: czy intensywność łaski posiadanej przez Sokratesa będzie dokładnie dwa razy większa od intensywności łaski Platona w chwili kończącej tę godzinę, czy nie?[88] Zarówno problem, jak i następujące dalej rozważania są niemal dosłownym powtórzeniem tekstu dziesiątego z *Sofizmatów* Ryszarda Kilvingtona: *Socrates erit in duplo albior quam Plato erit albus in A instanti* (*Sokrates będzie dwakroć bardziej biały od Platona, który będzie biały, w chwili A*)[89]. Jedyną różnicę stanowi to, że 'biel' Roseth zastępuje 'łaską', choć

[85] Warto w tym miejscu podkreślić, że Tomasz Bradwardine nigdzie w dostępnych nam pracach nie przeprowadza krytycznej analizy konstrukcji linii spiralnej wymyślonej przez Kilvingtona.

[86] Konstrukcja i rozważania na temat własności, jakimi charakteryzuje się *linea girativa*, odnajdziemy także w przywoływanej w przypisie 86 anonimowej kwestii *Utrum unum infinitum…*, f. 43rb: *Linea girativa per singulas partes corporis columpnaris cuius qualibet pars vel linea extrema circularis est pedalis quantitatis infinita esset*.

[87] O. Hallamaa, *dz. cyt.*, s. 15.

[88] Zob. Roger Roseth, Quaestio 4, articulus 2: *Utrum caritas possit augeri in perfectione sine aliquo adveniente*, [w:] tenże, *Lectura super Sententias*, s. 225–226.

[89] Zob. tamże, s. 226–231; Ricardus Kilvington, *Sophismata,* sophisma 10, s. 17–19.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

współczesny badacz dzieł tego myśliciela, Olli Hallamaa, stara się przypisać jego analizom dużo większy stopień oryginalności[90].

Inne fragmenty przywołanej tutaj kwestii do *Sentencji* Rosetha również mniej lub bardziej przypominają rozważania Ryszarda Kilvingtona, także te zawarte w przedstawionej wcześniej kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum*[91]. W świetle tego możemy być niemal pewni, że Roseth znał prace Ryszarda Kilvingtona, o ile nie był wręcz uczestnikiem prowadzonych niego zajęć. To przekonanie umacnia szczegółowa analiza własności linii spiralnych przeprowadzona przez Rogera Rosetha w ramach artykułu drugiego piątej jego kwestii do *Sentencji*: *Utrum aliqua creatura possit esse infinita* (*Czy jakiś byt stworzony może być nieskończony?*)[92].

W toku dyskusji najpierw skrótowo przedstawia on konstrukcję linii spiralnej, której kolejne zwoje obiegają kolejne części proporcjonalne walca (*corpus columnare*). Następnie zauważa, że skoro części tych jest nieskończenie wiele, to i kolejnych równej długości zwojów składających się na tę linię także jest nieskończenie wiele[93]. Ostatecznie jednak stwierdza, że żadna linia spiralna opisana na tym walcu nie obiega wszystkich części proporcjonalnych, choć kolejne zwoje możemy łączyć *secundum imaginationem* w nieskończoność[94]. Taka linia spiralna może być zatem przedłużana w nieskończoność i w tym sen-

[90] Zob. O. Hallamma, *On the Borderline between Logic and Theology: Roger Roseth, 'Sophismata', and Augmentation of Charity*, „Documenti e studi sulla tradizione filosofica medievale" XI (2000), s. 354–371. Nie możemy także wykluczyć, iż Roger Roseth zapożyczył tę dyskusję z kwestii Kilvingtona do *Sentencji* Lombarda. Jest to o tyle prawdopodobne, że Ryszard Kilvington często – jak mówiliśmy powyżej – sam powracał do schematów rozumowań rozwiniętych w swoich *Sofizmatach*, przekształcając je odpowiednio do kontekstu. Zob. rozdział III. 2 niniejszej książki.

[91] Zob. np. Roger Roseth, *dz. cyt.*, s. 165: *Sed probo modo quod non semper sit idem homo qui prius, quando fit talis augmentatio, quia ponatur quod Sorti adveniat aliqua pars nova, puta digitus, quia sit Sortes sine digito et adveniat sibi digitus novus. Et sit illud sine digito A*. Ricardus Kilvington, *Utrum continuum …*, s. XXI.

[92] W tym samym artykule Roseth rozważa także problem zależności pomiędzy kątem prostoliniowym i kątem styczności (*angulus contingentiae*). W toku dyskusji zauważa, iż: *każdy kąt prostoliniowy jest ponad wszelką proporcję większy od kąta styczności, ponieważ każdy kąt styczności jest w nieskończoność bardziej ostry niż jakikolwiek kąt prosty* (*Angulus contingentiae exceditur a quocumque angulo rectilineo ultra omnem proportionem, quia angulus contingentiae in infinitum est acutior quocumque angulo rectilineo*). Ostatecznie jednak Roseth stwierdza, że kąt prostoliniowy jest tylko skończenie większy od kąta styczności: *Ista res, quae est angulus contingentiae, solum finite exceditur ab ista re, quae est angulus rectilineus*, nie dając temu wnioskowi żadnego uzasadnienia. Zob. Roger Roseth, Quaestio 5, articulus 2: *Utrum aliqua creatura possit esse infinita*, [w:] tenże, *Lectura…*, s. 282–283. Ze względu na to, że zapoczątkowane jeszcze przez Campanusa z Novary dyskusje dotyczące kątów styczności były w początkach czternastego stulecia dość powszechne, nie możemy w tym punkcie doszukiwać się powiązań pomiędzy rozważaniami Rosetha a tymi, które zaprezentował Ryszard Kilvington. Tym bardziej, że Kilvington zaprzeczał istnieniu jakiejkolwiek proporcji – nawet nieskończonej – pomiędzy kątem styczności a dowolnym kątem prostoliniowym. Zob. rozdziały III. 4. 3 i IV. 2 niniejszej książki.

[93] Zob. Roger Roseth, *tamże*, s. 266–267.

[94] Zob. tamże, s. 269–270.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

sie jest nieskończona, lecz – jak stwierdza Roseth – aktualnie nieskończenie długa linia spiralna nie istnieje. Warto zauważyć, że filozof ten, inaczej niż Ryszard Kilvington, w swoich rozważaniach odróżniał nieskończoność synkategorematyczną od kategorematycznej[95]. Na tej podstawie można przypuszczać, że Roseth bądź nie znał, bądź też nie zaakceptował dokonanego przez Wilhelma Ockhama przedefiniowania terminu 'nieskończoność aktualna', choć uznawał istnienie aktualnie nieskończenie wielu części proporcjonalnych w dowolnej wielkości ciągłej[96].

Roger Roseth nie kończy swoich analiz własności nieskończenie długiej linii spiralnej przedstawionym powyżej stwierdzeniem. W zamieszczonej dalej argumentacji przeciw temu wnioskowi zastanawia się, czy poprowadzona w opisany sposób linia spiralna będzie krótsza, dłuższa, czy też równej długości z linią spiralną poprowadzoną w taki sam sposób na dwa razy wyższym walcu[97]. Ryszard Kilvington, jak pamiętamy, dyskutował podobny problem, rozpatrując zależność pomiędzy długością linii spiralnej poprowadzonej na całym walcu a długością tej linii po odjęciu pierwszego jej zwoju, czyli zwoju obiegającego pierwszą połowę walca. „Rozwiązał" go, wskazując, że linia ta jest w pewnym sensie równa pierwszemu zwojowi, ponieważ odległość pomiędzy krańcami pozostałej części nieskończonej linii spiralnej jest równa odległości pomiędzy krańcami pierwszego zwoju[98].

Roger Roseth jest tutaj, jeśli można tak powiedzieć, uczciwszy od Kilvingtona, chociaż kosztem logicznej i matematycznej konsekwencji. Ostatecznie stwierdza bowiem, że żadna z rozważanych linii spiralnych nie jest dłuższa od drugiej, ale nie są też one równej długości[99]. Tym samym przyjmuje istnienie bytów matematycznych, których nie dotyczą kategorie: 'równy' czy 'większy-mniejszy', choć łatwo mógłby – jak się wydaje – wskazać kryterium dla porównywania ich długości. Skoro bowiem takie linie spiralne opisuje jako nieskończone synkategorematycznie, to znaczy, że obiegają one bardzo dużo, ale tylko skończenie wiele kolejnych części proporcjonalnych danych walców. Składają się więc ze skończenie wielu zwojów, których liczba jest równa liczbie części proporcjonalnych przez nie opisywanych. Zatem długość każdej z tych linii skorelowana jest z ilością opisanych przez nie części proporcjonalnych, a możemy przecież porównywać bardzo duże liczby. Czyżby zatem Rogerowi Rosethowi nie chodziło jednak tutaj o nieskończoność w sensie synkategorematycznym? A może po prostu, podobnie jak w opisanym wcześniej przypadku, przepisał rozważania swojego starszego kolegi, Ryszarda Kilvingtona, nie do końca je rozumiejąc?

---

[95] Zob. O. Hallamaa, *Continuum, Infinity and Analysis in Theology*, „Miscellanea Mediaevalia" Band 25(1998), s. 383–384. Zob. rozdział III. 4. 3 niniejszej książki.

[96] Zob. rozdział II. 4 niniejszej książki.

[97] Roger Roseth, *tamże*, s. 271–272.

[98] Zob. rozdział III. 4. 5 niniejszej książki.

[99] Roger Roseth, *tamże*, s. 272: (…) *nec in A est maior linea girativa quam in B, nec minor, nec tantae longitudinis quantae est in B.*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Tak czy inaczej, przedstawione powyżej fragmenty dzieła Rogera Rosetha wskazują, że rozważania Ryszarda Kilvingtona na temat nieskończoności wzbudziły jednak pewne zainteresowanie wśród współczesnych mu myślicieli oksfordzkich. Mimo to, poza tekstami Rogera Rosetha, Tomasza Bradwardine'a i Adama Wodehama w pracach innych czternastowiecznych oksfordczyków odnajdziemy tylko bardzo dalekie i przez to jedynie prawdopodobne nawiązania do pomysłów i rozwiązań zawartych w kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum*[100].

Sam Ryszard Kilvington był w znacznym stopniu winien tego, że współcześni mu myśliciele oksfordzcy „wyławiali" z jego tekstów tylko pojedyncze przykłady, traktując je raczej jak trudne i ciekawe łamigłówki logiczne lub jako punkt wyjścia dla przedstawienia własnych, mniej lub bardziej oryginalnych pomysłów. Kilvington nie zaprezentował wszak swoich koncepcji w sposób jasny i uporządkowany, a poszczególne dowody nie służą jako potwierdzenie przedstawionych wcześniej i uznawanych przezeń teorii. Dopiero dzięki całościowej i żmudnej analizie argumentacji Kilvingtona można odtworzyć teorie leżące u ich podstaw. Nie powinno zatem dziwić, że wszystkie pisma autora popularnego w czternastowiecznym Oksfordzie zbioru sofizmatów traktowane były raczej jako źródło tego rodzaju zagadek i nikt, poza wyraźnie negatywnie doń nastawionym Tomaszem Bradwardinem, nie doszukiwał się w nich oryginalnych koncepcji filozoficznych.

Edith Sylla w jednym ze swoich doskonałych artykułów zauważa, że idee głoszone przez Oksfordzkich Kalkulatorów, szczególnie te zwykle określane mianem „nowej fizyki", szybko przeniknęły także na Uniwersytet Paryski. Ponieważ jednak dokonywało się to głównie za pośrednictwem podróżujących z jednego do drugiego ośrodka studentów *artes liberales*, to utożsamiano je tam automatycznie z tzw. angielskimi subtelnościami, tj. logiką terministyczną i sofizmatami. Dlatego też dzieła z filozofii przyrody Ryszarda Kilvingtona, Tomasza Bradwardine'a oraz ich intelektualnych spadkobierców w Paryżu i innych ośrodkach akademickich średniowiecznej Europy rozpoznawane były raczej jako *Libelli sophistarum*[101]. Nazwa ta szczególnie dobrze oddaje sens przypisywany tekstom Kilvingtona także przez większość współczesnych mu filozofów oksfordzkich, można więc podejrzewać, że teksty Kilvingtona tak samo były odbierane przez myślicieli paryskich.

[100] Dla przykładu, inspirowany fragmentem omówionej powyżej kwestii Kilvingtona wydaje się jeden ze zbioru sofizmatów Wilhelma Heytesbury'ego, a mianowicie sofizmat 18: *Infinita sunt finita*. Zob. Guillaume Heytesbury, *Sophismata*, Fabienne Pironet (wyd.), URL = <http://mapageweb.umontreal.ca/pironetf/Sophismata.html>. Zob. Ricardus Kilvington, *Utrum continuum sit divisibile in infinitum*, s. XXI.

[101] Zob. E.D. Sylla, *Transmission of the New Physics of the Fourteenth Century from England to the Continent*, [w:] *La nouvelle physique du XIV^e siecle* (Biblioteca di Nuncius, Studi e Testi XXIV), S. Caroti, P. Souffrin (red.), Firenze 1997, s. 72.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

IV. 3.2B. KOMENTARZ DO *SENTENCJI* GRZEGORZA Z RIMINI

Według Edith Sylli koncepcje filozoficzne czternastowiecznych autorów oksfordzkich pojawiają się w Paryżu po raz pierwszy w pismach Grzegorza z Rimini[102]. Jest on jednocześnie pierwszym przedstawicielem ośrodka paryskiego, który w swoim (datowanym na 1344 rok) komentarzu do *Sentencji* Piotra Lombarda cytuje Wilhelma Ockhama, Tomasza Bradwardine'a i Williama Heytesbury'ego. William Courtenay twierdzi, że Grzegorz z Rimini znał również pisma Ryszarda Kilvingtona[103]. W znanych nam dziełach tego paryskiego filozofa nie odnajdziemy jednak bezpośrednich nawiązań do pomysłów zawartych w *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* Kilvingtona, choć niektóre z twierdzeń Grzegorza z Rimini odnoszących się do kwestii istnienia nieskończoności aktualnych w znacznym stopniu przypominają opinie naszego autora. Podobieństwo to wynika raczej z faktu, że Grzegorz z Rimini, tak samo jak Kilvington, w pełni akceptuje i włącza do swoich rozważań teorię nieskończoności wypracowaną przez Wilhelma Ockhama. Nie mamy jednak żadnych podstaw, by twierdzić, że ten paryski myśliciel poznał ją za pośrednictwem prac Ryszarda Kilvingtona.

Podobnie jak Ockham, Grzegorz z Rimini dokonuje przeformułowania tradycyjnych, arystotelesowskich definicji nieskończoności. Stwierdza, że pojmowanie nieskończoności aktualnej (kategorematycznej) jako: „tak wielkiej, że nie może być od niej nic większego" (*tantum quod non maius vel tot quod non plura*) oraz nieskończoności potencjalnej (synkategorematycznej) jako: „nie tak wielkiej, żeby nie było od niej większej" (*non tantum quin maius* albo – w odniesieniu do mnogości – *non tot quin plura*), nie pozwala rozwiązać wielu trudności, które z pojęciem nieskończoności się wiążą. Dlatego też, jego zdaniem, nieskończoność kategorematyczna nie powinna być rozumiana jako coś w rodzaju maksymalnej wielkości lub mnogości, lecz jako coś: „co przewyższa wszystko skończone ponad wszelką proporcję" (*quod excedit quodcumque finitum ultra omnem proportionem*)[104]. Nieskończoność synkategorematyczna według Grzegorza z Rimini powinna być natomiast określana jako: *quantocumque finito maius, vel quodcumque finitis plura* (*większa niż jakakolwiek wielkość*

[102] Zob. tamże. Informacje na temat biografii i poglądów Grzegorza z Rimini, zob. Ch. Schabel, *Gregory of Rimini*, [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2001 Edition), E.N. Zalta (red.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/fall2001/entries/gregory-rimini/>.

[103] W.J. Courtenay, *The rôle of English Thought in the Transformation of University Education in the Late Middle Ages*, [w:] *Rebirth, Reform and Resilience. University in Transition 1300–1700*, J.M. Kittelson, P. Transue (red.), Columbus 1984, s. 121–122. Kevin Smith twierdzi, że w poglądach Grzegorza z Rimini można także odnaleźć nawiązania do twierdzeń Waltera Burleya i Adama Wodehama. Zob. K. Smith, *Ockham's Influence on Gregory of Rimini Natural Philosophy*, "Διαλεθεις", Ακαδημαϊκό έτος 1996–97, Λευκωσια (Leukozja) 1999, s. 142.

[104] Warto tutaj zwrócić uwagę na użyte przez Grzegorza sformułowanie: *ultra omnem proportionem*, które sugeruje, iż jego zdaniem nie istnieje proporcja pomiędzy nieskończonością a wielkościami skończonymi. To samo twierdził Ryszard Kilvington w przeciwieństwie do Tomasza Bradwardine'a. Zob. rozdział IV. 2 niniejszej książki.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

skończona, lub liczniejsza od jakiejkolwiek skończonej [*mnogości*])[105]. Wilhelm Ockham, jak pamiętamy, także odwrócił tradycyjne definicje nieskończoności. Uzasadnieniem tego była wewnętrzna sprzeczność, którą dostrzegł on w definicji nieskończoności aktualnej pojmowanej jako maksimum[106]. Wprowadzone przez Grzegorza z Rimini rozróżnienie nieskończoności kategorematycznych i synkategorematycznych odpowiada także, co warto tutaj podkreślić, wypracowanemu przez Ryszarda Kilvingtona podziałowi na nieskończoności *simpliciter* i *secundum quid*[107]. Pamiętajmy jednak, że zarówno Wilhelm Ockham, jak i Ryszard Kilvington nie wykorzystywali ani logicznego, ani też terminologicznego rozróżnienia nieskończoności *sinkathegorematice vel cathegorematice sumptis*. Co więcej, każdy z nich przyjmował, że każda nieskończoność dająca się zdefiniować jako wielkość, która „zawsze ma coś poza sobą", jest nieskończonością aktualną[108].

Badacze, którzy analizowali koncepcję nieskończoności Grzegorza z Rimini, byli zaskakująco niechętni, by przyznać, że filozof ten także nieskończoność synkategorematyczną uznawał za nieskończoność aktualną[109]. Ostrożność tę szczególnie trudno zrozumieć, gdy weźmie się pod uwagę jego twierdzenia dotyczące nieskończonego podziału kontinuum. Stwierdza on wszak wyraźnie, że niezależnie, czy terminowi 'nieskończenie wiele' przypisujemy sens kategorematyczny, czy synkategorematyczny, zdanie: „każda wielkość składa się z nieskończenie wielu części równych co do swoich wymiarów", jest prawdziwe[110]. W innym miejscu zaś pisze, że każda z nieskończonej mnogości części dowolnej wielkości ciągłej istnieje aktualnie[111]. Obydwa te twierdzenia ponownie odsyłają nas wprost do koncepcji struktury wielkości ciągłych skonstruowanej przez Wilhelma Ockhama[112]. Powinno się zatem przyjąć, że dla Grzegorza z Rimini ilość części dowolnego kontinuum jest aktualnie nieskończona, choć nie możemy go podzielić na aktualnie nieskończenie wiele części[113]. Najlepszym potwierdzeniem tego wniosku mogą być rozważania tego autora na temat zależności pomiędzy nieskończoną mnogością części a wielkością ciągłą, na którą się one składają. Pierre Duhem sugeruje, co prawda, że rozważania te rozgrywają się jedynie na poziomie logiki, ale wydaje się to nadmiernym uproszczeniem[114].

---

[105] Cytaty z Komentarza do *Sentencji* Grzegorza z Rimini podaję za: K. Smith, *tamże*, s. 138–140; przekład na j. polski własny.

[106] Zob. rozdział II. 4 niniejszej książki.

[107] Zob. rozdział IV. 2 niniejszej książki.

[108] Zob. rozdziały II. 4 i II. 4. 5 niniejszej książki.

[109] Zob. K. Smith, *dz. cyt.*, s. 135–140; P. Duhem, *dz. cyt.*, s. 109–119.

[110] Gregorius de Arimino, *In secundum Sententiarum*, za: P. Duhem, *dz. cyt.*, s. 118.

[111] Gregorius de Arimino, *In primum Sententiarum*: *Non est de ratione infiniti simpliciter sumpti quod aliquid eius sit tantum in potentia; quod patet in multitudine infinita partium continui, quarum quaelibet est actu sicut aliqua earum; nec ejus est aliqua pars in actu, aliqua vero in potentia tantum*, za: P. Duhem, *dz. cyt*., s. 118.

[112] Zob. rozdział II. 4 niniejszej książki.

[113] Zob. P. Duhem, *dz. cyt.*, s. 118–119.

[114] Zob. tamże, s. 116–117.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Grzegorz z Rimini zauważa, że kiedy używamy sformułowania ‘wszystkie części’ w odniesieniu do części dowolnej wielkości ciągłej, możemy je rozumieć dwojako: *distributive* (‘z osobna’) i *collective* (‘łącznie’). Zgodnie z tym podziałem twierdzenie, że wszystkie części wzięte z osobna składają się na daną wielkość ciągłą, jest fałszywe, kiedy natomiast bierzemy je łącznie, zdanie takie będzie prawdziwe[115]. We współczesnej nam nomenklaturze powiedzielibyśmy, że Grzegorz odróżnia tutaj konglomerat części od ich zbioru. Wyjaśnia bowiem, że nie da się wskazać wszystkich części jakiejkolwiek wielkości, wyróżniając je lub wyliczając z osobna, bo wielkość tę można podzielić na wiele innych sposobów, a nadto zawsze pozostaną części przez nas niewyróżnione. Kiedy jednak mówimy o częściach z punktu widzenia całości, to możemy ją pojmować jako zbiór wszystkich, nieskończonych co do ilości części[116]. Warto zauważyć, że zbliżone do powyższych sformułowania znajdziemy także w ramach odpowiedzi Kilvingtona do szóstego z argumentów zasadniczych jego kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum*. Analizował on tam, jak pamiętamy, problematykę relacji „część-całość” w odniesieniu do wielkości ciągłych. Ryszard Kilvington, podobnie jak później Grzegorz z Rimini, ostatecznie stwierdził, że całość składa się ze swoich części: *non* (…) *in sensu compositionis sed in sensu divisionis*[117]. Podobieństwo powyższych koncepcji możemy niewątpliwie złożyć na karb przejęcia pomysłów Wilhelma Ockhama przez obydwu filozofów.

W tekstach Grzegorza z Rimini odnajdziemy także geometryczne dowody przeciwko atomizmowi. Żaden z nich jednak nie przypomina omówionych powyżej konstrukcji Ryszarda Kilvingtona. Co ciekawe, obok standardowych argumentów, odwołujących się do niewspółmierności przekątnej i boku danego kwadratu oraz porównywania długości obwodów dwóch koncentrycznych okręgów, Grzegorz z Rimini wykorzystuje kilka dowodów z *De continuo* Tomasza Bradwardine’a, choć się do tego nie przyznaje[118]. Porównuje, na przykład, długość półokręgu i jego średnicy za pomocą serii wzajemnie równoległych odcinków prostopadłych do tej średnicy[119]. Wykazuje także, iż na gruncie atomizmu musimy uznać, że długość obwodu kwadratu i okręgu są takie same[120]. Nawet najbardziej oryginalny z przytoczonych przez Grzegorza z Rimini dowodów jest raczej banalny i skierowany być może jedynie przeciwko teorii głoszącej złożenie kontinuum ze skończonej liczby elementów niepodzielnych. Wykazuje on bowiem, że tego rodzaju atomizm nie pozwala skonstruować trójkąta równoramiennego, którego boki będą miały długość większą niż jego podstawa[121].

[115] Gregorius de Arimino, *In primum Sententiarum*, za: P. Duhem, *dz. cyt.*, s. 117.
[116] Tamże.
[117] Zob. rozdział III. 4. 7 niniejszej książki.
[118] K. Smith, *dz. cyt.*, s. 126–130. Zob. rozdział II. 4 niniejszej książki.
[119] Odpowiedni fragment komentarza Grzegorza z Rimini do *Sentencji* podaje K. Smith, *dz. cyt.*, s. 127, przyp. 51. Zob. także przypis 32 powyżej.
[120] Zob. K. Smith, *dz. cyt.*, s. 127, przyp. 50. Zob. także Thomas Bradwardine, *Tractatus de continuo*, 88, s. 87* {425}.
[121] Zob. K. Smith, *dz. cyt.*, s. 128–130.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

W dziełach Grzegorza z Rimini analizy geometryczne pełnią więc tak samo marginalną rolę, jak w pismach jego duchowego mistrza: Wilhelma Ockhama, i daleko im do wyrafinowania konstrukcji Ryszarda Kilvingtona czy Tomasza Bradwardine'a.

IV. 3.2c. *TRACTATUS DE INFINITO* JANA BURYDANA

Przedstawiając koncepcję nieskończoności Jana Burydana (ok. 1295–1358), John Murdoch i Johannes Thijssen w swoim wspólnym artykule wykazują, że przeprowadzone przez tego myśliciela analizy miały właściwie tylko logiczno-semantyczny charakter[122]. Sugerują tym samym, że *rationes mathematicae* Burydan traktuje podobnie, jak Grzegorz z Rimini i Wilhelm Ockham. Co prawda, Thijssen i Murdoch wspominają w tym artykule o omawianym przez Burydana przykładzie nieskończenie długiej linii spiralnej, ale czynią to niejako przy okazji, przedstawiając go tylko w jednym krótkim akapicie[123]. Jan Burydan analizie własności linii spiralnej poświęcił zaś w całości jedną spośród swoich kwestii do *Fizyki*: *Utrum linea aliqua girativa sit infinita, et semper accipio infinitum categorematice* (*Czy pewna linia spiralna jest nieskończona, przyjmując tutaj nieskończoność w sensie kategorematycznym?*)[124]. Konstrukcja nieskończenie długiej linii spiralnej pojawia się, jak pamiętamy, w średniowieczu po raz pierwszy w tekstach Ryszarda Kilvingtona. Dlatego też warto przyjrzeć się bliżej rozważaniom Burydana, dopełniając niejako pracę wspomnianych powyżej badaczy. Najpierw jednak należy przedstawić koncepcję nieskończoności tego paryskiego filozofa.

Pierre Duhem twierdzi, że w sześciu końcowych kwestiach swojego komentarza do III księgi *Fizyki* Arystotelesa, składających się na jego *Tractatus de infinito*, Jan Burydan dyskutuje krok po kroku koncepcję nieskończoności Grzegorza z Rimini. Zdaniem tego badacza, Burydan dąży w nich do wykazania, że nieskończoność kategorematyczna nie może być w świecie zrealizowana

[122] Zob. J.E. Murdoch, J.M.M.H. Thijssen, *John Buridan on Infinity*, s. 131–140, na stronie 149 zaś czytamy: "Most characteristic of Buridan's discussion of the infinite is the predominance of propositional analysis". Informacje na temat biografii i poglądów Jana Burydana: E. Jung-Palczewska, *Jan Burydan – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia, Antologia…*, E. Jung-Palczewska (red.), s. 262–267; J. Zupko, *Jean Buridan*, [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2002 Edition), E.N. Zalta (red.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/summer2002/entries/buridan/>.

[123] Zob. J.E. Murdoch, J.M.M.H. Thijssen, *dz. cyt.*, s. 141–142. Jest to o tyle ciekawe, że już Pierre Duhem w swoim najsłynniejszym dziele na kilku stronach szczegółowo omawia ten matematyczny przykład, który wszakże odsyła nas bezpośrednio do pomysłów Ryszarda Kilvingtona. Zob. P. Duhem, *dz. cyt.*, s. 119–123.

[124] Jeszcze bardziej godny uwagi jest tutaj fakt, że kwestia ta została wraz z pięcioma innymi wydana współcześnie przez Thijssena jako *Traktat o nieskończoności* Jana Burydana, Zob. *John Buridan's 'Tractatus de infinito'*, s. 23–33. Jak wyjaśnia Thijssen, sześć wydanych przezeń łącznie kwestii do *Fizyki* Jana Burydana funkcjonowało jako odrębny *Tractatus de infinito* jeszcze w średniowieczu. Zob. J.M.M.H. Thijssen, *Introduction*, [w:] *John Buridan's 'Tractatus…'*, s. xv–xvi.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

i że możliwe jest zaistnienie tylko synkategorematycznie nieskończonych wielkości[125]. Kiedy jednak przypomnimy sobie, jak radykalnie Grzegorz przedefiniowuje pojęcia *infinitum sinkathegorematice* i *infinitum cathegorematice*, postrzeganie jego koncepcji jako wyłącznego celu krytyki Burydana wydaje się co najmniej uproszczeniem[126]. Jan Burydan pojmuje te dwa rodzaje nieskończoności wyraźnie w tradycyjny sposób, podobnie jak na przykład Tomasz Bradwardine w swoim *De continuo*[127]. W omawianym tutaj traktacie Burydana odnajdziemy także nawiązania do wielu wcześniejszych dyskusji, w których pojawiała się kwestia istnienia aktualnych nieskończoności. Filozof ten omawia chociażby kwestię relacji „część-całość" w mnogościach nieskończonych w kontekście wieczności wszechświata[128]. Odnosząc się do opinii Arystotelesa dotyczących istnienia nieskończoności aktualnych, wskazuje nadto, że żadne ciało nie może być nieskończenie wielkie z powodu skończonej ilości materii w świecie stworzonym[129]. W innym miejscu swojego komentarza do *Fizyki*, Jan Burydan, występując przeciwko atomistom, przywołuje klasyczny argument o wzajemnej niewspółmierności przekątnej i boku kwadratu[130]. W toku wspomnianej powyżej dyskusji na temat istnienia nieskończoności konstruuje natomiast dowód przypominający inny spośród tradycyjnych geometrycznych argumentów kierowanych przeciw atomizmowi, wykorzystany także przez Grzegorza z Rimini.

W jednej z omawianych tutaj kwestii Jana Burydana czytamy:

> Weźmy mały okrąg [wyznaczony] wokół bieguna sfery gwiazd stałych, który ma średnicę jednej jedynie stopy, weźmy także równik niebieski (*circulus aequinoctalis*): niech A oznacza mały okrąg, natomiast B równik; pewne jest, że nie ma więcej części w okręgu B niż w okręgu A ani też odwrotnie[131].

Jest to oczywiście chwyt retoryczny odwołujący się do zdrowego rozsądku czytelnika, nie zaś uczciwe filozoficzne rozumowanie, bowiem czym innym jest

---

[125] Zob. P. Duhem, *dz. cyt.*, s. 119.

[126] Zob. rozdział IV. 3. 2B powyżej.

[127] Johannes Buridanus, *Utrum in continuo sunt partes infinite* (*Quaestiones longae super octo libros Physicorum, Liber III, Qu. 12*), [w:] *John Buridan's 'Tractatus…'*, s. 89–90. Zob. rozdział IV. 2 powyżej.

[128] Zob. Johannes Buridanus, *Utrum in quolibet continuo infinite sunt partes* (*Quaestiones super libros Physicorum, Liber III, Qu. 18*), [w:] *John Buridan's 'Tractatus…'*, s. 51–54. Zob. rozdział II. 2 niniejszej książki.

[129] Zob. Johannes Buridanus , *Utrum est aliquod corpus sensibile actu infinitum (Ibid., Qu. 14)*, s. 3–4.

[130] Zob. tenże, *Utrum linea componitur ex punctis*, [w:] *Johannis Buridani Questiones super libros Physicorum secundum ultimam lecturam*, Venice (Wenecja) 1502 (Reprint: Frankfurt 1964), f. 94rb.

[131] Tenże, *Utrum omni numero est numerus maior supposito semper quod nullum continuum est compositum ex indivisibilibus, sed quod omne continuum est divisibile, ita quod habet partes alias ab invicem et quod quaelibet suarum partium etiam est divisibilis sive habens partes (Ibid., Qu. 17)*, s. 39. Warto tutaj zwrócić uwagę na to, jak Burydan zawęża zasadniczy problem dyskutowany w kwestii. Przypomina to nieco metodę przyjętą przez Kilvingtona. Zob. rozdział III. 5. 2 niniejszej książki.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

ilość części, a czym innym długość obwodu danego okręgu[132]. Niezależnie od tego, nie możemy mieć jednak wątpliwości, że argument powyższy był inspirowany konstrukcją nieskończenie wielu promieni przecinających dwa współśrodkowe okręgi o różnych średnicach, którą odnajdziemy nie tylko w komentarzu do *Sentencji* Grzegorza z Rimini, ale również w dziełach Tomasza Bradwardine'a i Wilhelma Ockhama[133]. W dziele Jana Burydana jest to wszakże, zauważmy, argument przeciwko twierdzeniu o aktualnym istnieniu nieskończonej mnogości części dowolnego kontinuum, a nie przeciw atomizmowi.

Co ciekawe, w ostatniej ze składających się na jego *Traktat o nieskończoności* kwestii Burydan wydaje się jednak uznawać liczbę części dowolnej wielkości ciągłej za aktualnie nieskończoną w sensie, jaki przypisał temu terminowi Ockham, a za nim Kilvington i Grzegorz z Rimini[134]. Burydan twierdzi po pierwsze, że nie można wskazać ostatniej części proporcjonalnej w wielkości ciągłej[135]. Po drugie, odnosząc się do zależności „część-całość", przyznaje, że Bóg może wyróżnić wszystkie części dowolnej wielkości ciągłej, choć nie może ich wyliczyć, tj. określić ich liczby[136]. Wynika to oczywiście z faktu, że Bóg poznaje wszystko w jednym akcie, ale także z tego, że nie da się podać liczby wszystkich tych części wziętych *collective*. Gdybyśmy natomiast chcieli podać ich liczbę *distributive*, popełniamy zasadniczy błąd, łącząc pewną grupę elementów danego zbioru i traktując ją jako całość[137]. W opinii Burydana zatem liczba części proporcjonalnych dowolnego kontinuum jest większa od każdej, dowolnie wielkiej liczby skończonej. Takie samo rozumowanie przeprowadził, przypomnijmy, Grzegorz z Rimini. Stosując identyczną terminologię, stwierdził on, że w odniesieniu do części dowolnej wielkości ciągłej, całości nie należy rozumieć tylko jako prostej sumy jej części[138]. Podobne twierdzenia odnajdziemy także w kwestii Ryszarda Kilvingtona *Utrum continuum sit divisibile in infinitum*[139]. Oczywiście bardziej prawdopodobne jest, że to twierdzenia Grzegorza z Rimini stały się inspiracją dla Jana Burydana.

---

[132] Nikt wszakże nie ma wątpliwości, że każdy z tych okręgów można podzielić na dwa półokręgi. Zdanie rodzaju „mniejszy z okręgów można podzielić na tyle samo części co większy" w tym przypadku nie wydaje się prowadzić do jakiejkolwiek sprzeczności. Zatem, *a fortiori*, do przyjęcia jest także przypadek nieskończonych aktualnie i równych co do ilości części jednego i drugiego okręgu.

[133] Zob. rozdziały II. 4 i IV. 2 niniejszej książki.

[134] Zob. rozdziały II. 4, III. 4. 5 i IV. 3. 2B niniejszej książki.

[135] Johannes Buridanus, *Utrum possibile est infinitam esse magnitudinem et in infinitas partes lineam esse divisam*, (*Quaestiones super libros Physicorum, Liber III, Qu. 19*), [w:] *John Buridan's 'Tractatus…'*, s. 72.

[136] Tamże, s. 79: *concedo quod omnes partes linee B Deus cognoscit ita distincte sicut Sortem et Platonem; sed non cadit in eo proprie actus numerandi, quia ille est apprehendendo unitatem post unitatem, et talis succesio non est in Deo.*

[137] Tamże: *Sed tamen Deus bene numerat ad talem sensum quod omnia scit quot sunt, sed non scit quod omnia sunt, quia capiendo 'omnia' collective nec aliquota nec tot sunt omnia. Et capiendo distributive non est verum dicere quod aliquota sunt omnia, sicut nec aliquoti apostoli sunt omnes apostoli, quamvis omnes apostoli sunt aliquoti apostoli.*

[138] Zob. rozdział IV. 3. 2B powyżej.

[139] Zob. rozdział III. 4. 6 niniejszej książki.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Ani Wilhelm Ockham, ani Tomasz Bradwardine, ani też Grzegorz z Rimini, przynajmniej w dostępnych nam tekstach, nie przywoływali jednak *stricte* geometrycznej konstrukcji, którą Jan Burydan dyskutuje najszerzej, mianowicie nieskończonej linii spiralnej (*linea girativa*)[140]. Nie możemy, co prawda, twierdzić, że Jan Burydan zaczerpnął ten przykład bezpośrednio z kwestii Kilvingtona *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* lub *Utrum unum infinitum potest esse maius alio*[141]. Nie możemy jednak także twierdzić, iż tak na pewno nie było. Czas powstania komentarza Burydana do *Fizyki* określa się pomiędzy 1350 a 1357 rokiem, Kilvington zaś komentował *Sentencje* Piotra Lombarda, jak wspominałem, pomiędzy 1332 a 1334 rokiem[142]. Prace Kilvingtona mogły być znane w Paryżu dzięki studentom, którzy zapewne mieli notatki z prowadzonych przez niego zajęć. Wiadomo nam, na przykład, że pewne twierdzenia Ryszarda Kilvingtona cytował już Jan z Mirecourt, komentując *Sentencje* w roku akademickim 1344–1345[143]. Warto też zauważyć, że najlepsza wersja kwestii Ryszarda Kilvingtona do *De generatione* zawarta jest w kodeksie, który był własnością Mikołaja z Autrecourt, czyli znajdował się w Paryżu przynajmniej od 1347 roku[144]. Bezpośrednim źródłem inspiracji dla Burydana mógł być również, oczywiście, omówiony powyżej fragment komentarza Rogera Rosetha do *Sentencji*[145].

Jan Burydan bada własności, jakie posiada *linea girativa* bardzo metodycznie, dokładnie analizując każde kolejne twierdzenie. Rozpoczyna od szczegółowego przedstawienia konstrukcji takiej linii spiralnej, przy czym jednocześnie odpiera zarzut, że tego rodzaju linii nie da się poprowadzić ze względu na posiadaną przez nią grubość. Na potrzeby dowodu, pisze Burydan, możemy wszak przyjąć, że linia ta nie ma grubości ani szerokości albo że jej grubość tudzież szerokość zmniejsza się proporcjonalnie wraz z obieganiem kolejnych, coraz to mniejszych części proporcjonalnych walca, na którym jest wyznaczona[146]. Dalej, przywołując autorytet Arystotelesa, stwierdza, że przy założeniu nieskończonej podzielności każdej wielkości ciągłej poprowadzona w opisany powyżej sposób linia spiralna będzie posiadała aktualnie nieskończoną długość. To jest

[140] Pierre Duhem przyznaje uczciwie, że przykład ten nie pojawia się w kwestiach Grzegorza z Rimini do *Sentencji*. Uznaje jednak, iż może on być uznany za konsekwencję jego twierdzeń. Zob. P. Duhem, *dz. cyt.*, s. 119.

[141] Zob. rozdział III. 4. 5 niniejszej książki.

[142] Zob. J.M.M.H. Thijssen, *Introduction*, s. xxi. Zob. rozdział III. 1 niniejszej książki.

[143] E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody…*, s. 45.

[144] Chodzi tutaj o kodeks: Paryż, Bibl. Nat. f. lat. 6559, na górze pierwszej karty tego kodeksu znajduje się wystylizowany podpis Mikołaja z Autrecourt. Właśnie pod koniec 1347 roku myśliciel ten został wygnany z Uniwersytetu Paryskiego, a zatem kodeks ten musiał się znaleźć w jego posiadaniu najpóźniej w tymże roku. Por. E. Jung-Palczewska, *Mikołaj z Autrecourt – wprowadzenie*, s. 299–300.

[145] Zob. rozdział IV. 3. 2A powyżej.

[146] Zob. Johannes Buridanus, *Utrum linea aliqua girativa sit infinita, et semper accipio infinitum categorematice* (*Quaestiones super libros Physicorum, Liber III, Qu. 16*), [w:] *John Buridan's 'Tractatus…'*, s. 23–24.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

jednak w sposób oczywisty sprzeczne z ustaleniami Filozofa. *Ista quaestio est mihi difficilis* – przyznaje się w tym miejscu Burydan[147].

Kolejne części omawianej tutaj kwestii Jana Burydana to konsekwentne próby odnalezienia w konstrukcji linii spiralnej czegoś, co zaprzeczyłoby twierdzeniu, że posiada ona aktualnie nieskończoną długość. Parokrotnie zauważa on, że bardzo trudno jest właściwie określić własności tejże linii[148]. Chociaż cel jego analiz jest od początku jasny, to stara się on jednak postępować uczciwie, odrzucając zarzuty sformułowane przez nieznanych nam bliżej myślicieli, które rozpoznaje jako nietrafne lub sofistyczne[149]. Wskazuje tym samym, że inni współcześni mu filozofowie także rozważali wymyśloną przez Ryszarda Kilvingtona konstrukcję nieskończonej linii spiralnej.

W toku rozważań Burydana odnajdziemy wiele wnioskowań i twierdzeń przypominających te, które przedstawił Ryszard Kilvington[150]. Dla przykładu, Burydan konstruuje linię spiralną nieskończoną w obydwie strony (*ex utroque latere*), łącząc początki dwóch zwykłych linii spiralnych w połowie wysokości walca i prowadząc je w przeciwnych kierunkach ku podstawom tego walca[151]. Ostatecznie jednak dochodzi on do odmiennego niż Kilvington wniosku, stwierdzając, że przeprowadzona w opisany sposób linia spiralna nie ma nieskończonej długości, ponieważ nie opisuje wszystkich części proporcjonalnych danego walca[152]. Twierdzenie to Burydan uzasadnia wskazując, że linia przeprowadzona przez wszystkie części proporcjonalne musi przechodzić poza nie (*ultra*), co oznacza, że musi być ona styczna z obwodem górnej podstawy walca[153]. W ten sposób jednak uzyskujemy linię zakończoną z obydwu końców, a zatem odcinek o pewnej bardzo wielkiej, ale skończonej długości. Z drugiej strony, bardzo trudno jest znaleźć błąd w argumentacji, która doprowadza Burydana do powyższego wniosku. Jeśli jakieś ciało – dowodzi on – styka się bezpośrednio z górną podstawą walca, na którym wyznaczona jest *linea girativa*, to linia ta albo także jest styczna z tym ciałem, albo nie[154]. W pierwszym przypadku uznać musimy,

---

[147] Tamże, s. 24–25.

[148] Zob. np. tamże, s. 26: *et non potest assignari quod ad aliquem terminum sit terminata*; s. 27: *Istas conclusiones pono tanquam veras vel tanquam quas credo esse veras et demonstratas vel demonstrabiles*; s. 29: *Sed adhuc est mihi ignotum de quaestione principali, videlicet utrum ista dicta linea girativa sit infinita secundum longitudinem*.

[149] Tamże, s. 24: *Nec valet cavillatio qua dicunt aliqui* (…); s. 26: *Et quia aliqui cavillando volunt dicere* (…).

[150] Tamże, s. 25–29.

[151] Tamże, s. 27. Konstrukcję taką – przypomnijmy – Kilvington zawarł w przywoływanej wyżej kwestii do *Sentencji*, zob. rozdział III. 4. 5 niniejszej książki.

[152] Johannes Buridanus, *Utrum linea aliqua girativa sit infinita*, s. 31: *Ex his infero principalem conclusionem, scilicet quod nulla linea girativa protracta per partes proportionales columne est infinita secundum longitudinem, quia nulla poneretur infinita nisi esset protracta per omnes, et nulla est protracta per omnes, igitur etc.*

[153] Tamże: *nulla est linea girativa una protracta dicto modo per omnes medietates proportionales columne B, quia nulla talis est protracta ultra omnes, ut apparet per casum. Et tamen non est protracta per omnes, nisi sit protracta ultra omnes*.

[154] Zob. tamże, s. 30.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

że górna podstawa walca jest jego ostatnią częścią proporcjonalną, co prowadzi do sprzeczności. Wówczas bowiem musielibyśmy uznać, że pewna uporządkowana mnogość nieskończona posiada zarówno pierwszy, jak i ostatni element, a także, iż pewna część danej wielkości ciągłej jest niepodzielna. Jan Burydan zresztą w innym miejscu swojego *Traktatu* stwierdza wprost, że: „nie istnieje ostatnia połowa proporcjonalna walca" (*non est ultima medietas columne proportionalis*)[155]. Jeśli jednak zgodzimy się na to, że *linea girativa* nie styka się ze wspomnianym ciałem, wówczas – argumentuje Burydan – musimy przyjąć, że pomiędzy górnym krańcem tej linii a podstawą walca pozostaje jakaś odległość. Mamy więc jakieś części proporcjonalne walca, na których ta linia nie została poprowadzona, a zatem nie jest ona aktualnie nieskończona[156]. W świetle tego staje się jasne, dlaczego Burydan uznaje, że rozważana przezeń linia spiralna jest nieskończona tylko *sinkathegorematice*[157]. Kończąc omawianą kwestię stwierdza jednak, że:

> Za pomocą ostatniego rozumowania poprawnie dowodzi się, że jeśli istniałaby pewna [linia spiralna] poprowadzona przez wszystkie [części proporcjonalne walca], byłaby ona nieskończona i nieograniczona poprzez jakiś kres, lecz żadna taka nie istnieje[158].

Jak pamiętamy, problem istnienia bądź nieistnienia punktu styczności linii spiralnej z obwodem górnej podstawy walca stanowił także poważną trudność dla Ryszarda Kilvingtona. Co więcej, analizując jej własności w kwestii *Utrum continuum sit divisibile in infinitum*, Kilvington rozważył dwa alternatywne rozwiązania tego problemu, dokładnie takie same, jakie później, jak się okazuje, przeanalizował Jan Burydan. Kilvington jednak, w przeciwieństwie do paryskiego filozofa, przyjął, że *linea girativa* nie jest styczna z obwodem górnej podstawy walca, twierdząc jednocześnie, że nie dzieli ich żadna odległość. Obwód górnej podstawy walca nazywał zaś wprost 'kresem zewnętrznym' tej linii[159].

Nieintuicyjność wniosku przyjętego przez Ryszarda Kilvingtona w zestawieniu ze zdroworozsądkowym rozwiązaniem Burydana wskazuje w znakomity sposób na różnicę w sposobie uprawiania filozofii przyrody przez obydwu myślicieli. Kilvington potrafi uprawiać naukę na całkowicie teoretycznym gruncie matematyki, bez problemu uwalniając się niejako od ograniczeń rzeczywistości. Jan Burydan najwyraźniej nie umie się ich pozbyć. W geometrii możemy

---

[155] Johannes Buridanus, *Utrum possibile est infinitam esse magnitudinem et in infinitas partes lineam esse divisam*, s. 72.

[156] Tenże, *Utrum linea aliqua girativa sit infinita*, s. 30. Argumentację Burydana można jeszcze wzmocnić następująco: skoro zgodziliśmy się, że każdy, a więc także dowolnie mały odcinek, można podzielić na nieskończenie wiele części proporcjonalnych, zatem pozostało niewyznaczone nieskończenie wiele zwojów tej linii. Tym bardziej ta część linii, która została już wyznaczona, nie może być nieskończona.

[157] Tamże, s. 31: *igitur nulla est protracta per omnes. Sed bene aliqua est protracta per duas, aliqua per centum, aliqua per mille, et sic de quantocumque numero.*

[158] Tamże, s. 33: *Ultima ratio bene arguit quod si esset aliqua* [*linea girativa*] *protensa per omnes* [*partes proportionales columnae*]*, illa esset infinita et ad nullum terminum terminata; sed nulla est talis etc*.

[159] Zob. rozdział III. 4. 5 niniejszej książki.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

wszakże wprowadzić do swoich rozważań walec, który nie ma górnej podstawy czy brzegu. W świecie rzeczywistym ciała takiego nie da się wytworzyć. Różnica ta ilustruje także odmienne postrzeganie zależności pomiędzy matematyką a filozofią przyrody. Jan Burydan, jak pisze Johannes Thijssen, uznawał twierdzenia matematyki, zarówno z dziedziny geometrii, jak i arytmetyki, za zależne od ustaleń filozofii przyrody, a nawet metafizyki[160]. Zdaniem Burydana prawdy geometrii nie są nam znane *per se*[161]. Wręcz przeciwnie, również w odniesieniu do najbardziej nas tutaj interesującego problemu struktury wielkości ciągłych, są one wtórne wobec twierdzeń innych nauk i muszą być z nich najpierw wywiedzione[162]. Dlatego też, wedle Burydana, filozofowie wykorzystujący dowody geometryczne przeciw atomizmowi budowali swoje rozważania, popadając w „błędne koło", przez co ich wartość staje się wątpliwa. Z tej przyczyny, twierdzi Thijssen, w dziełach Burydana *rationes mathematicae* występują w tak znikomej ilości[163].

W świetle tego swoistym „chichotem historii" możemy nazwać fakt, że wielu zarówno współczesnych Burydanowi, jak i późniejszych filozofów średniowiecznych, nie tylko paryskich, zmagało się z własnościami linii spiralnej nieodmiennie przypisując pomysł tej konstrukcji właśnie jemu. Poprzestanę tutaj tylko na wyliczeniu kilku spośród tych autorów, nie wchodząc w szczegóły proponowanych przez nich rozwiązań, ponieważ wszyscy oni prowadzili swoje rozważania już tylko *modo Buridani*. Analizy własności linii spiralnej napotkamy w pismach żyjących jeszcze w wieku czternastym: Alberta z Saksonii i Johannesa Marcilii Inguen (którego to Pierre Duhem utożsamiał jeszcze z Marsyliuszem z Inghen)[164]. Na początku wieku piętnastego krakowski filozof, Benedykt Hesse, w swoich *Quaestiones super octo libros 'Physicorum' Aristotelis* zamieszcza kwestię: *Utrum aliqua linea girativa sit infinita, accipiendo infinitum categorematice*[165]. Żyjący na przełomie wieków piętnastego i szesnastego

[160] Zob. J.M.M.H. Thijssen, *Buridan on Mathematics*, s. 60, 74–77.

[161] Tamże, s. 59–60.

[162] Tak Thijssen interpretuje następującą wypowiedź Burydana: *Hec ergo declaro, quia magnum dubitabile est et fuit apud antiquos, utrum corpus esset compositum ex punctis indivisibilibus vel non, sed esset divisibile in semper divisibilia. Et illam dubitationem non potest geometer tractare per suam scientiam, sed tractanda est per phisicam vel per metaphisicam, et tamen geometer habet supponere quod continuum non sit compositum ex indivisibilibus, quia si esset compositum ex indivisibilibus, omnes pene conclusiones geometrie esset false* (Johannes Buridanus, *Utrum ad perfecte sciendum aliquem effectum, oportet omnes causas eius scire*, [w:] *Johannis Buridani Quaestiones…*, Lib. I, qu. 5, f. 7ra). Zob. J.M.M.H. Thijssen, *Buridan on Mathematics* , s. 60.

[163] J.M.M.H. Thijssen, *Buridan on Mathematics*, s. 58, 61–62.

[164] Zob. P. Duhem, *dz. cyt.*, s. 125, 129. Edith Sylla wskazuje, że *Quaestiones subtilissime Johannis Marcilii Inguen super octo libros physicorum secundum nominalium viam* (Lyon 1518), z których obszerne fragmenty cytuje Duhem, nie należy przypisywać Marsyliuszowi z Inghen, choć ich autor niewątpliwie prezentuje podobny styl myślenia, zob. E.D. Sylla, *Transmission of the New Physics…*, s. 66, przypis 4.

[165] Zob. Benedictus Hesse, *Utrum aliqua linea girativa sit infinita, accipiendo „infinitum" categorematice*, [w:] *Quaestiones super octo libros 'Physicorum' Aristotelis*, S. Wielgus (wyd.),

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

paryski filozof Jan Maior w 1506 wydaje drukiem *Traktat o nieskończoności* (*Propositum de infinito*)[166]. Pośród znajomo brzmiących argumentacji odnajdziemy w nim również rozciągającą się na wiele stron dyskusję na temat linii spiralnej obiegającej kolejne części proporcjonalne danej kolumny na sposób „węża na drzewie adamowym" (*modo serpentis in arbore Adae*), jak to obrazowo opisuje[167]. Jan Maior wielokrotnie przywołuje z imienia Jana Burydana i Alberta z Saksonii, wyraźnie sprzeciwiając się głoszonym przez nich opiniom co do rodzaju nieskończoności charakteryzującej linię spiralną[168]. Jan Maior jest ostatnim znanym nam filozofem, który podjął wyzwanie przeanalizowania własności nieskończonej linii spiralnej wymyślonej przez Ryszarda Kilvingtona.

Wrocław−Warszawa−Kraków et al. 1984, s. 384–387. Hesse kilkakrotnie przywołuje tutaj Burydana z nazwiska, zob. tamże, s. 385, w. 32 i 45, oraz s. 386, w. 72. Zob. także, S. Wielgus, *Przedmowa*, [w:] Benedictus Hesse, *dz. cyt.*, s. VI–VII, X–XI.

[166] Informacje na temat biografii i poglądów Jana Maiora, zob. J. Biard, *Maior, John (1467–1550)*, [w:] *Routlege Encyclopedia of Philosophy*, t. 6, s. 54–56. Współczesne wydanie *Traktatu…* czytelnik znajdzie w: *Le traite «De l'infini» de Jean Mair*, (tekst łaciński i przekład na j. francuski) H. Élie (wyd.), Paryż 1938.

[167] <Johannes Maior>, *Propositum de infinito Magistri Johannis Maioris*, [w:] *Le traite «De l'infini»…*, s. 12–52.

[168] Zob. tamże, s. 20–22, 44.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

ZAKOŃCZENIE

Przedstawione w tej książce rozważania wskazują jednoznacznie, że niektóre spośród nowatorskich i oryginalnych idei Ryszarda Kilvingtona zawartych w kwestiach *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* oraz *Utrum unum infinitum potest esse maius alio* zaczęły żyć własnym życiem. Pomysł równości czy, mówiąc ściślej: równoliczności nieskończonych zbiorów i ich właściwych podzbiorów, stał się celem natychmiastowej i niewątpliwie skutecznej krytyki Tomasza Bradwardine. Wymyślona przez Kilvingtona *linea girativa* przetrwała nieco dłużej, pełniąc jednak funkcję jedynie bardzo trudnej łamigłówki. W większości dzieł, w których napotkamy tę konstrukcję, jako jej autora wskazuje się zresztą Jana Burydana, a nie Kilvingtona. Inne pomysły tego oksfordczyka popadły natomiast w zapomnienie, wynikające być może z niezrozumienia, a być może także ze sposobu, w jaki je traktował ich autor. Wszakże sam Ryszard Kilvington nie przedstawiał swoich pomysłów w sposób uporządkowany i konsekwentny. Wszystkie jego pisma filozoficzne na pierwszy rzut oka sprawiają wrażenie zbioru zagadek, łamigłówek i paradoksów. Nie powinno zatem dziwić, że współcześni mu filozofowie właśnie tak traktowali jego pomysły, tym bardziej że nazwisko Kilvingtona łączone było w pierwszej kolejności ze słynnym zbiorem *Sofizmatów*.

Nie znaczy to jednak, że idee Ryszarda Kilvingtona nie oddziałały w bardziej znaczący sposób na filozofię średniowieczną. Pomijam oczywiście niewątpliwą kwestię zapoczątkowania tradycji *calculationes* w oksfordzkiej filozofii przyrody. Tutaj ważniejszym wydaje się fakt, że autor nasz w Oksfordzie jako pierwszy poddaje w wątpliwość wprowadzone przez Roberta Grosseteste'a przekonanie o geometrycznej strukturze rzeczywistości. Przekonanie to żywili jeszcze Jan Duns Szkot oraz, współczesny Kilvingtonowi, Tomasz Bradwardine, gdy przeprowadzali swoje krytyki atomizmu za pomocą geometrii[1]. Bradwardine zastanawiał się, co prawda, czy postępowanie takie nie jest obarczone błędem *petitio principii*. Nie stanowiło jednak dla niego problemu uznanie wniosków uzyskanych na gruncie geometrii za obowiązujące w filozofii przyrody. Kilvington natomiast wyraźnie podkreślał, że zbyt wiele różnych czynni-

[1] Zob. rozdziały II. 5, III. 4. 1–III. 4. 7 i IV. 2 niniejszej książki.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

ków wpływa na zjawiska naturalne, by móc je sprowadzać jedynie do pierwotnych praw geometrii[2].

Warto zauważyć, że jeśli chodzi o zależność pomiędzy zjawiskami naturalnymi a prawami geometrii, Ryszard Kilvington nie zajmuje tak radykalnego stanowiska jak Jan Burydan, którego rozważania o nieskończoności również zostały omówione w tej książce. Z zaprezentowanych przez Kilvingtona rozważań jednoznacznie wynika, że nie uznawał on praw geometrii za podstawowe prawa przyrody, ale dopuszczał metody matematyczne jako narzędzie analiz filozoficznych. Uzyskane za pomocą matematyki wnioski z filozofii przyrody przyjmował jako poprawne z tym zastrzeżeniem, że opisywany przez nie obraz świata stanowi pewne uproszczenie, a zatem jedynie przybliżenie faktycznej rzeczywistości[3]. Nigdzie w dostępnych nam tekstach Ryszarda Kilvingtona nie odnajdziemy, niestety, jakiegokolwiek śladu refleksji, dlaczego taki opis jest dopuszczalny. Tomasza Bradwardine'a, którego koncepcja zależności pomiędzy prawami geometrii a przyrodą stanowi przeciwieństwo burydanowskiej, możemy z powodzeniem uznać za kontynuatora myśli Roberta Grosseteste'a. Poglądy Ryszarda Kilvingtona natomiast mieszczą się niejako pomiędzy, jak je określił George Molland, realizmem Tomasza Bradwardine'a a konceptualizmem Jana Burydana[4]. Ryszard Kilvington jako pierwszy odważył się na użycie metod matematycznych jedynie jako narzędzi w ramach rozważań z zakresu filozofii przyrody, bez przydawania im jakiegokolwiek głębszego metafizycznego znaczenia. Takie zadanie przypisywali później matematyce zarówno Ryszard Swineshead w słynnym traktacie *Liber calculationum*, jak i Mikołaj z Oresme w tak samo słynnym *De proportionibus proportionum*[5]. Zatem także w tym sensie pomysły Kilvingtona wyznaczają początek nowego etapu wśredniowiecznej filozofii przyrody, będącego wedle Alistaira Crombiego antycypacją nowożytnej fizyki teoretycznej[6]. Obecnie historycy nauki zajmują raczej krytyczne stanowisko wobec opinii tego badacza i nie dopatrują się źródeł nauki nowożytnej w dokonaniach filozofów średniowiecznych[7]. Nie da się jednak zaprzeczyć, że podobnie jak Kilvington czy Oresme, zajmując się fizyką,

[2] Zob. rozdział III. 5. 1 niniejszej książki. Warto także zauważyć, że w ramach późniejszych dyskusji z dziedziny filozofii przyrody, prowadzonych nie tylko przez średniowiecznych myślicieli oksfordzkich, nie napotkamy już wielkości nieskończenie małych jako elementów opisu rzeczywistości. Od czasu powstania dzieł Ryszarda Kilvingtona punkty i chwile rozumiane są niemal przez wszystkich filozofów czternasto- i piętnastowiecznych jako granice wyróżnianych w ramach danej dyskusji odcinków przestrzeni i czasu, a nie jako ich składowe. Jedynym znanym nam wyjątkiem jest tutaj koncepcja Mikołaja z Autrecourt. Proponowany przezeń atomizm jest jednak obarczony zbyt wieloma niekonsekwencjami i niejasnościami, by traktować go jako poważną teorię filozoficzną. Zob. B.D. Dutton, *Nicholas of Autrecourt and William of Ockham on Atomism, Nominalism, and the Ontology of Motion*, „Medieval Philosophy and Theology" 5 (1996), s. 63–85.

[3] Zob. rozdział III. 5. 2 niniejszej książki.

[4] Zob. A.G. Molland, *An Examination of Bradwardine's Geometry*, s. 131, 174.

[5] Zob. E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody…*, s. 101–104

[6] Zob. A.C. Crombie, *Nauka średniowieczna…*, t. 1, s. 9–50.

[7] Zob. E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody…*, s. 282–291.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

zazwyczaj wykorzystujemy procedury matematyczne jedynie w roli wygodnego i niezawodnego narzędzia i nie przypisujemy im żadnych ukrytych metafizycznych znaczeń[8].

Jedynym znanym nam filozofem, którego dzieło możemy uznać za pomost między średniowiecznymi dyskusjami na temat nieskończoności i struktury wielkości ciągłych a rozważaniami Galileusza, uznawanego powszechnie za jednego z pierwszych przedstawicieli nauki nowożytnej, jest Mikołaj z Kuzy (1401–1464)[9]. Kiedy jednak przyjrzymy się bliżej koncepcji nieskończoności Kuzańczyka, odnajdziemy tam ślady tradycji zupełnie odmiennej niż przedsta-

[8] Zob. na przykład: A. Einstein, *Geometria a doświadczenie*, przeł. K. Napiórkowski, [w:] *Pisma filozoficzne*, Warszawa 2001, s. 82–84: „Geometria zajmuje się przedmiotami, które określa słowami prosta, punkt itd. Nie zakłada się jakiejkolwiek wiedzy lub intuicji na temat tych przedmiotów, lecz tylko prawomocność owych również czysto formalnych, tzn. ujmowanych w oderwaniu od wszelkiej treści wyobrażeniowej i doznaniowej aksjomatów (…). Aksjomaty te są wolnymi tworami ludzkiego umysłu. Wszystkie inne twierdzenia geometryczne są wnioskami logicznymi z (rozumianych tylko nominalistycznie) aksjomatów. Dopiero aksjomaty definiują przedmioty, którymi zajmuje się geometria. (…) Takie przyjmowane przez współczesną aksjomatykę rozumienie aksjomatów oczyszcza matematykę ze wszystkich nie należących do niej elementów i usuwa mistyczną ciemność spowijającą dotąd podstawy matematyki. (…) Z drugiej strony jest jednak pewne, iż matematyka w ogólności, a geometria w szczególności zawdzięcza swoje powstanie potrzebie dowiedzenia się czegoś o zachowaniu się rzeczywistych przedmiotów. (…) Jasne jest, że sam system pojęciowy geometrii aksjomatycznej nie może niczego powiedzieć na temat takich przedmiotów rzeczywistości, które chcielibyśmy określić jako ciała praktycznie sztywne. Aby móc uzyskać takie wypowiedzi, trzeba pozbawić geometrię jej wyłącznie logiczno-formalnego charakteru przez przyporządkowanie pustym schematom pojęciowym geometrii aksjomatycznej przedmiotów rzeczywistości dostępnych dla zmysłów. Aby tego dokonać trzeba dodać tylko takie zdanie: Ciała stałe zachowują się ze względu na możliwości rozmieszczenia tak, jak ciała trójwymiarowej geometrii euklidesowej; twierdzenia geometrii euklidesowej zawierają wtedy wypowiedzi na temat ciał praktycznie sztywnych. Tak uzupełniona geometria jest oczywiście nauką przyrodniczą; możemy ją wręcz uważać za najstarszą gałąź fizyki. Wypowiedzi jej opierają się w istotnej mierze na indukcji z doświadczenia, a nie tylko na logicznym wnioskowaniu. Uzupełnioną w ten sposób geometrię chcielibyśmy nazwać „geometrią praktyczną" i w dalszym ciągu odróżniać ją od „geometrii czysto aksjomatycznej". Pytanie o to, czy geometria praktyczna świata jest euklidesowa, czy nie, ma wyraźny sens i odpowiedź na nie może dać tylko doświadczenie. Wszelkie mierzenie odległości w fizyce jest geometrią praktyczną w tym sensie, podobnie pomiary geodezyjne i astronomiczne, jeśli do pomocy weźmie się z doświadczenia tezę, iż światło rozchodzi się po liniach prostych, mianowicie prostych w sensie geometrii praktycznej". Z drugiej strony jednak Einstein wskazuje, że w przypadku sprzeczności między teorią a doświadczeniem łatwiej jest zdecydować się na przeformułowanie praw fizyki niż na modyfikację praw geometrii. Zob. tamże, s. 84–85: „Ponieważ jednak geometria aksjomatyczna sama nie zawiera żadnych wypowiedzi o rzeczywistości zmysłowej, lecz zawiera je tylko geometria aksjomatyczna w powiązaniu z twierdzeniami fizycznymi, to powinno być – niezależnie od tego, jaka mogłaby być rzeczywistość – możliwe i rozsądne trzymanie się geometrii euklidesowej. Łatwiej bowiem zdecydowalibyśmy się na modyfikację praw fizyki niż na modyfikację geometrii euklidesowej, gdyby pojawiły się sprzeczności między teorią a doświadczeniem". Problem zależności pomiędzy współczesną fizyką teoretyczną a prawami matematyki wykracza jednakże poza tematykę niniejszej pracy. Sformułowana w tekście głównym niniejszej pracy opinia odnosi się do potocznego rozumienia roli matematyki w ramach fizyki klasycznej.

[9] Zob. E. Jung-Palczewska, *Między filozofią przyrody…*, s. 104, 278.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

wiona na kartach tej książki[10]. W utożsamieniu okręgu z wielokątem o nieskończonej liczbie boków, które napotkamy w jednym z jego pism, doszukiwać się należy raczej echa myśli Archimedesa, a ściślej: stosowanej przez tego starożytnego myśliciela metody wyczerpywania, niż śladów czternastowiecznego atomizmu[11].

Podobnie należy traktować przytoczoną przez Mikołaja z Kuzy w najsłynniejszym z jego dzieł, *De docta ignorantia*, konstrukcję, która zaskakująco przypomina jeden z argumentów Ryszarda Kilvingtona[12]. Aby wykazać nieadekwatność dostępnego w jego czasach opisu matematycznego wobec swojej teorii *coincidentia oppositorum*, Kuzańczyk pokazuje, że potrafimy pojąć ciągłe przejście od dowolnego trójkąta do trójkąta, którego kąt wierzchołkowy ma 180 stopni, a kąty u podstawy, konsekwentnie, mają miarę zerową. Co znaczy, że przejście od wielkości (*quantum*) do niepodzielnej nie-wielkości (*non quantum*) jest w sposób oczywisty możliwe, a zatem stanowią one swoistą jedność[13]. W matematyce natomiast jedność taka jest nieopisywalna, a zatem nieosiągalna. Nie możemy, jak się wydaje, w sposób ciągły zmniejszając wysokość danego trójkąta, przejść do „trójkąta" o wysokości zerowej bez dokonania przeskoku, tak jak nie powinniśmy utożsamiać wielokąta o nieskończenie wielkiej ilości boków z okręgiem. Dla wiążącego z pojęciem nieskończoności mistyczne treści Mikołaja z Kuzy nie stanowiło to jednak żadnego problemu. Jedynym powodem i celem, dla którego powinniśmy się w matematyce zajmować nieskończonością było bowiem, jego zdaniem, uchwycenie nieskończoności Boga[14].

> Każda linia – czytamy w *De docta ignorantia* – ma swe istnienie od nieskończonego, które jest wszystkim tym, czym jest. Stąd w linii skończonej jest to wszystko, czym jest linia nieskończona. (*Omnis autem linea habet esse suum ab infinita, quae est omne id quod est. Quare in linea finita omne id, quod est linea infinita*)[15].

W myśli Kuzańczyka zatem akcent w dyskusji nad nieskończonością i istnieniem wielkości niepodzielnych przesuwa się zdecydowanie w kierunku teologii

---

[10] C.B. Boyer, *The History of the Calculus*, s. 93.

[11] Tamże, s. 91. Mówiąc w dużym uproszczeniu, metoda wyczerpywania polegała na przybliżaniu danej krzywej za pomocą trójkątów o coraz to krótszych bokach. W odniesieniu do okręgu sprowadzało się to do konstrukcji wielokątów foremnych o coraz to większej liczbie coraz krótszych boków. Każdy zaś wielokąt foremny możemy rozpatrywać jako pewną liczbę położonych promieniście obok siebie trójkątów równoramiennych posiadających wspólny wierzchołek. Zob. L. Russo, *Zapomniana rewolucja. Grecka myśl naukowa a nauka nowoczesna*, Kraków 2005, s. 67–71; G.E.R. Lloyd, *Nauka grecka po Arystotelesie*, przeł. J. Lesiński, Warszawa 1998, s. 48–49.

[12] Zob. rozdział III. 4. 2 niniejszej książki.

[13] Zob. E. Knobloch, *Galileo and Leibniz: Different Approaches to Infinity*, „Archive for a History of Exact Sciences" 1999, vol. 54, s. 91.

[14] Zob. R. Murawski, *Filozofia matematyki - zarys dziejów*, Poznań 1994, s. 38.

[15] <Nicolaus de Cusa> *Nicolai Cusae De docta ignorantia*, II, V, [w:] *Nicolai Cusae Cardinalis Opera*, Parisiis 1514, s. 119 (przekład mój – R. P.). Murawski cytowany fragment przekłada następująco: „Każda linia skończona ma swe istnienie w tym, co nieskończone, które jest wszystkim tym, czym jest. Stąd w linii skończonej jest to wszystko, czym jest linia jako linia nieskończona". Zob. R. Murawski, *dz. cyt.*, s. 39.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

i opuszcza sferę filozofii przyrody. W przypadku Galileusza sprawa ma się jednak zupełnie inaczej. Sto pięćdziesiąt lat po ukazaniu się dzieła Mikołaja z Kuzy Galileusz także rozważa problem statusu ontycznego *non-quanta*. Czyni to jednak w kontekście swojej próby rozwiązania paradoksu „kół Arystotelesa", zawartego w przypisywanej Stagirycie *Mechanice*[16]. Ostatecznie Galileusz uznaje jednak, że okrąg można uzyskać bez przeskoku, mnożąc ilość boków kolejnych wielokątów w nieskończoność. Tym samym przyjmuje istnienie nieskończenie wielu nieskończenie małych *non-quanta*, które stanowią kres nieskończonego podziału dowolnych wielkości ciągłych[17]. Warto zauważyć, że rozważany przez Galileusza Arystotelesowski przykład nie pojawił się w żadnym ze znanych nam pism średniowiecznych filozofów oksfordzkich. Dlatego też nie powinniśmy doszukiwać się tutaj jakichkolwiek powiązań poza wspomnianą wyżej – ale w wiekach średnich nieortodoksyjną – myślą Kuzańczyka.

[16] Zob. Arystoteles, *Mechanika*, 855a28–856a38, [w:] *Pisma różne*, Warszawa 1978, s. 309–313.
[17] Zob. E. Knobloch, *dz. cyt.*, s. 89–92.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

BIBLIOGRAFIA

TEKSTY ŹRÓDŁOWE

<Anonimus>, *Utrum unum infinitum sit maius alio infinito*, MS. Paryż, Bibliotheque Nationale, fonds. lat. 15888.

<Thomas Bradwardine>, *Thomae Bradwardini Archiepiscopi olim Cantuariensis De causa Dei contra Pelagium et de virtute causarum ad suos Mertonienses*, Londini 1618.

Buridanus Johannes, *Utrum linea componitur ex punctis*, [w:] *Johannis Buridani Questiones super libros Physicorum secundum ultimam lecturam*, Venice 1502 (Reprint: Frankfurt 1964).

<Nicolaus de Cusa> *Nicolai Cusae De docta ignorantia*, [w:] *Nicolai Cusae Cardinalis Opera*, Parisiis 1514.

Hesse Benedictus, *Quaestiones super octo libros 'Physicorum' Aristotelis*, S. Wielgus (wyd.), Wrocław–Warszawa–Kraków et al. 1984.

Kilvington Ricardus, *Utrum iustitia sit virtus moralis perfecta*, MS Watykan, Biblioteca Apostolica Vaticana, Ottob. lat 179.

Kilvington Ricardus, *Utrum unum infinitum potest esse maius alio*, MS Watykan, Biblioteca Apostolica Vaticana, Vat. lat. 4353.

Swineshead Ricardus, *Liber calculationum*, Venetiis 1520.

WYDANIA

Alnwick Gullielmus de, *Determinatio*, 2, MS Vat. Pal. lat 1805, za: J.E. Murdoch, *Naissance et Développement de l'Atomisme au Bas Moyen Âge Latin*, „Cahiers d'études médiévales II: La science et la nature: théories et pratiques", Montreal–Paris 1974.

Bacon Rogerus, *Communia mathematica*, R. Steele (wyd.), Oxford 1940.

Bacon Rogerus, *Compendium studii philosophiae*, [w:] *Fratris Rogeri Baconi opera quaedam hactenus inedita*, J.S. Brewer (wyd.), London 1859.

Bacon Roger, *Quaestiones supra librum De causis*, R. Steele (wyd.), *Opera hactenus inedita Rogeri Baconi*, Londini 1935.

Boetius A.M.S., *De Arithmetica libri duo*, *Patrologiae Cursus Completus…series latina*, J.P. Migne (ed.), t. LXIII, Parisiis 1882.

Bonaventura, *Commentarius in quattuor libros Sententiarum Petri Lombardi*, (Editio minor, *Opera theologica selecta*, Quaracchi 1938).

Bradwardine Thomas, *Geometria speculativa*, [w:] A.G. Molland, *Thomas Bradwardine. Geometria speculativa, Latin text and English translation, with an introduction and commentary*, Stuttgart 1989.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Bradwardine Thomas, *Tractatus de continuo*, J.E. Murdoch (wyd.) [w:] J.E. Murdoch, *Geometry and the Continuum in the Fourteenth Century: A Philosophical Analysis of Thomas Bradwardine's 'Tractatus de continuo'*, Madison 1957.

Bradwardine Thomas Bradwardine, *Tractatus proportionum seu de proportionibus velocitatum in motibus*, H.L. Crosby, Jr. (wyd.), [w:] *Thomas of Bradwardine, His „Tractatus de Proportionibus". Its Significance for the Development of Mathematical Physics*, Madison 1955.

Buridanus Johannes, *Tractatus de infinito (Quaestiones super libros Physicorum secundum ultimam lecturam, Liber III, quaestiones 14–19)*, [w:] *John Buridan's „Tractatus de infinito"*, J.M.M.H. Thijssen (wyd.), Nijmegen 1991.

Chatton Walter, *Quaestio utrum quantum et continuum componantur ex indivisibilibus sicut ex partibus integrantibus*, J.E. Murdoch, E.A. Synan (wyd.), „Franciscan Studies" 26(1966), s. 234–266.

Johannes Duns Scotus, *Ordinatio*, Liber Secundus, dist. II, pars. II, quaestio 5: *Utrum angelus possit moveri de loco ad locum motu continuo*, [w:] *Doctoris Subtilis et Mariani Ioannis Duns Scoti Opera Omnia*, t. VII, Civitas Vaticana 1973.

<Euclides>, *Euclidis Elementorum libri priores XII, ex Commandini et Gregorii, versionibus latinis, ed. Samuel, Episcopus Roffensis, Oxonii: e Typographico Clarendoniano MDCCCII* (1802).

<Abū Hāmid Al-Ġazālī> *Algazel's Metaphysics. A Medieval Translation*, Rev. Muckle J.T., C. S. B. (wyd.), Toronto 1933.

<Robertus Grosseteste>, *Roberti Grosseteste, Episcopi Lincolnienisis, Commentarius in VIII Libros Physicorum Aristotelis*, R.C. Dales (wyd.), Boulder, Colorado 1963.

Grosseteste Robertus, *Commentarius in Posteriorum Analyticorum Libros*, P. Rossi (wyd.), Firenze 1981.

Henry of Harclay, *Ordinary Questions*, Mark G. Henninger SJ (wyd.), Oxford 2008.

Heytesbury Guillaume, *Sophismata*, Fabienne Pironet (wyd.), URL = <http://mapageweb.umontreal.ca/pironetf/Sophismata.html>.

Kilvington Ricardus, *Sophismata*, B.E. Kretzmann, N. Kretzmann (wyd.), Auctores Britannici Medii Aevi XII, Oxford 1991.

Kilvington Ricardus, *Utrum continuum sit divisibile in infinitum*, [w:] R. Podkoński, *Richard Kilvington „Utrum continuum sit divisibile in infinitum" – an edition*, „Mediaevalia Philosophica Polonorum" XXXVI(II), 2007, s. 123–175.

<Johannes Maior>, *Le traite «De l'infini» de Jean Mair*, (wyd. i przekł. na j. franc.) H. Élie, Paryż 1938.

Ockham Gullielmus de, *Expositio super libros Physicorum*, *Libri IV–VIII*, R. Wood, R. Green, G. Gál, J. Giermek, F. Kelly, G. Leibold, G. Etzkorn (wyd.), St. Bonaventure New York 1985 (*Opera philosophica*, t. V).

Ockham Gullielmus de, *Quodlibeta Septem*, Quodlibet I, Quaestio 9: *Utrum linea componatur ex punctis*, [w:] *Gullielmi de Ockham Opera Philosophica et Theologica* (Opera Theologica), t. IX, Joseph C. Way C. S. B. (wyd.), St. Bonaventure N. Y., 1985.

Oresme Nicole, *De proportionibus proportionum. Ad pauca respicientes*, E. Grant (wyd.), Madison 1966.

Roseth Roger, *Lectura super Sententias*, Quaestiones 3, 4 & 5, O. Hallamaa (wyd.), Helsinki 2005.

Wodeham Adam de, *Tractatus de indivisibilibus. A Critical Edition with Introduction, Translation and Textual Notes*, R. Wood (wyd. i przekł. na j. ang.), Dordrecht 1988.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

PRZEKŁADY

Artykuły paryskie potępione przez Stefana Tempier 7 marca 1277 roku, przeł. Wł. Seńko, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIII wieku*, K. Krauze-Błachowicz (red.), Warszawa 2002.

św. Anzelm z Canterbury, *Proslogion*, [w:] *Monologion, Proslogion*, przeł. T. Włodarczyk, Warszawa 1992.

Arystoteles, *Analityki pierwsze*, przeł. K. Leśniak, [w:] *Dzieła wszystkie*, t.1, Warszawa 1990.

Arystoteles, *Analityki wtóre*, przeł. K. Leśniak, [w:] *Dzieła wszystkie*, t. 1, Warszawa 1990.

Arystoteles, *Fizyka*, przeł. K. Leśniak, [w:] *Dzieła wszystkie*, t. 2, Warszawa 1990.

(Pseudo-)Arystoteles, *Mechanika*, przeł. L. Regner, [w:] *Pisma różne*, Warszawa 1978

Arystoteles, *Metafizyka*, przeł. K. Leśniak, [w:] *Dzieła wszystkie*, t. 2, Warszawa 1990.

Arystoteles, *O duszy*, przeł. P. Siwek, Warszawa 1988.

Arystoteles, *O niebie*, przeł. P. Siwek, [w:] *Dzieła wszystkie*, t. 2, Warszawa 1990.

Arystoteles, *O powstawaniu i niszczeniu*, przeł. L. Regner, [w:] *Dzieła wszystkie*, t. 2, Warszawa 1990.

(Pseudo-)Arystoteles, *O odcinkach niepodzielnych*, przeł. L. Regner, [w:] *Pisma różne*, Warszawa 1978.

św. Augustyn, *O państwie Bożym*, przeł. W Kornatowski, Warszawa 2003.

Bacon Roger, *Dzieło większe*, przeł. T. Włodarczyk, Kęty 2006.

Cantor G., *O pozaskończoności*, przeł. R. Murawski, [w:] *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych*, R. Murawski (opr.), Poznań 1994.

Einstein A., *Geometria a doświadczenie*, przeł. K. Napiórkowski, [w:] *Pisma filozoficzne*, Warszawa 2001.

Euclid, *The Thirteen Books of the Elements*, sir Thomas L. Heath (opr. i przekł. ang.), t. 1–3, New York 1956.

<Euklides>, *Euklidesa Początków Geometrii ksiąg ośmioro, to iest sześć pierwszych, iedenasta i dwunasta z dodanemi przypisami…przez Józefa Czecha*, Wilno 1817.

<Euklides>, *Z księgi I Elementów*, ks. I, def. 3, przeł. R. Murawski, [w:] *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych*, R. Murawski (opr.), Poznań 1994.

Grosseteste Robert, *Komentarz do* Fizyki, [w:] M. Boczar, *Grosseteste*, Warszawa 1994.

Grosseteste Robert, *O liniach, kątach i figurach, albo o załamaniu i odbiciu promieni*, [w:] M. Boczar, *Grosseteste*, Warszawa 1994.

Grosseteste Robert, *O świetle, czyli o pochodzeniu form*, [w:] M. Boczar, *Grosseteste*, Warszawa 1994.

Henryk z Gandawy, *Czy może zachodzić jakaś przemiana nie mająca podłoża w materii?*, przeł. M. Gensler, D. Gwis, E. Jung-Palczewska, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIII wieku*, K. Krauze-Błachowicz (red.), Warszawa 2002.

<Ricardus Kilvington>, *The Sophismata of Richard Kilvington*, B.E. Kretzmann, N. Kretzmann (opr. i przekł. i wstęp w j. ang.), Cambridge 1990.

Carus Titus Lucretius, *O naturze rzeczy*, przeł. Grzegorz Żurek, Warszawa 1994.

Platon, *Timaios*, przeł. P. Siwek, [w:] *Timaios. Kritias albo Atlantyk*, Warszawa 1986.

św. Tomasz z Akwinu, *Kwestie dyskutowane o prawdzie*, przeł. L. Kuczyński, t. I, Kęty 1998.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

św. Tomasz z Akwinu, *O wieczności świata*, przeł. J. Salij, [w:] *Dzieła wybrane*, Poznań 1984.
św. Tomasz z Akwinu, *Suma teologiczna*, przeł. P. Bełch, t. 1, Londyn 1975.

OPRACOWANIA

Ancient and Medieval Science, R. Taton (red.), London 1963.
Aveni A., *Rozmowy z planetami. W jaki sposób nauka i mitologia wymyśliły kosmos*, przeł. R. Bartołd, Poznań 2000.
Beaujouan G., *Medieval Science in the Christian West*, [w:] *Ancient and Medieval Science*, R. Taton (red.), London 1963, s. 468–532.
Biard J., *Maior, John (1467–1550)*, [w:] *Routlege Encyclopedia of Philosophy*, t. 6, s. 54–56.
Boczar M., *Grosseteste*, Warszawa 1994.
Bourbaki N., *Elementy historii matematyki*, przeł. S. Dobrzycki, Warszawa 1980.
Boyer C.B., *The History of the Calculus and its Conceptual Development*, New York 1949.
Boyer C.B., *A History of Mathematics*, New York 1997.
Brown S.F., *Chatton Walter*, [w:] *Routledge Encyclopedia of Philosophy*, t. 4, London–New York 1998, s. 292–294.
The Cambridge Companion to Ockham, P.V. Spade (red.), Cambridge 1999.
The Cambridge History of Later Medieval Philosophy, N. Kretzmann, A. Kenny, J. Pinborg (red.), Cambridge 1982.
A Catalogue of Incipits of Medieval Scientific Writings in Latin, Lynn Thorndike, Pearl Kibre (red.), Londyn 1963.
Clagett M., *The 'De curvis superficiebus Archimenidis': a medieval commentary of Johannes de Tinemue on book I of 'De sphaera et cylindro' of Archimedes*, „Osiris" 11(1954), s. 295–346.
Clagett M., *Richard Swineshead and Late Medieval Physics*, „Osiris" 9 (1950), s. 131–161.
The Commentary Tradition on Aristotle's De generatione et corruptione*, Ancient, Medieval, and Early Modern*, J.M.M.H. Thijssen, H.A.G. Braakhuis (red.), Turnhout 1999.
Copleston F., *Historia filozofii*, t. II, Warszawa 2000.
Courtenay W.J., *The Academic and Intellectual Worlds of Ockham*, [w:] *The Cambridge Companion to Ockham*, P.V. Spade (wyd.), s. 17–30.
Courtenay W.J., *Adam Wodeham: an Introduction to His Life and Writings*, Leiden 1978.
Courtenay W.J., *Schools and Scholars in Fourteenth Century England*, Princeton 1987.
Courtenay W.J., *The rôle of English Thought in the Transformation of University Education in the Late Middle Ages*, [w:] *Rebirth, Reform and Resilience. University in Transition 1300–1700*, J.M. Kittelson, P. Transue (red.), Columbus 1984, s. 103–162.
Crombie C., *Nauka średniowieczna i początki nauki nowożytnej*, t. 1–2, Warszawa 1960.
The Cultural Context of Medieval Learning, J.E. Murdoch, E.D. Sylla (red.), Dordrecht 1975.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Dadaczyński J., *Heurystyczne funkcje założeń filozoficznych w kontekście odkrycia teorii mnogości Georga Cantora*, Kraków 1994.

Davenport A.A., *Measure of a Different Greatness. The Intensive Infinite 1250–1650*. Leiden–Boston–Köln 1999.

Dod B.G., *Aristoteles latinus*, [w:] *The Cambridge History of Later Medieval Philosophy*, N. Kretzmann, A. Kenny, J. Pinborg (red.), Cambridge 1982, s. 45–79.

Drake S., *Bradwardine's function, mediate denomination, and multiple continua*, „Physis" 12(1970), s. 51–68.

Duhem P., *Études sur Léonard de Vinci*, Paryż 1913.

Duhem P., *Le système du monde, Histoire des doctrines cosmologiques de Platon à Copernic*, t. 1–10, Paris 1906–1959.

Duhem P., *Medieval Cosmology. Theories of Infinity, Place, Time, Void, and the Plurality of Worlds*, R. Ariew (opr. i przekł. ang.), Chicago–London 1985.

Dutton B.D., *Nicholas of Autrecourt and William of Ockham on Atomism, Nominalism, and the Ontology of Motion*, „Medieval Philosophy and Theology" 5 (1996), s. 63–85.

The Dynamics of Aristotelian Natural Philosophy from Antiquity to the Seventeenth Century, C. Leijenhorst, Ch. Lüthy. J.M.M.H. Thijssen (red.), Leiden–Boston–Köln 2002.

The Eternity of the World in the Thought of Thomas Aquinas and his Contemporaries, J.B.M. Wissink (red.), Leiden–New York–København–Köln 1990.

Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych, R. Murawski (wybór, opr. I przekł.), Poznań 1994.

Fletcher J.M., *The Faculty of Arts*, [w:] *The History of the University of Oxford*, t. 1: *The Early Oxford Schools*, J.I. Catto (red.), Oxford 1984, s. 369–399.

Gensler M., *Bonawentura – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIII wieku*, K. Krauze-Błachowicz (red.), s. 98–102.

Gensler M., *Jan Duns Szkot – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIV wieku*, E. Jung-Palczewska (red.), s. 27–33

Ghyka M.C., *Złota liczba. Rytuały i rytmy pitagorejskie w rozwoju cywilizacji zachodniej*, przeł. I. Kania, Kraków 2001.

Gilson E., *Historia filozofii chrześcijańskiej w wiekach średnich*, Warszawa 1987.

Gli studi di filosofia medievale fra otto e novecento, R. Imbach, A. Maierù (red.), Roma 1991

Goddu A., *Ockham's Philosophy of Nature*, [w:] *The Cambridge Companion to Ockham*, P.V. Spade (red.), Cambridge 1999, s. 143–167.

Goddu A., *The Physics of William of Ockham*, Leiden–Köln 1984.

Grant E., *Średniowieczne podstawy nauki nowożytnej*, Warszawa 2005.

Hallamaa O., *Continuum, Infinity and Analysis in Theology*, „Miscellanea Mediaevalia" Band 25(1998), s. 375–388.

Hallamma O., *On the Borderline between Logic and Theology: Roger Roseth, 'Sophismata', and Augmentation of Charity*, „Documenti e studi sulla tradizione filosofica medievale" XI (2000), s. 354–371.

The History of the University of Oxford, t. 1: *The Early Oxford Schools*, J.I. Catto (red.), Oxford 1984.

Huggett N., *Zeno's Paradoxes*, [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2004 Edition), E.N. Zalta (red.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/sum 2004/entries/paradox-zeno/>. *Infinity and Continuity in Ancient and Medieval Thought*, N. Kretzmann (red.), New York 1982.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Jeleński Sz., *Lilavati*, Warszawa 1956.
Jung E., *Arystoteles na nowo odczytany, Ryszarda Kilvingtona „Kwestie o ruchu”*, Łódź 2014.
Jung-Palczewska E., *Jan Burydan – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia, Antologia…*, E. Jung-Palczewska (red.), s. 262–267.
Jung-Palczewska E., *Filozofia XIV wieku*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIV wieku*, E. Jung-Palczewska (red.), s. XIII–XLV.
Jung-Palczewska E., *Między filozofią przyrody a nowożytnym przyrodoznawstwem. Ryszard Kilvington i fizyka matematyczna w średniowieczu*, Łódź 2002.
Jung-Palczewska E., *Mikołaj z Autrecourt – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIV wieku*, E. Jung-Palczewska (red.), Warszawa 2000, s. 299–304.
Jung-Palczewska E., *Procedura „secundum imaginationem” w średniowiecznej filozofii przyrody*, [w:] *Księga pamiątkowa ku czci Profesora Zdzisława Kuksewicza*, E. Jung-Palczewska (red.), Łódź 2000, s. 57–79.
Jung-Palczewska E., *Siger z Brabancji – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia, Antologia tekstów filozoficznych z XIII wieku*, K. Krauze-Błachowicz (red.), s. 239–245.
Jung-Palczewska E., *Tomasz Bradwardine – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia...*, E. Jung-Palczewska (red.), s. 287–291.
Jung-Palczewska E., *Wilhelm Ockham – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIV wieku*, E. Jung-Palczewska (red.), s. 193–202.
Jung-Palczewska E., *Wilhelm Heytesbury – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia...*, E. Jung-Palczewska (red.), s. 319–322.
Jung-Palczewska E., *Works by Richard Kilvington*, „Archives d’historie doctrinale et litteraire du moyen âge” 67, 2000, s. 184–225.
Jung E., Podkoński R., *Richard Kilvington on Proportions*, [w:] *Mathématiques et théorie du mouvement (XIV^{e} – XVI^{e} siècles)*, Joël Biard, Sabine Rommevaux (red.), Villeneuve d’Ascq 2008, s. 81–101.
Juszkiewicz A.P., *Historia matematyki w wiekach średnich*, przeł. Cz. Kulig, Kraków 1969.
Kandulski M., *Zarys historii matematyki. Od czasów najdawniejszych do średniowiecza*, Poznań 1983.
Knobloch E., *Galileo and Leibniz: Different Approaches to Infinity*, „Archive for a History of Exact Sciences” 54(1999), s. 87–99.
Koyré A., *Etudes galiléennes*, t. I, Paryż 1939.
Koyré A., *Od zamkniętego świata do nieskończonego wszechświata*, Gdańsk 1998.
K. Krauze-Błachowicz, *Filozofia XIII wieku*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIII wieku*, K. Krauze-Błachowicz (red.), Warszawa 2002, s. XIII–LIX.
Kretzmann N., *Adam Wodeham’s Anti-Aristotelian Anti-Atomism*, „History of Philosophy Quaterly” 1(1984), s. 381–398.
Kretzmann N., *Richard Kilvington and the Logic of Instantaneous Speed*, [w:] *Studi sul XIV secolo in memoria di Anneliese Maier*, A. Maierù, A. Paravicini-Bagliani (red.), Rzym 1981, s. 143–178.
Księga pamiątkowa ku czci Profesora Zdzisława Kuksewicza, E. Jung-Palczewska (red.), Łódź 2000.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Kuksewicz Z., *Awerroizm łaciński trzynastego wieku. Nonkonformistyczny obraz świata i człowieka w średniowieczu*, Warszawa 1971.

Lloyd G.E.R., *Nauka grecka po Arystotelesie*, przeł. J. Lesiński, Warszawa 1998.

Livesey S.J., *William of Ockham, the Subalternate Sciences, and Aristotle's theory of* metabasis, „British Journal for the History of Science" 18 (1985), s. 127–145.

Lohr Ch., *Medieval Latin Aristotle Commentaries. Authors: Narcissus-Wigelmus*, „Traditio" 28(1972), s. 281–396.

Longeway J.L., *Heytesbury William*, [w:] *The Routledge Encyclopedia of Philosophy*, t. 4, London–New York 1998, s. 419–421.

Longeway J.L., *William Heytesbury*, [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2003 Edition), Edward N. Zalta (red.), URL = http://plato.stanford.edu/archives/spr2003/entries/heytesbury/>.

Łukowski P., *Paradoksy*, Łódź 2006.

Maier A., *Ausgehendes mittelalter. Gesammelte aufsätze zur geistesgeschichte des 14. Jahrhunderts*, t. I, Roma 1964.

Mathematics and its Applications to Science and Natural Philosophy in the Middle Ages, E. Grant, J.E. Murdoch (red.), New York, 1987.

Mathématiques et théorie du mouvement (XIV^e – XVI^e siècles), Joël Biard, Sabine Rommevaux (red.), Villeneuve d'Ascq 2008.

The Metaphysics and Natural Philosophy of John Buridan, J.M.M.H. Thijssen, J. Zupko (red.), Leiden–Boston–Köln 2001.

Michalski K., *La physique nouvelle et les differents courants philosophiques au XIV s.*, „Bulletin International de l'Académie Polonaise des Sciences et de Lettres, Classe d'Historie et de la Philosophie 1927", 7–10, Cracoviae 1928, s. 93–164.

Michalski K., *Prądy filozoficzne w Oksfordzie i Paryżu XIV w.*, [w:] *Filozofia wieków średnich*, Kraków 1997, s. 139–141.

Michałowska M., *Czy mądry jest roztropny? Roztropność i wiedza moralna wobec działań woli w komentarzu do 'Etyki nikomachejskiej' Ryszarda Kilvingtona*, „Przegląd Tomistyczny" XVI(2010), s. 291–306.

Michałowska M., *Jak wyliczyć cnotę? Ilościowe ujęcie cnót w „Kwestiach do Etyki" Ryszarda Kilvingtona*, „Przegląd Filozoficzny. Nowa Seria" 83 (3/2012). s. 459–474.

Michałowska M., *Kilvington's use of physical and logical arguments in ethical dilemmas*, „Documenti e studi sulla tradizione filosofica medievale" 22(2011), s. 465–492.

Michałowska M., *Richard Kilvington's 'Quaestiones super libros Ethicorum': Is the Virtue of Prudence a Moral Habit?* (zawiera edycję krytyczną kwestii: *Utrum prudentia sit habitus cum recta ratione activus circa hominis bona et mala*), „Bulletin de philosophie médiévale" 53 (2011), s. 233–282.

Molland A.G., *An Examination of Bradwardine's Geometry*, „Archive for History of Exact Sciences" 19(1978), s. 113–175.

Molland A.G., *Continuity and Measure*, Miscellanea Mediaevalia, Band 16/1(1983), s. 132–144.

Morris R., *Krótka historia nieskończoności. Achilles i żółw w kwantowym wszechświecie*, przeł. J. Kowalski-Glikman, Warszawa 1999.

Murawski R., *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych*, Poznań 1994.

Murawski R., *Filozofia matematyki - zarys dziejów*, Poznań 1994.

Murdoch J.E., *Aristotle on Democritus's Argument Against Infinite Divisibility in* De generatione et corruptione*, Book I, Chapter 2*, [w:] *The Commentary Tradition on*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Aristotle's De generatione et corruptione*, Ancient, Medieval, and Early Modern*, J.M.M.H. Thijssen, H.A.G. Braakhuis (red.), Turnhout 1999, s. 87–102.

Murdoch J.E., *Atomism and motion in the fourteenth century*, [w:] *Transformation and Tradition in the Sciences*, E. Mendelsohn (red.), New York 1974, s. 45–66.

Murdoch J.E., *From Social into Intellectual Factors: an Aspect of the Untary Character of Late Medieval Learning*, [w:] *The Cultural Context of Medieval Learning*, J.E. Murdoch, E.D. Sylla (red.), Dordrecht 1975, s. 271–339.

Murdoch J.E., *Geometry and the Continuum in the Fourteenth Century: A Philosophical Analysis of Thomas Bradwardine's 'Tractatus de continuo'*, (nieopublikowana rozprawa doktorska), Madison 1957.

Murdoch J.E., *Henry of Harclay and the Infinite*, [w:] *Studi sul XIV secolo in memoria di Anneliese Maier*, A. Maierù, A. Paravicini Bagliani (red.), Roma 1981, s. 219–261.

Murdoch J.E., *Infinity and Continuity*, [w:] *The Cambridge History of Later Medieval Philosophy*, N. Kretzmann, A. Kenny, J. Pinborg (red.), Cambridge 1982, s. 564–592.

Murdoch J. E., *Mathesis in philosophiam scholasticam introducta: The Rise and Development of the Application of Mathematics in Fourteenth-Century Philosophy and Theology*, [w:] *Arts Libéraux et Philosophie au Moyen Âge*, Actes du Quatrième Congrès International de Philosophie Médiévale, Montreal/Paris 1969, s. 215–254

Murdoch J.E., *The Medieval Euclid: Salient Aspects of the Translations of the „Elements" by Adelard of Bath and Campanus of Novara*, „Revue de Synthese" 49(1968), s. 70–93.

Murdoch J.E., *The Medieval Language of Proportions: Elements of the Interaction with Greek Foundations and Development of New Mathematical Technique*, [w:] *Scientific Change*, A.C. Crombie (red.), Londyn 1963, s. 237–271.

Murdoch J.E., *Naissance et Développement de l'Atomisme au Bas Moyen Âge Latin*, „Cahiers d'études médiévales II: La science et la nature: théories et pratiques", Montreal–Paris 1974, s. 1–30.

Murdoch J.E., *Pierre Duhem and the History of Late Medieval Science and Philosophy in the Latin West*, [w:] *Gli studi di filosofia medievale fra otto e novecento*, R. Imbach, A. Maierù (red.), Roma 1991, s. 153–302.

Murdoch J.E., *Thomas Bradwardine: Mathematics and Continuity in the Fourteenth Century*, [w:] *Mathematics and its Applications to Science and Natural Philosophy in the Middle Ages*, E. Grant, J. E. Murdoch (red.), New York, 1987, s. 103–137.

Murdoch J.E., *William of Ockham and the Logic of Infinity and Continuity*, [w:] *Infinity and Continuity in Ancient and Medieval Thought*, N. Kretzmann (red.), New York 1982, s. 165–206.

Murdoch J.E., J.M.M.H. Thijssen, *John Buridan on Infinity*, [w:] *The Metaphysics and Natural Philosophy of John Buridan*, J.M.M.H. Thijssen, J. Zupko (red.), Leiden–Boston–Köln 2001, s. 127–150.

La nouvelle physique du XIV^e siecle (Biblioteca di Nuncius, Studi e Testi XXIV), Stefano Caroti, Pierre Souffrin (red.), Firenze 1997.

Olszewski M., Ruszczyński J., *Tomasz z Akwinu – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIII wieku*, K. Krauze-Błachowicz (red.), s. 180–188.

Pironet F., *Sophismata*, [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2001 Edition), Edward N. Zalta (red.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/win 2001/entries/sophismata/>.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Placek T., *Paradoksy ruchu Zenona z Elei a labirynt kontinuum: „Achilles i żółw", „Strzała", „Stadion"*, „Filozofia Nauki" Nr 1(17), Rok V, 1997, s. 65–77.

Podkoński R., *Al-Ghazali's 'Metaphysics' as a Source of Anti-atomistic Proofs in John Duns Scotus*, [w:] *Wissen über Grenzen. Arabisches Wissen und lateinisches Mittelalter*, A. Speer, L. Wegener (red.) „Miscellanea Mediaevalia" 33, 2006, s. 612–625.

Podkoński R., *Richard Kilvington „Utrum continuum sit divisibile in infinitum" – an edition*, „Mediaevalia Philosophica Polonorum" XXXVI(II), 2007, s. 120–175.

Podkoński R., *Thomas Bradwardine's critique of 'Falsigraphus's' concept of actual infinity*, „Studia Antyczne i Mediewistyczne", 1(2003), s. 141–154.

Poorter A. de, *Les Questiones super Libros Sententiarum de Richardi de Killington à la Bibliothèque de Bruges*, „Revue Néo-Scolastique de Philosophie" numero 30, vol. 18 (1928), s. 241. G. Reale, *Historia filozofii starożytnej*, t. I, Lublin 1993.

Reale G., Historia filozofii starożytnej, t. I, Lublin 1993.

Rosiak M., *Analiza i formalizacja husserlowskiej teorii całości i części*, Łódź 1995.

The Routledge Encyclopedia of Philosophy, E. Craig (red.), vol. 1–9, London–New York 1998.

Russo L., *Zapomniana rewolucja. Grecka myśl naukowa a nauka nowoczesna*, Kraków 2005.

Scientific Change, A.C. Crombie (red.), Londyn 1963.

Schabel Ch., *Gregory of Rimini*, [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2001 Edition), E. N. Zalta (red.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/fall 2001/entries/gregory-rimini/>.

Smith K., *Ockham's Influence on Gregory of Rimini Natural Philosophy*, "Διαλεθεις", Ακαδημαϊκό έτος 1996–97, Λευκωσια (Leukozja) 1999, s. 107–142.

Spade P.V., *Introduction*, [w:] *The Cambridge Companion to Ockham*, P.V. Spade (red.), s. 1–16.

Spade P.V., *Insolubles*, [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2005 Edition), E.N. Zalta (red.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/fall2005/entries /insolubles/>.

Spade P.V., *William of Ockham*, [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2002 Edition), E.N. Zalta (red.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/fall 2002/entries/ockham/>.

Studi sul XIV secolo in memoria di Anneliese Maier, A. Maierù, A. Paravicini Bagliani (red.), Roma 1981.

Sylla E.D., *Bradwardine Thomas*, [w:] *The Routlege Encyclopedia of Philosophy*, E. Craig (red.), vol. 1, London–New York 1998, s. 863–867.

Sylla E.D., *Compounding Ratios. Bradwardine, Oresme, and the first edition of Newton's Principia*, [w:] *Transformation and Tradition in the Sciences. Essays in Honor of I. Bernard Cohen*, E. Mendelsohn (red.), Cambridge – Londyn – New York, 1984, s. 11–43.

Sylla E.D., *God, Indivisibles, and Logic in the Later Middle Ages: Adam Wodeham's Response to Henry of Harclay*, Medieval Philosophy and Theology 7(1998), s. 69–87.

Sylla E.D., *The Oxford Calculators,* [w:] *The Cambridge History of Later Medieval Philosophy*, N. Kretzmann, A. Kenny, J. Pinborg (red.), Cambridge 1982, s. 540–563.

Sylla E.D., *Thomas Bradwardine's „De continuo" and the Structure of Fourteenth-Century Learning*, [w:] *Texts and Contexts in Ancient and Medieval Science*, E.D. Sylla, M. McVaugh (red.), Leiden–New York–Köln 1997, s. 148–156.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Zob. E.D. Sylla, *Transmission of the New Physics of the Fourteenth Century from England to the Continent*, [w:] *La nouvelle physique du XIV^e siecle* (Biblioteca di Nuncius, Studi e Testi XXIV), Stefano Caroti, Pierre Souffrin (red.), Firenze 1997, s. 65–110.

Szabó Á., *The Beginnings of Greek Mathematics*, Budapest 1978.

Texts and Contexts in Ancient and Medieval Science, E.D. Sylla, M. McVaugh (red.), Leiden–New York–Köln 1997.

Thijssen J.M.M.H., *Buridan on Mathematics*, „Vivarium" 23(1985), s. 55–78.

Thijssen J.M.M.H., *The Response to Thomas Aquinas in the Early Fourteenth Century: Eternity and Infinity in the Works of Henry of Harclay, Thomas of Wilton and William of Alnwick o. f. m.*, [w:] *The Eternity of the World in the Thought of Thomas Aquinas and his Contemporaries*, J.B.M. Wissink (red.), Leiden–New York–København–Köln 1990, s. 82–100.

Transformation and Tradition in the Sciences. Essays in Honor of I. Bernard Cohen, E. Mendelsohn (red.), Cambridge – Londyn – New York, 1984.

Trapp D., *Augustinian Theology of the 14th Century*, „Augustiniana" 6(1956), s. 146–273.

Trifogli C., *Matter and Form in Thirteenth-Century Discussions of Infinity and Continuity*, [w:] *The Dynamics of Aristotelian Natural Philosophy from Antiquity to the Seventeenth Century*, red. C. Leijenhorst, Ch. Lüthy. J.M.M.H. Thijssen, Leiden–Boston–Köln 2002, s. 169–187.

Varzi A., *Mereology*, [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2004 Edition), E.N. Zalta (red.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/fall2004/entries/mereology/>.

Weisheipl J., *Curriculum of the Faculty of Arts at Oxford in the Early Fourteenth Century*, "Medieval Studies" 26(1964), s. 143–185.

Williams T., *John Duns Scotus*, [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2005 Edition), Edward N. Zalta (red.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/fall2005/entries/duns-scotus/>.

Wilson C., *William Heytesbury: Medieval Logic and the Rise of Mathematical Physics*, Madison 1960.

Włodarczyk T., *Roger Bacon – wprowadzenie*, [w:] *Wszystko to ze zdziwienia, Antologia tekstów filozoficznych z XIII wieku*, K. Krauze-Błachowicz (red.), s. 59–64.

Wood R., *Wodeham, Adam,* [w:] *The Routledge Encyclopedia of Philosophy*, Edward Craig (red.), t. 9, London–New York 1998, s. 773–776.

Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIII wieku, K. Krauze-Błachowicz (red.), Warszawa 2002.

Wszystko to ze zdziwienia. Antologia tekstów filozoficznych z XIV wieku, E. Jung-Palczewska (red.), Warszawa 2000.

Zupko J., *Jean Buridan*, [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2002 Edition), Edward N. Zalta (red.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/summer2002/entries/buridan/>.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

INDEKS OSÓB

Strony zaznaczone kursywą wskazują odwołania do przypisów

Adelard z Bath 72
Albert z Saksonii 65, *65*, *84*, 148, 149
Aleksander z Afrodyzji *27*
Al-Ghazali (Algazel) *57*
Alnwick, Wilhelm z (Gullielmus de Alnwick) 38–41, *47*, 113, 115, 116, 120
Anzelm z Canterbury, św. *43*
Archimedes *20*, 68, *68*, 154
Arystoteles 11–16, *11–14*, 18, 21, *21*, 22, *22*, 25–27, *28*, 29, 30, 32, 33, *34*, 35–37, 43, 44, 47, 52, 59, *61–63*, 63, 65–69, *74*, 80, 84, 88–90, *90*, 99, *110*, 111, 120, 142, 143, 145, 146, 155
Augustyn, św. 38, *106*
Autrecourt, Mikołaj z 11, 145, *145*, 152
Awerroes (Averroes, Ibn-Rushd) 18, *35*, 68, 72, *72*, 76, 87, 88, 91, 93, 106, 124

Bacon, Roger 21, 25, *28*, 34, *34*, 48, 51, *57*, 69, 103, 110, 121, 123, *127*
Boczar, M. *22*, 24
Boecjusz (Boetius A.M.S.) 74
Bonawentura, św. (Bonaventura) 26–29, *26*, *28*
Bonet, Nicholas *127*
Bradwardine, Tomasz 9, 31, *31*, *37*, 59, *59*, *62*, *63*, 66, 70, *76*, 99, 111–113, 120, 121–128, *121*, *127*, *128*, 131–135, *134*, *135*, 138, 139, *139*, 141–145, 151, 152
Buckingham Tomasz *127*
Burley, Walter *139*
Burydan, Jan (Johannes Buridanus) *84*, *90*, 142–149, *142*, *143*, *147–149*, 151, 152
de Bury, Ryszard (biskup) *62*

Campanus z Novary, patrz Johannes Campanus z Novary
Cantor, Georg *99*
Chatton, Walter 37, *37*, *47*, 115, 120
Copleston, F. *21*
Courtenay, W.J. *119*, 139
Crombie, A.C. *19*, 152

Davenport, A.A. *127*
Demokryt *8*, 12, 16, 69
Drake, S. *73*
Duhem, P. 7, 60, 140, 142, *142*, *145*, 148, *148*
Duns Szkot, Jan (Johannes Duns Scotus) 9, *35*, 51–57, *51–53*, *56*, *57*, 59, 69, 70, 75, 77, 86, 103, *107*, 113, 121, 123, 151

Edward III (król Anglii) *62*
Einstein, Albert *153*
Epikur *8*
Euklides (Euclides) 8, 9, 18, *20*, *23*, 31, 37, *46*, *51–53*, 52, 53, 55, 68, *68*, 70–72, *71*, 74, *75*, 78, 81, *81*, 86, 87, 97, 107, *107*, 121, 123–125

Filoponus *27*

Galileusz (Galileo Galilei) 7, 9, *99*, 134, 153, 155
Grosseteste, Robert 19–25, *19*, *21–23*, *28*, 30, 32, 35, 36, 47, 57, 102, 103, 111, 151, 152
Grzegorz z Rimini (Gregorius de Arimino) 65, *65*, 139–145, *139–141*, *145*

Hallamaa, O. 136
Harclay, Henryk z (Henricus de Harclay) 9, 17–19, *17*, *21*, *23*, 25, 28–40, *30*, 47–49, *47*, 54, 56, 57, *57*, 115, 117, 118, 120
Henryk z Gandawy *105*
Hesse, Benedykt 148, *149*
Heytesbury, Wilhelm *62*, 65, *84*, *138*, 139

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Idzi Rzymianin *34*, *37*

Jan z Mirecourt 65, *65*, 145
Jan z Tynemouth (Johannes de Tinemue) *68*
Johannes Campanus z Novary *71*, 72, 74, 81, *81*, 82, 84, 125, *136*
Johannes Marcilii Inguen 148
Jordanus Nemorarius 74
Jung (-Palczewska), E. 18, 61, 103, 112, *119*

Kepler, Johannes 7
Kilvington, Ryszard 9, 12, 18, *37*, 57, 59–61, *61–63*, 63–113, *65*, *67*, *68*, *72*, *76*, *83*, *85*, *86*, *98*, *101–103*, *105*, *107*, *110*, 119–121, *119*, 123–131, *127–129*, 133–142, *134–136*, *138*, *139*, *142*, *143*, 144–147, *146*, 149, 151, 152, *152*, 154
Komentator, patrz Awerroes
Kopernik, Mikołaj 7
Kretzmann, B.E. 60
Kretzmann, N. 60, 63, 64, *101*
Leibniz, Georg Wilhelm *99*, *113*
Leśniewski, Stanisław 99
Leucyp (Leukippos) *8*, 12, 16, 69
Livesey, S.J. *21*
Lohr, Ch. 60
Lombard, Piotr 26, 45, 52, *61–63*, 66, *66*, 126, 135, *136*, 139, 145
Lukrecjusz (Titus Lucretius Carus) *27*

Maier, A. 60
Maior, Jan (Johannes Maior) *115*, 149, *149*
Marsyliusz z Inghen 65, 148, *148*
Michalski, K. 60, *127*
Michałowska, M. 61
Mikołaj z Kuzy, (Nicolaus de Cusa) 90, 153–155
Molland, A.G. 152
Murawski, R. *8*, *154*
Murdoch, J.E. 8, 9, *17*, 24, *27*, 33, 38, 42, *57*, *59*, *62*, *68*, 72, 112, 120, 121, 123, 142

Neugebauer, O. 60
Newton, Izaak 7, 113, *113*

Ockham, Wilhelm (Gullielmus de Ockham) 9, 12, *16*, 21, 41–51, *41–47*, *51*, 53, 57, 59, *61*, 69, 70, *76*, 86–89, 92, 97, 103, 104, 110, 115, *115*, 118–120, 122, 128, 139–142, 144, 145
Oresme, Mikołaj (Nicole Oresme) *95*, 112, 152

Piotr Jana Olivi *28*
Platon (historyczny) 12, 99
Platon (postać w przykładach) 64, 135
de Poorter, A. 60
Proklos (Proclus) *27*

Roseth Roger *62*, 65, 135–138, *136*, 145
Russell, Bertrand *106*

Siger z Brabancji 26, *26*
Smith, K. *139*
Sokrates (postać w przykładach) 64, 100, 135
Stagiryta, patrz Arystoteles
Swineshead, Ryszard 65, *95*, 112, *126*, 152
Sylla, E.D. 14, 37, 40, 113, 115, 119, 120, *120*, 138, 139, *148*

Tempier Stefan (Etienne, biskup) 28
Thijssen, J.M.M.H. 29, *30*, 142, *142*, 148, *148*
Tomasz z Akwinu, św. 26, *26*, *27*, 28, 29, *30*
Trapp, D. 60

Wilson, C. 60
Wodeham, Adam (de) 9, *62*, 65, 113, 115–120, *115*, *119*, 135, 138, *139*
Wood, R. 119

Zenon z Elei 14, 15, *80*, 120

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

INDEKS POJĘĆ

Arytmetyka *75*, 148
Atom *8*, 13–14, 17, 19, 24, *27*, 30–35, 37, 43–44, 49–50, 52, 57, 76, 80–81, 84, 102–103, 115, 118, 121, 123–125, *152*, 154–155
Atomizm 8–9, *8*,16–18, *27*, 31, 33, *34*, 37–39, 41–42, 47–48, 51–52, 54–55, 57, *66*, 69, 87, 102, 115, 117–123, *120*, 141, 143–144, 148, 151, *152*, 154

Biegun sfery gwiazd stałych 143
Bóg 24, 31, 32, 39, *106*, 116, *129*, 133, 144, 154

Calculationes, patrz Rachunek proporcji
Całość 14, 32, 33, 100, 144
Chwila 102–103, 115, 124, *152*
Ciało 78, 80, *90*, 109, 131–132, 143
Ciągłość 81, 86
Coincidentia oppositorum 154
Creatio ex nihilo 26, *26*
Czas (jako kontinuum) 15, 103
Część 15–16, 33, *102*, 103, 118–119, 140, 144; cz. proporcjonalna 43–45, 93–94, 97–98, *101–102*, 106, 108–109, 128–131, *129*, 135–137, 144–147, *147*; relacja cz. całość 45, *46*, 53, 92, 97, 99–101, *102*, 129, 141–143, 144; wszystkie cz. *distributive* 101, 141, 144; wszystkie cz. *collective* 101, 141, 144

Definicja: klasyczna def. prawdy 109; koherencyjna def. prawdy 110
Denar 133–134
Dowód ontologiczny *43*
Dusza 131–132

Etyka 61, 111–112

Falsigraphus 128

Figura (geometryczna) 103
Filozofia przyrody 7, 11–12, 17–18, 20, 22, 25–26, 36, 47, *59*, 60–61, *62*, 63, 67, 72, 81, 103, 104–105, 107, 110–111, 113, *113*, 120–121, 123, 138, 147–148, 151–152, *152*, 155
Filozofia scholastyczna 8, 90, 104
Fizyka 7, 99, 152, *153*; „Nowa fizyka” 138

Geometria 9, 18, 20–21, 35, 38, 48, 51–52, 55, 57, *57*, 69, 72, *75–76*, 90, 107, 109, 113, 120, 121, 123, 141, 143, 147–148, 151, *153*
Granica 13, 44, 75, 93, 109, *152*; g. wewnętrzna 94; g. zewnętrzna 94, 109, 124, 147

Harmonika 120

Indivisibile, patrz Atom
Insolubilia 98
Izomorfizm wielkości ciągłych 14, 35

Katoptryka *20*
Kąt 54, 82, 103; k. ostry 85; k. prostoliniowy 82, 85, 125, 126, *136*; k. prosty 53, 84, 85, 126; k. styczności (*angulus contingentiae*) 81–86, *81*, 102, 107, 124–126, *136*
Kolumna, patrz Walec
Koło 88, *88* „Koła Arystotelesa” 155
Konceptualizm 152
Kontinuum (wielkość ciągła) 9, 12–16, *12*, 19, 22, 24, 31, *34–35*, 36, 41, 43, 47, 52, 57, 59, 66–67, 69, 75, 78, 81, 86, 90, 93, 99, *101*, 103–104, 107, 109, 113, 115, 118–120, 123, 125, 128, 137, 140–141, 144, 147, 153, 155
Korona 131, 134, *134*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Kres, patrz Granica
Księżyc 27, 30, 46, 133

Liczba 38, 47, 72, 137, 144; l. naturalna 134
Linia 14, 23, 93, 103, 106, 115, 154, *154*; l. krzywa 89; l. łukowa 82, 85, 125; l. prosta 20, 82, 89, 98, 125; l. spiralna (*linea girativa*) 90–97, 102, 107, 109, 135, *135*, 136, 137, 142, 145–149, *147*, 151
Logika 110, 115, 119–120, 123, 137–138, 140; l. terministyczna 138

Łaska (boska) 135

Matematyka 8, 18–19, 21–22, 25, *28*, 33, 47, 51–52, *51*, 54, 57, 59–60, 67–69, *68*, 71, 81, 89–90, 100, 103–105, 108, 110, 112, *113*, 120, 123, 137, 148, 153, *153*
Materia *90*, *105*, 143
Mereologia 99
Metabasis 21, 47
Metafizyka 67, 100, 148; „m. światła" 19
Miara 23–24
Minimum naturale 34, 36
Mistyka 25

Nauki pośrednie (*scientiae mediae*) 21
Nicość 13
Nieskończoność *12*, 15, *23*, 26, 29–30, 41, 57, 66, 85, 90, *90*, 94–95, *95–96*, 134, 138, 142, 149, 152–155, *154*; n. aktualna 16, 18, *22*, 27, 29, *37*, 43–47, *45*, 57, 84, *85*, 90, 92, 97, *99*, 100, 104, 109, 115, 119, 127–129, *127–128*, 131, 133, 136–137, 139–140, 143–144, 146–147; n. potencjalna 16, *16*, 29, 44, 84, 125; n. kategorematyczna 84, 100–101, 126, 137, 139–140, 142; n. 'pod pewnym względem' (*infinitum secundum quid*) *98*, 127–128, *127*, *129*, 140; n. synkategorematyczna 84, 127, 137, 139–140, 143, 147; nieskończoność 'pod względem ilości' (*infinitum discretive*) 92, 98, 129, 131–132; nieskończoność 'pod względem jakości (*infinitum qualitative*) *98*; nieskończoność 'pod względem wymiarów' (*infinitum quantitative*) 92, 98, 106, 129; n. 'po prostu' (*infinitum simpliciter*) *98*, 126–128, *127–129*, 140; nieskończone mnogości 8, 15, 22, 25, 27, 29, 37, 44, 47, 98, 109, 128, *129*, 130–131, 133, 140, 143–144; nierówne nieskończoności 23, *23*, 25, 27, *27*, 30, *30*, 46–47; nieskończony podział kontinuum 13–15, 36–37, 59, 67, 69, 81, 90–92, 97, 99, 104, 106–108, 118–119, 123, 129, 136, 137, *147*, 155
Niewspółmierność (przekątnej i boku kwadratu) 33–34, 48, 51, 55, *57*, 70, 73, *74*, 75, 122, 141, 143

Odcinek 31–34, 38–40, 45, 48–50, 52–55, 57, 70, 72, 76–77, 98, 108, 116–117, 121, 124, 129–130, *129*, 146–147, *147*
Okrąg 77, *81*, 82, 86–88, 143, *144*, 154; okręgi współśrodkowe 49–53, 69, 122, 141, 144
Określenie proporcji (*denominatio*) 73–74
Oksfordzcy Kalkulatorzy 8, 9, 61, 138
Opór (jako warunek ruchu) 65, 72–73
Optyka 20, *20*, 78

Palec 100
Papież 132
Paradoks 14, *80*, 89, 97, *98–99*, 120, 130, 151, 155
Petitio principii 123, 151
Płaszczyzna 12, 76–77, *76*, 80, 107, 115
Powierzchnia, patrz Płaszczyzna
Półokrąg 87–88, 122, 141, *144*
Półkole 88, *88*
Prawa geometrii a atomizm 35, 38, 148; p. geometrii a prawa przyrody 35, 36, 104, 106, 148, 151, *153*
Prędkość 72; p. chwilowa 63
Proporcja 31, 70–74, 107, 111; p. ciągła (*continua proportio*) 70, *70*, 75; p. nieskończona 22, 30, *30*, 80, *85–86*, 125–126, *126*, *136*, *139*; p. podwojona (*proportio duplicata*) 70, 71, 73–74; p. podwójna (*proportio dupla*) 73, 75; p. wymierna 55; połowa proporcji (*me-*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

dietas proportionis) 71, 73–74; proporcja siły do oporu w ruchu 73
Pseudarium 83
Punkt *8*, 13–14, 20, 22–25, 31, 33, 40–41, 48–57, 75–80, 94, 102, 109, 116, 118, 147, *152*; punkty stykające się bezpośrednio (*immediate*) 31–32, 38–39, 51, 55–56, 76–78, 116–117, 121; punkty stykające się pośrednio (*mediate*) 24, 32, *55*, 123

Rachunek proporcji 8–9, 110–113, *113*, 151
Rachunek różniczkowy *113*
Rationes mathematicae 119, 148
Realizm (pojęciowy) 152
Rewolucja naukowa 7
Równania ruchu *11*
Równik niebieski (*circulus aequinoctalis*) 143
Równość 86–87, 105; r. *per accidens* 89; r. *per se* 89; r. rozumiana ogólnie (*communiter*) 90, 105; r. rozumiana ściśle (*proprie*) 90, 105
Równoliczność *99*, 129, 133–134, *134*, 151
Ruch 8, 63, 65–66, 72, 75, 89, 112; r. jednostajnie przyspieszony 63; r. lokalny 64, 111, 120; r. opóźniony 65; „nowa reguła ruchu” 112

Secundum imaginationem 97, 104, 133, 136
Sfera *76*
Sieczna okręgu 84
Siła (działająca w ruchu) 65, 73
Słońce 27, 30, 45–46, 133
Sofizmat 60, 63–65, 67, *85*, 100, *101*, *103*, 135, *136*, 138, *138*, 151
Stosunek liczbowy 73, 110
Stożek cienia 78–80, 102, 109; s. powietrza 98, 107–108
Styczna do okręgu *81*, 83–84
Supozycja 64; s. określona (*determinata*) 40, 42, 116; s. personalna 40; s. zupełnie nieokreślona (*confusa tantum*) 40–41, 116–117

Średnica 82, 122, 141
Światło (*lux, lumen*) 20, 80; promienie światła 78

Teologia 36, 38, 111–112, 120, *120*, 154
Termin kategorematyczny 64, *64*, *85*; t. synkategorematyczny 64, *64*, *85*
Trójkąt 78, 154; t. równoboczny 35; t. równoramienny 141, *154*

Walec (*corpus columnare*) 91–96, 136–137, 145–146, 148–149
Wąż 149
Wieczność świata 8, *11*, 19, 25–26, 28–30, *28*, 37, *37*, 131, 133, 143; w. świata *a parte ante 26*, 27–29, 45; w. świata *a parte post* 28–29, 45
Wielkość 41–43, *75*; w. ciągła, patrz Kontinuum; w. niepodzielna, patrz Atom; w. nieskończenie mała 43; w. niewymierna 74
Wielokąt 154–155, *154*
Wszechwiedza boska 31–32, 36

Zasada ciągłości 81–82
Zbiór nieskończony 43–44, *99*, *106*, 129–134, *134*, 141, 144, 151
Zdanie *101*, 117; z. temporalne 64; z. warunkowe 64
Zmiana 63, 65, 80

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

SUMMARY

Fourteenth-century English thinkers forming the Oxford Calculators' School are recognized by historians of medieval science as responsible for introducing mathematical tools of scientific analysis into Aristotelian philosophy of nature. In fact, those thinkers employed in their works mainly the theory of ratios, derived from the book V of Euclid's „Elements", in the context of description of local motion. Eventually, Oxford Calculators reformulated Aristotle's „rules of motion" from the book VII of his „Physics", giving them logical and mathematical consistency. Also, they developed the so-called „mean speed theorem" – the proper description of uniformly accelerated (or decelerated) motion, employed later by Galileo in his physical deliberations.

However, in the works of Richard Kilvington and Thomas Bradwardine, the founders of the Oxford Calculators' School one finds also either explicit or implicit references to other parts of Euclid's treatise. Both these thinkers presented geometrical arguments in the context of the debate on the existence of indivisibles. The debate on indivisibles began after the then Chancellor of Oxford University, Henry of Harclay, postulated the existence of infinitely small atoms or points that constitute every real thing. This postulate was a direct consequence of his acceptance of the existence of actual and different infinities in the created world. Henry of Harclay developed this theory of infinity taking part in the other important medieval debate, namely the debate on the eternity of the world. The special advantage of Harclay's atomism was that his theory was deeply rooted in a philosophical tradition, especially Aristotle's and Robert Grosseteste's opinions, while at the same time it contradicted some basic, commonly accepted laws of logic and geometry (e.g. „A whole is greater than its parts"). As many more, traditionally-minded, contemporary philosophers found it impossible to accept, Harclay and his followers immediately encountered many critics. The first adversaries of Harclay: William of Alnwick, Adam Wodeham and William Ockham employed the then-popular terminist logic in order to refute the atomistic theory of nature. Yet, in his critiques, Ockham also used geometrical proofs, borrowed in fact from John Duns Scotus. Scotus's geometrical proofs against indivisibilism are a perfect testimony to his „subtle" intellect as they reveal deep knowledge and understanding of Euclid's „Elements" as well as a great imagination behind them.

All the geometrical proofs against atomism that appear in Thomas Bradwardine's „Tractatus de continuo" can be seen as either repetitions or simplifications of John Duns Scotus's arguments. Yet Richard Kilvington in his question *Utrum continuum sit divisibile in infinitum*, from his commentary on Aristotle's „On generation and corruption", presented original and ingenious constructions. In fact, he did not strive to prove atomism false here. Instead, he traced all the inconsistencies that emerge when adopting Euclidean geometry,

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664

and mathematics in general, to Aristotelian natural philosophy. In Kilvington's question one finds, for example, the analysis of the angle of contingency (*angulus contingentiae*), formed by the circumference of a circle and the line tangent to it, that seems at the first sight to be smaller than any angle formed by straight lines, and thus indivisible; and also to not meet the Euclidean law of continuity. In the course of his analyses Kilvington observed also that some commonly used terms – like 'equal', have different meaning and consequences from the point of view of a mathematician and of a natural philosopher. Eventually, he pointed out that physical phenomena cannot be adequately described with mathematical tools and procedures, as in natural world there are to many factors to be taken into consideration on one hand, and in geometry one can carry out some procedures that are physically impossible, on the other. For example, theroretically we can divide any thing into all its infinite parts, but physically it is obviously impossible. Therefore, concluded Richard Kilvington, mathematics can be seen only as another, after logic, useful tool of theoretical analyses within natural philosophy, but not its „language".

Discussing his question *Utrum continuum sit divisibile in infinitum* Richard Kilvington, as it seems, recognized the debate on the existence of indivisibles to be already concluded. However, his acceptance of infinite divisibility of any real, or imaginable, quantity led him to develop the theory of infinity that for his contemporaries was probably as unorthodox and unacceptable, as Harclay's atomism. In short, Kilvington accepted the existence of actual infinities in the created world, what seems to be the direct inheritance of William of Ockham theories. Like Ockham, he took the number of proportional parts of any continuum as an example of actual infinity. With regard to the problem that led Harclay to accept atomism, and the one never in fact resolved by Ockham, that is the existence of different infinities, Kilvington developed a surprisingly ingenious theory. Establishing one-to-one correspondence between the elements of infinite sets he stated that all created actual infinities are equal „in multitude" (*discretive*). This does not imply, however, that infinities are necessarily equal „in magnitude" (*quantitative*) or „in quality" (*qualitative*). That means that two created infinites can be at once equal and unequal, with respect to multitude of their parts, and their dimensions, respectively.

Although Richard Kilvington managed, as it seems, to reconcile this way the opposite points of view with respect to infinities, his solution remained almost unnoticed by his contemporaries and followers. Apparently, the only thinker aware of his theory was Thomas Bradwardine, who most probably is responsible for this situation. Being already the recognized and respected theologian, in his monumental work „De causa Dei" Bradwardine ridiculed Kilvington's theory of infinities drawing the most paradoxical consequences from it. It is worth noting here, however, that the modern theory of infinite sets, developed in the end of nineteenth century by Georg Cantor, accepts similar consequences as its exceptional features.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3651483A32666664